テーマ6　導入　ガリレオの思考実験

その昔、ギリシャの哲学者アリストテレスは、『物は重いほうがはやく落ちる』と考えていました。皆さんはどう思いますか？考えを書き出してみましょう。

◆ 自分の考え

さて、このアリストテレスの考えに、疑問を持ったのがイタリアのガリレオ・ガリレイです。ガリレオは、次のような思考実験を自分の生徒に提示し、この考えに疑問を投げかけたのです。

ガリレオの思考実験

もし、アリストテレスのいうように、重い物の方がはやく落下するのなら、軽いビー玉と、重い鉄球を同時に落とすと、重い鉄球のほうがはやく落ちるはずである。では、軽いビー玉と重い鉄球をひもで結んで落下させると、落ちるはやさはどのように変化するだろうか。

◆ 自分の考え（下の回答例は見ないようにして自分で考えてみよう。）

ここで、ガリレオの生徒が考えた回答は2つ。

回答 a：重い物体（鉄球）がはやく落ち、軽い物体（ビー球）がゆっくり落ちようとするから、この物体は、落ちるのをビー玉に邪魔されて、鉄球1個が落ちるよりおそく落ちるはず

回答 b：この物体は、鉄球にビー玉がついているので、鉄球1個よりも重くなる。だから鉄球1個が落ちるよりはやく落ちるはず

さて、アリストテレスの考えが正しいとすると、この2つの回答はどちらも正しそうです。しかし1つの実験から2つの異なる結果がうまれてしまうのは、大きな矛盾です。このように矛盾のある理論は、前提から見直さなければいけません。ここでガリレオは『**物が落ちるときは、重さに関わらず同じはやさで落ちる**』と考えました。

そして実際に、真空中で羽毛と金属を同時に落下させる実験を行うと、この2つは同時に地面に到達します。ガリレオの考えが正しいことが、実際の実験でも証明できたのです。

＊実際に地球で同じ実験をすると、金づちの方がはやく落ちます。なぜでしょう？

テーマ 7　重力加速度 g

『重いものも軽いものも、同じはやさで落ちる。』という言い方は正確には誤りであり、『**落ちている間の物体の加速度**は、重いものも軽いものも同じである』が正しい言い方です。そして、物体が落下するときの加速度は、地球上では鉛直下向きに約 9.8 m/s² と計測されました。　(『鉛直』とは水平線に対して垂直という意味)

重力加速度　・・・　物体が落下するときの加速度

地球上では、(鉛直下向きに 9.8 m/s²)

加速度なので単位は (m/s²)

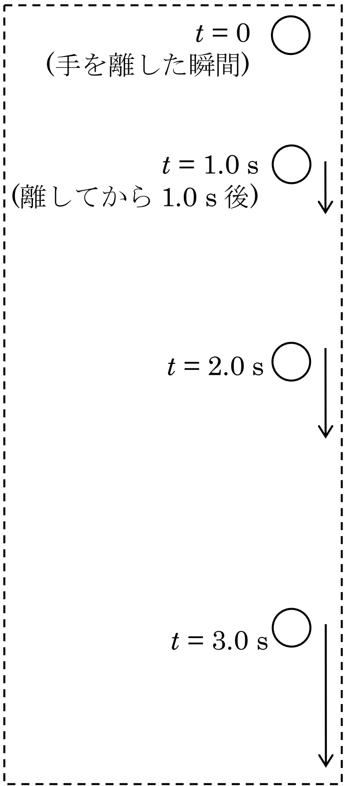
9.8 を文字で示すときは (g) を用いる。

(gravity の頭文字)

(g は、円周率 3.14 を文字で示すとき π とするのと同じ感覚。大きさが分からない数値を x と置く、とは違う)

モデル　地球上(重力加速度 9.8 m/s²)で物体をある高さから、静かに手を離して落下させた。1.0 s ごとの速度を考える。

≪イラスト≫



v_0 (初速度) = (0)　＊『静かに手を離す』は初速度が 0 のこと!!

重力加速度が 9.8 m/s² なので、1.0 s で(9.8 m/s)加速する

v_1 = (9.8 m/s)

1.0 s で(9.8 m/s)加速する

v_2 = (19.6 m/s)

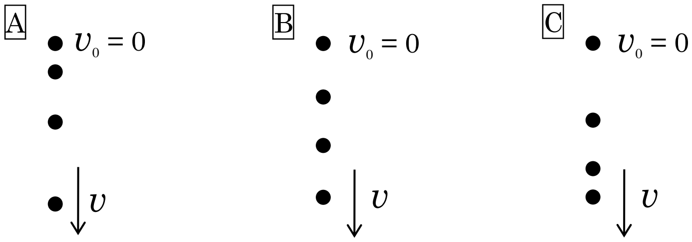
1.0 s で(9.8 m/s)加速する

v_3 = (29.4 m/s)

物体は重さに関わらず、1.0 s に 9.8m/s ずつ加速して落ちてゆくのだ。このような運動を落下運動といい、特に、初速度が 0 の落下運動を『自由落下』という。

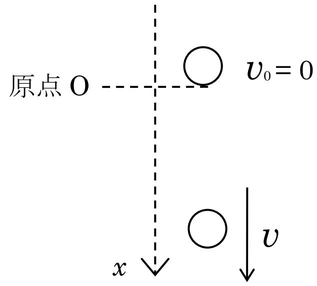
ConcepTest 4

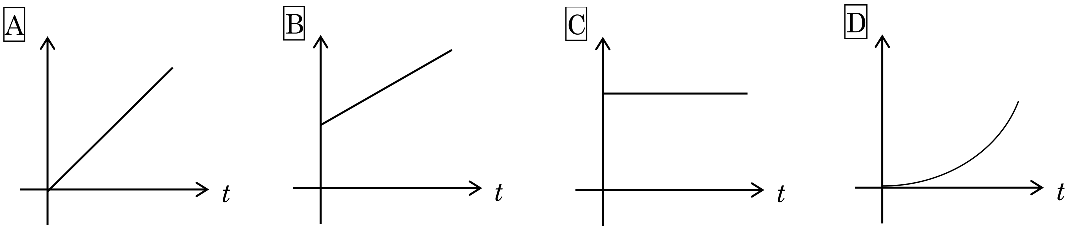
ある物体を静かに手離したときのストロボ図として正しいものは次の A～C のうちどれか。



ConcepTest 5

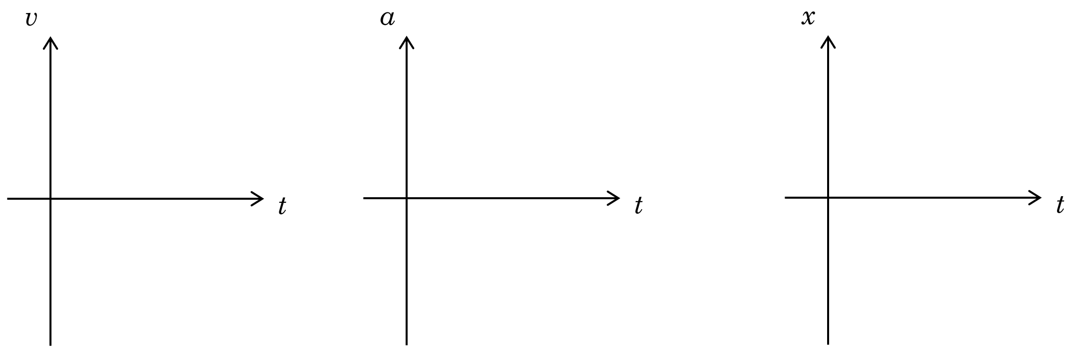
ある物体を静かに手離したときの、$v-t$ グラフ、$a-t$ グラフ、$x-t$ グラフを示すものをそれぞれ次の A～D から選べ。ただし、手を離した点を原点 O とし、鉛直下向きに軸をとるものとする。





ConcepTest 6

ある物体を静かに手離したときの、$v-t$ グラフ、$a-t$ グラフ、$x-t$ グラフの概形をそれぞれ示せ。ただし、手を離した点を原点 O とし、鉛直上向きに軸をとるものとする。



ConcepTest 4　解説　解答　A

物体が落下するときは加速度 9.8 m/s² で加速していく。（1 秒に 9.8 m/s ずつ速くなる）
だんだん速くなるので、だんだんと間隔が広くなっていくストロボ図が正しい。よって A

ConcepTest 5　解説　解答　$v-t$: A　　$a-t$: C　　$x-t$: D

（$v-t$ グラフ）

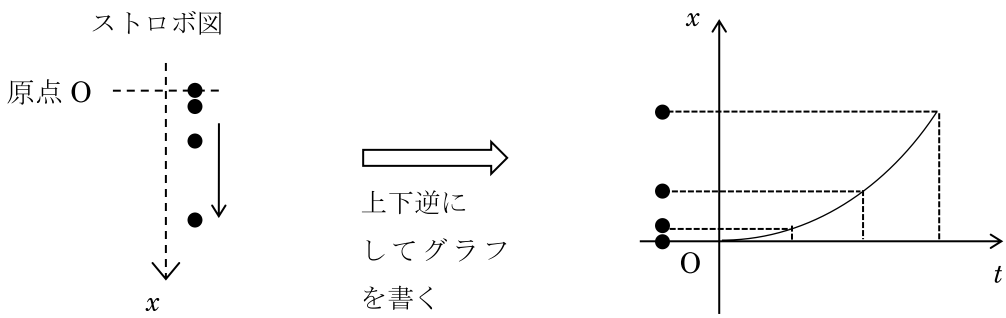
速度 v は、最初 0 から一定の間隔 9.8 m/s ずつ速くなっていくので、0 からスタートし、傾きが一定(直線)のグラフ A になる。

（$a-t$ グラフ）

加速度 a は、常に一定で 9.8 m/s²（文字で示すと g〔m/s²〕）なので、横に一直線のグラフ C となる。

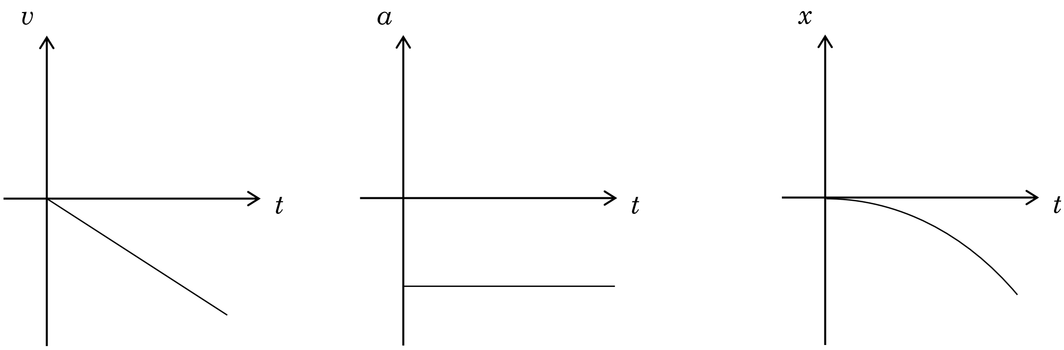
（$x-t$ グラフ）

$x-t$ グラフは、位置を示すグラフなので、正の向きを上向きにひっくり返した図を書いて、グラフにしてみよう。



だんだん間隔が大きくなるので、
曲線のグラフになる。よって D

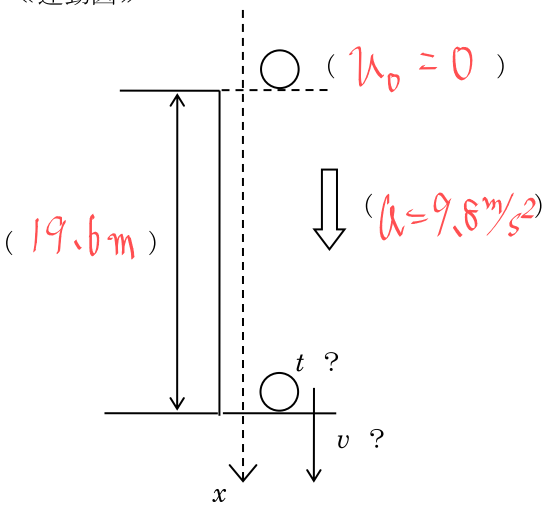
ConcepTest 6　解説　上向きを正とすると、ConcepTest5 と正負が逆になる。自分でストロボ図と運動図を書いたうえで、解答のグラフを書く練習をしておきましょう。加速度 a の大きさは-9.8 m/s²、または$-g$ と示すことができます。



テーマ 8　自由落下

モデル　高さ 19.6 m のビルの屋上から、小球を静かに落とした。重力加速度を 9.8 m/s² とする。物体が地面にぶつかるまでの時間や、地面にぶつかる直前の速さを考える。

≪運動図≫



≪ストロボ図≫

地面にぶつかるまでの時間について

$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ より

$19.6 = 0 \times t + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$

整理して

$19.6 = 4.9 t^2$

$t^2 = 4.0$

$t = \pm 2.0$

$t > 0$ なので、$t = 2.0$ s

地面にぶつかる直前の速さについて

左側の計算で、地面にぶつかる直前は手を離してから 2.0 s 後ということになる。

これを用いて、

$v = v_0 + at$ より

$v = 0 + 9.8 \times 2.0$

よって

$v = 19.6 \fallingdotseq 20$ m/s

＊ $v^2 - v_0^2 = 2ax$ でも求めることができる。

$v^2 - v_0^2 = 2ax$ より

$v^2 - 0^2 = 2 \times 9.8 \times 19.6$

整理して

$v^2 = 19.6 \times 19.6$

$v = \pm\sqrt{19.6^2}$

$v = \pm 19.6$

$v > 0$ なので、$v = 19.6 \fallingdotseq 20$ m/s

Point

自由落下は、

$v_0 = 0$　、　$a = 9.8$　($a = g$)

の等加速度運動

$\boxed{\text{問題 10}}$　高さ 44.1 m のビルの屋上から、小球を静かに落とした。重力加速度を 9.8 m/s² とする。以下の問いに答えよ。

(1) 手を離してから 1.5 s 後の物体の速度の大きさを求めよ。

(2) 手を離してから、物体が地面にぶつかるまでの時間を求めよ。

(3) 地面にぶつかる直前の物体の速度の大きさを求めよ。

≪運動図≫　　　　≪ストロボ図≫

$\boxed{\text{問題 10 解答}}$　(1) 15 m/s (14.7 m/s)　(2) 3.0 s　(3) 29 m/s (29.4 m/s)

$\boxed{\text{問題 10 解説}}$

(1) 1.0 s に 9.8 m/s 加速するので、

1.5 s 後の速度は、

9.8×1.5 = 14.7 ≒ 15 m/s

＊公式を用いると、

$v = v_0 + at$ より

$v = 0 + 9.8 \times 1.5$

$v = 14.7$ ≒ <u>15 m/s</u>

(2) $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ より

$44.1 = 0 \times t + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$

整理して

$44.1 = 4.9t^2$

$t^2 = 9.0$

$t = \pm 3.0$

$t > 0$ なので　$t =$ <u>3.0 s</u>

(3) (2)の答えより、地面にぶつかる直前は手を離してから 3.0 s 後ということになる。

これを用いて、

$v = v_0 + at$ より

$v = 0 + 9.8 \times 3.0$

よって

$v = 29.4$ ≒ <u>29 m/s</u>

コラム　問題集などに載っている落下運動の公式

自由落下の公式
$v = gt$
$y = \frac{1}{2}gt^2$
$v^2 = 2gy$

フォローアップや、その他問題集には、左のような公式が、自由落下の公式として載っている。
しかし、**これを覚えるということを絶対にしてはいけない!!**

落下運動は、等加速度運動の一種であり、今までに学習した等加速度運動の 3 つの公式を変形しただけなのだ。

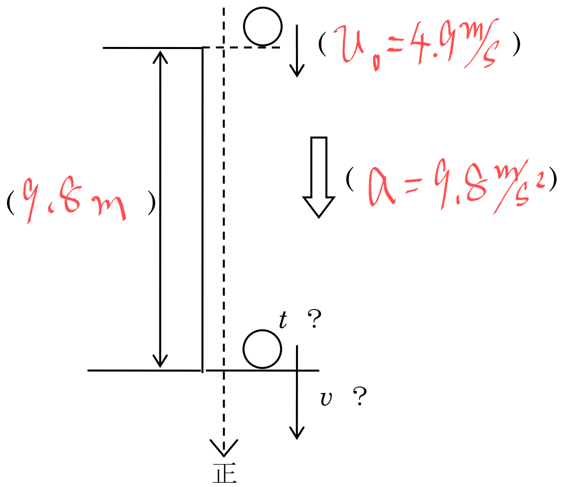
等加速度運動の公式
$v = v_0 + at$
$x = v_0t + \frac{1}{2}at^2$
$v^2 - v_0^2 = 2ax$

左の等加速度運動の公式で、自由落下の条件を代入すると、
$v_0 = 0$　、$a = g$　、$x = y$ (縦の動きだから x が y に変わっている)
を代入することになり、そうなると、自由落下の公式となる。
解答解説では落下運動の公式で解説されるが、惑わされず、**等加速度運動の公式**を使っていこう。

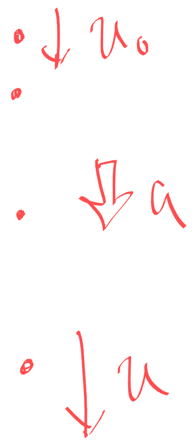
テーマ 9 鉛直投げ下ろし

モデル　高さ 9.8 m のビルの屋上から、小球を鉛直下向きに 4.9 m/s で投げ出した。重力加速度を 9.8 m/s² とする。物体が地面にぶつかるまでの時間や、地面にぶつかる直前の速さを考える。

≪運動図≫



≪ストロボ図≫



地面にぶつかるまでの時間について

$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ より

$9.8 = 4.9 \times t + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$

整理して

$9.8 = 4.9t + 4.9t^2$　両辺を 4.9 で割る

$2 = t + t^2$

$0 = t^2 + t - 2$

$0 = (t+2)(t-1)$

$t = -2.0, 1.0$

$t > 0$ なので、$t =$ 1.0 s

＊落下運動では、ほぼ必ず『9.8』という数字が出てくるので、『9.8』やその半分の『4.9』で両辺を割り、数字を簡単にすることが多い。**立式の後、全体を割り算できないか**を意識してみよう。

地面にぶつかる直前の速さについて

左の計算で、地面にぶつかる直前は手を離してから 1.0 s 後ということになる。
これを用いて、

$v = v_0 + at$ より

$v = 4.9 + 9.8 \times 1.0$

よって

$v = 14.7 \fallingdotseq$ 15 m/s

＊ $v^2 - v_0^2 = 2ax$ でも求めることもできるが、ルートの計算が大変で、電卓がないと厳しい。

Point

鉛直投げおろしは、
v_0 が鉛直下向き、$a = 9.8$ （$a = g$）
の等加速度運動

問題 11　高さ 19.6 m のビルの屋上から、小球を鉛直下向きに 14.7 m/s の速度で投げ出した。重力加速度を 9.8 m/s² とする。以下の問いに答えよ。

(1) 手を離してから 0.50 s 後の物体の速度の大きさを求めよ。

(2) 手を離してから、物体が地面にぶつかるまでの時間を求めよ。

(3) 地面にぶつかる直前の物体の速度の大きさを求めよ。

≪運動図≫　　≪ストロボ図≫

問題 11 解答　(1) 20 m/s (19.6 m/s)　(2) 1.0 s　(3) 25 m/s (24.5 m/s)

問題 11 解説

(1) 1.0 s に 9.8 m/s 加速するので、

0.50 s 後の速度上昇分は、

$9.8\times0.50 = 4.9$

最初の速度が 14.7 m/s なので後の速度は

$14.7 + 4.9 = 19.6$ m/s ≒ 20 m/s

＊公式を用いると、

$v = v_0 + at$ より

$v = 14.7 + 9.8\times0.50$

$v = 19.8$ ≒ 20 m/s

(2) $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ より

$19.6 = 14.7\times t + \frac{1}{2}\times9.8\times t^2$

整理して

$19.6 = 14.7t + 4.9t^2$　両辺を 4.9 で割る

$4 = 3t + t^2$

$0 = t^2 + 3t - 4.0$

$0 = (t+4)(t-1)$

$t = -4.0$, 1.0

$t > 0$ なので　$t =$ 1.0 s

(3) (2)の答えより、地面にぶつかる直前は

手を離してから 1.0 s 後ということになる。

これを用いて、

$v = v_0 + at$ より

$v = 14.7 + 9.8\times1.0$

よって

$v = 24.5$ ≒ 25 m/s

テーマ 10 鉛直投げ上げ

例題　高さ 19.6 m のビルの屋上から、鉛直上向き 14.7 m/s の速度で物体を投げ出した。重力加速度を 9.8 m/s² とする。

(1) ボールを投げ出してから、物体が最も高い位置に到達するまでの時間は何秒か。

(2) ボールを投げ出してから、再び投げだした点まで戻ってくるまでの時間は何秒か。

(3) 再び投げ出した点に戻ってきたときのボールの速度はいくらか。

(4) ボールを投げ出してから、地面に到達するまでの時間は何秒か。

(5) 地面にぶつかる直前の物体の速度はいくらか。

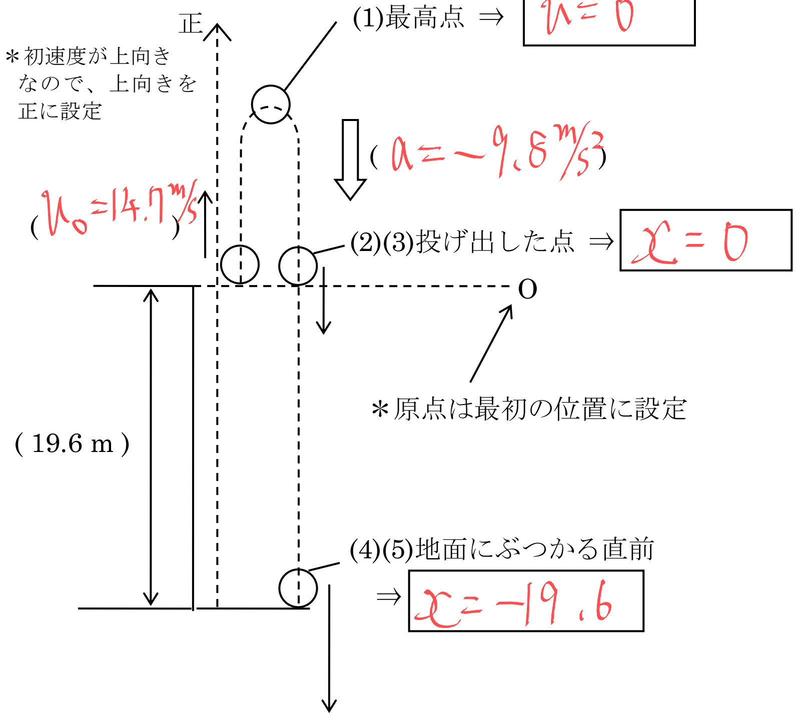
例題 解答　(1) 1.5 s　(2) 3.0 s　(3) 鉛直下向きに 15 m/s (14.7 m/s)

(4) 4.0 s　(5) 鉛直下向きに 25 m/s (24.5 m/s)

例題 解説

≪運動図≫　各問題のポイントとなる値をチェックしよう。

≪ストロボ図≫



Point

正の向きの設定と、符号のつけ忘れに注意!!

例題 解説の続き

(1) 最高点の速度 v は 0 なので、

$v = v_0 + at$ より

$0 = 14.7 + (-9.8) \times t$

t について解いて

$t = \underline{\underline{1.5\ \mathrm{s}}}$

(2) 投げ出した点での変位 x は 0 なので

$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ より

$0 = 14.7t + \frac{1}{2}(-9.8)t^2$

整理して

$0 = 14.7t - 4.9t^2$

$0 = 3t - t^2$

t について解いて

$0 = t(3 - t)$

$t = 0\ ,\ 3.0$

$t > 0$ なので、$t = \underline{\underline{3.0\ \mathrm{s}}}$

(3) $t = 3.0$ s ということが分かったので、

$v = v_0 + at$ より

$v = 14.7 + (-9.8) \times 3.0$

$v = -14.7 \fallingdotseq -15$ m/s

よって、<u>鉛直下向きに 15 m/s</u>

(4) 地面にぶつかる直前の変位 x は -19.6 なので

$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ より

$-19.6 = 14.7 \times t + \frac{1}{2} \times (-9.8) \times t^2$

整理して

$-19.6 = 14.7t - 4.9t^2$

$-4 = 3t - t^2$　両辺を 4.9 で割る

$0 = -t^2 + 3t + 4.0$

$0 = t^2 - 3t - 4.0$

$0 = (t - 4)(t + 1)$

$t = 4.0\ ,\ -1.0$

$t > 0$ なので　$t = \underline{\underline{4.0\ \mathrm{s}}}$

(5) $t = 4.0$ とわかったので、

$v = v_0 + at$ より

$v = 14.7 + (-9.8) \times 4.0$

$v = -24.5 \fallingdotseq -25$ m/s

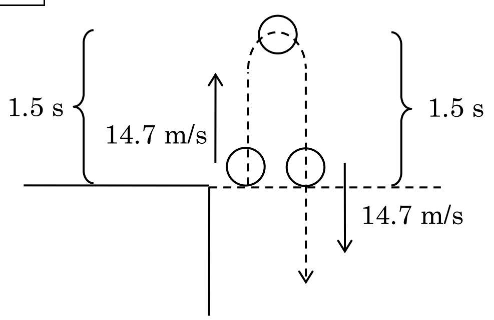
よって、<u>鉛直下向きに 25 m/s</u>

Point

鉛直投げ上げは、
v_0 が鉛直上向き、$a = -9.8$（$a = -g$）
の等加速度運動（上向き正）

コラム　運動の対称性

例題で、投げ出してから、再び投げ出した点に戻ってくるまでの運動に着目すると、



左図のように、

1.5 s で最高点まで上がり、同じく
1.5 s で手元に戻ってきている。

14.7 m/s で投げ上げたものが、同じく
14.7 m/s で戻ってきている。

ということが分かる。

このような運動を『対称性のある運動』と呼んだりする。物理では物がどのように動いているかをイメージできるかが大切。『対称性』という視点も持ってイメージをしましょう。

ConcepTest 7

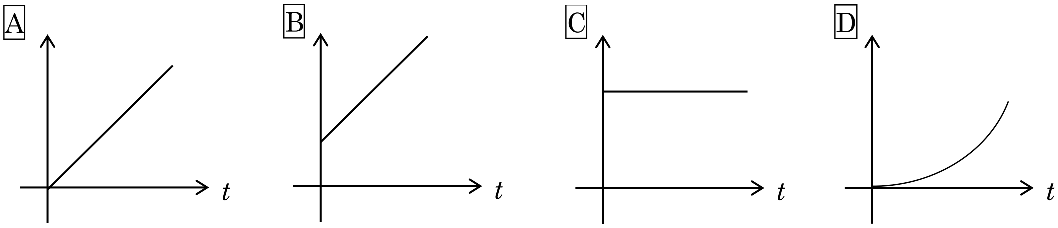
物体をある高さから静かに落下させると、その物体は 9.8 m/s² の加速度で落下した。もし物体を下向きに投げ下ろしたとすると、物体の加速度はどうなるか。ただし空気抵抗は無視できるものとする。

(ア) 9.8 m/s² より小さくなる。　　(イ) 9.8 m/s² である。

(ウ) 9.8 m/s² より大きくなる。　　(エ) 情報が足りないため分からない

ConcepTest 8

鉛直下向きに物体を投げおろした。このときの $v-t$ グラフをと $a-t$ グラフの概形として正しいものを選びなさい。ただし、鉛直下向きを正とする。



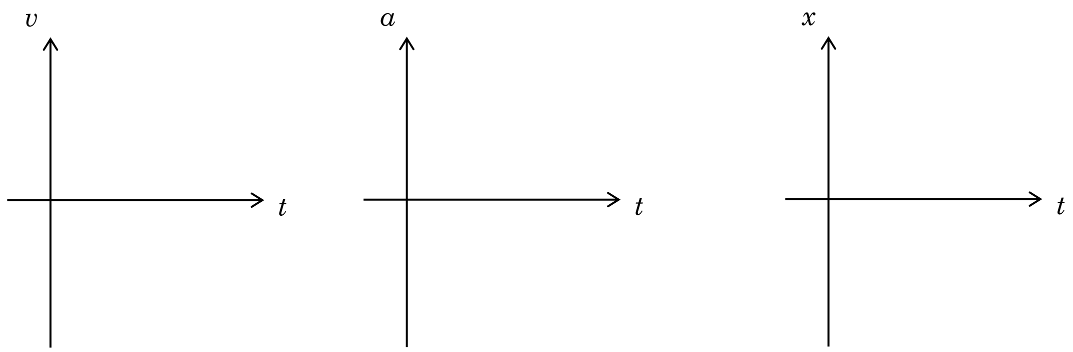
$\boxed{\text{ConcepTest 9}}$

鉛直上向きにボールを投げた。ボールが最高点に達したときについて正しいものを選べ。

(ア) 速度、加速度が 0 である。
(イ) 速度は 0 ではなく、加速度は 0 である。
(ウ) 加速度は 0 ではなく、速度は 0 である。
(エ) 速度、加速度は 0 ではない。

$\boxed{\text{ConcepTest 10}}$

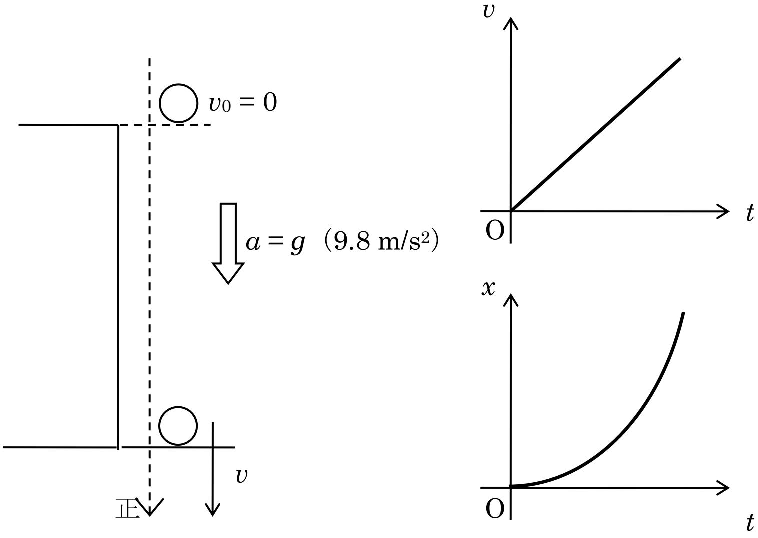
鉛直上向きにボールを投げた。このときの $x-t$、$v-t$、$a-t$ グラフの概形を書きなさい。ただし、投げ上げた点を原点とし、上向きを正とする。



発展　落下運動のグラフ

落下運動の x−t グラフや v−t グラフを書いてみると下図のようになる。
自分でグラフの大まかな形を書けるようになっておこう。
（『形を覚える』ではなく、『なぜその形になるのかを理解』する!!）

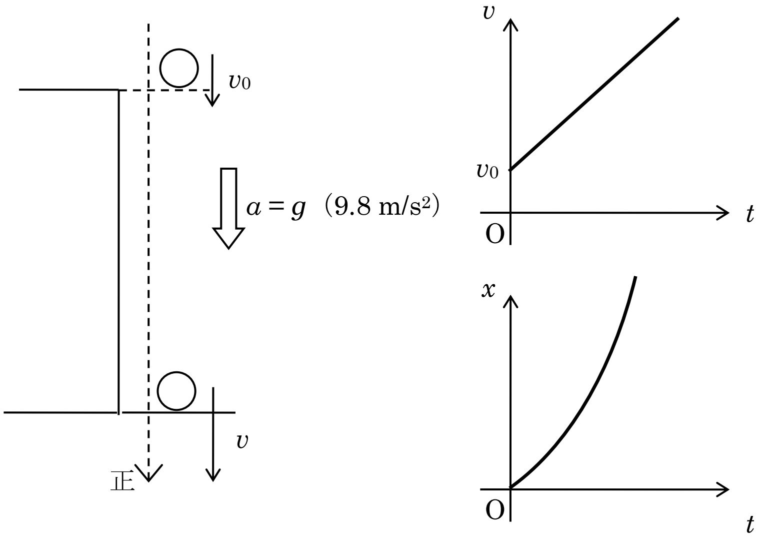
① 自由落下



最初が 0 で、
一定の割合(g、9.8 m/s²)で
大きくなっていくグラフ

だんだん速さが大きくなるので、だんだん傾きが急になるグラフ。

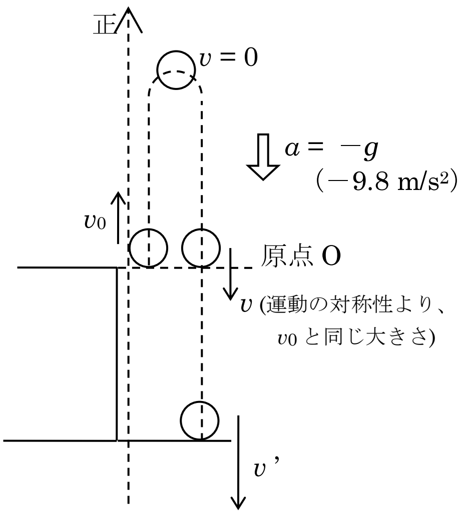
② 鉛直投げおろし

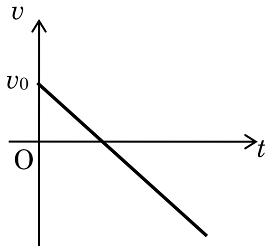


最初が v_0 で、
一定の割合(g、9.8 m/s²)で
大きくなっていくグラフ

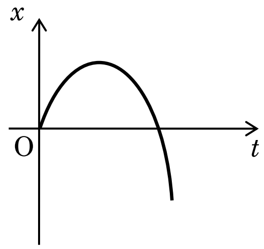
だんだん傾きが急になるグラフ。初速度があるので自由落下より最初の傾きが大きくなる。

③ 鉛直投げ上げ





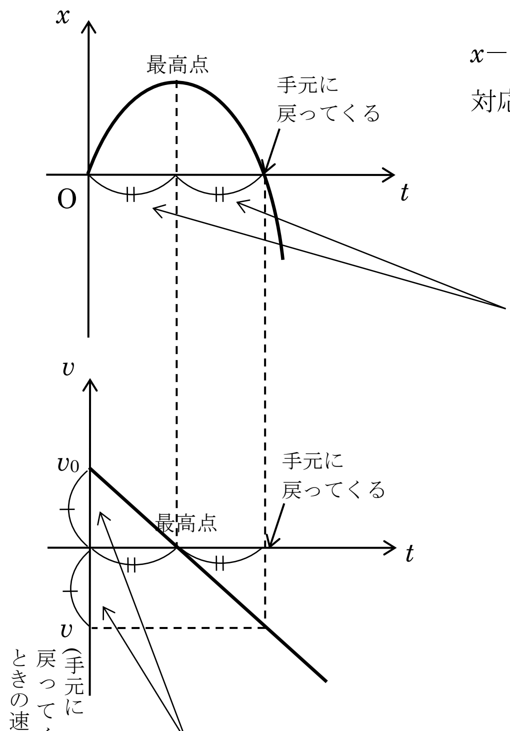
最初が v_0 で、
一定の割合(g、9.8 m/s²)で
変化していくグラフ。
＊正の向きに注意する。



始めは正の向きに動き、
最高点に達した後、負の向きに下がっていくグラフ。
速度に応じて傾きが変化するので曲線になる。

グラフで見る運動の対称性

鉛直投げ上げでは、運動の対称性があった。グラフからも対称性を見出すことができる。



$x-t$ グラフの各場所と、$v-t$ グラフを
対応させると左図のようになる。

投げ出してから最高点までの時間と、
最高点から戻ってくるまでの時間は
2 次関数のグラフの特徴から
同じになるとわかる!!

横軸の長さの関係から、v_0 と v の大きさが同じになるとわかる!!

ConcepTest 11

14.7 m のビルの屋上から鉛直上向き 9.8 m/s の速度で物体を投げ出した。物体が地面に着くまでの時間を求めたい。空欄に入る適切な数値や式を答えよ。ただし、重力加速度を 9.8 m/s^2 とする。

右図 1 のように、投げ出した点を原点 O とし、上向きを正とすると、物体が地面に着くまでの変位 x は、$x =$ (1) といえる。また、物体を投げ出してから物体が地面にぶつかるまでの時間を t とすると、公式 $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ より、 (2) と立式でき、t について解くと、$t =$ (3) と計算できる。

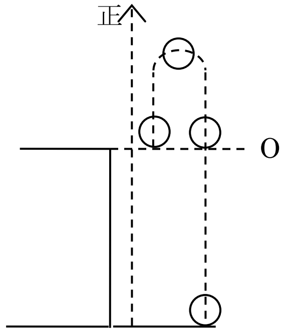


図 1

今度は、違う考え方で地面に着くまでの時間 t を考える。

まず、下図 2 のように、ボールを投げ出してから最高点に達するまでの時間を t_1 と置くと、最高点の速度が (4) であることから、$t_1 =$ (5) と計算でき、また、ビルの屋上から最高点までの距離は (6) 、地面から最高点までの距離は (7) とわかる。

次に、図 3 のように最高点に原点 O を設定し、下向きを正とすると、最高点から地面までの運動は、初速度 $v_0 =$ (8) 、加速度 $a =$ (9) の等加速度運動といえ、最高点から地面までかかる時間を t_2 と置くと、$t_2 =$ (10) と計算できる。

物体を投げ出してから、地面に着くまでの時間 t は $t_1 + t_2$ といえるので、$t =$ (11) といえる。

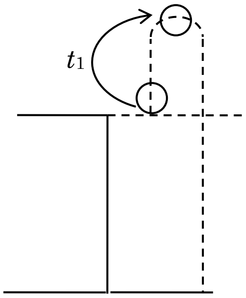


図 2

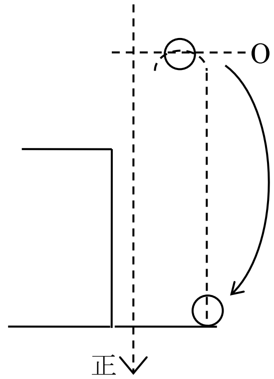


図 3

$\boxed{\text{ConcepTest11 解答}}$ (1) －14.7 m (2) $-14.7 = 9.8t + \frac{1}{2}(-9.8)t^2$

(3) 3.0 s (4) 0 (5) 1.0 s (6) 4.9 m (7) 19.6 m

(8) 0 (9) (+) 9.8 m/s^2 (10) 2.0 s (11) 3.0 s

$\boxed{\text{ConcepTest11 解説}}$

(1) 変位は『最初と最後の位置の変化』であることに注意する。原点から 14.7 m 低い位置に移動しているので、変位は－14.7 m となる。

(2) 公式に代入すれば、

$-14.7 = 9.8t + \frac{1}{2}(-9.8)t^2$ となる。

(3) (2)の式を整理し、t について解くと、

$-14.7 = 9.8t + \frac{1}{2}(-9.8)t^2$

$-14.7 = 9.8t - 4.9t^2$

$-3 = 2t - t^2$

$0 = t^2 - 2t - 3$

$0 = (t-3)(t+1)$

$t = 3.0$ または-1.0

$t > 0$ なので、$t = 3.0$ s

(4) 最高点では物体の速度は 0 となる。

(5) $v = v_0 + at$ より、

$0 = 9.8 + (-9.8) \times t_1$

$t_1 = 1.0$ s

(6) $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ より、

$x = 9.8 \times 1.0 + \frac{1}{2} \times (-9.8) \times 1.0^2$

$x = 4.9$ m

(7) (6)で求めた 4.9 m はビルの屋上から最高点までの距離なので、地面から最高点までの距離はビルの高さを足して、

$14.7 + 4.9 = 19.6$ m

(8) 最高点では速度が 0 なので、0

(9) 下向きが正なので、加速度 a は+ 9.8 m/s^2

(10) 地面から最高点までの高さは(7)より 19.6 m とわかるので、

$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ より、

$19.6 = 0 \times t_2 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t_2{}^2$

整理して t_2 について解くと、

$19.6 = 4.9t_2{}^2$

$4.0 = t_2{}^2$

$t_2 = \pm 2.0$

$t > 0$ なので $t_2 = 2.0$ s

(11) $t_1 + t_2$ をすると

$1.0\ \text{s} + 2.0\ \text{s} = 3.0\ \text{s}$

違う方法で出した(3)の結果と同じになる。