

§ 力学 I-1 章 運動の表し方

《準備》 単位と文字

単位 数値の後ろにつけ、何の量かを示すもの。

文字 数値が不明なときなどに、数字の代わりに置き換えた文字のこと。

例

速さの文字

v (ひ みたいに書く)

読み方: プイ

velocity: 『速さ』の頭文字

15 m/s

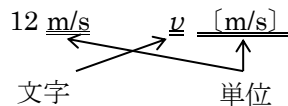
↓ これを文字で表すと…

v [m/s] となる。

数学で、未知数を x と置いて解くことがあるが、文字はその物理版。
 でてくる未知数が多いので、 x とは置かずに文字の使い分けがある程度きまっているのだ。
 (速さは v 、質量は m 、時間は t 、距離は x 、 s 、 l 、 h など)

まとめ

数値の代わりが文字!!
文字や数値の後ろにつけるのが単位!!



*単位についている [] はなにか?

単位は数値が何の量なのか示すもの ですが、実は文字の中には既に意味が含まれています。(v と言われれば速さとわかるように!!) しかし、それが [m/s] なのか [km/h] なのか、など詳しいことはわからないので、補足説明が必要です。だから文字にも単位をつけるときが多いです。(つけないときもあります。)

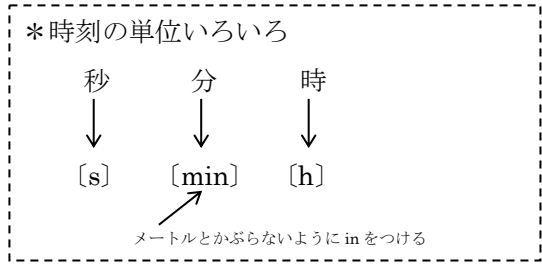
そして、『文字に既に含まれている意味』と、『単位により示される意味』と二重で意味を持たせないように、『今つけてる単位はただの補足説明ですよ』『すでに文字で意味は示されてるから、単位を書かなくても別にいいんですよ、』という意味で [] をつけるのです。 要するに実数の時は [] をつけない、文字のときは [] をつける。

テーマ1 4つの基本量

我々は車道を走る車を見たとき、「今この瞬間（**時刻**）」「自分からどれくらい離れているか（**位置**）」「どの向きにどれくらいの速さで動いているか（**速度**）」「加速しているか、減速しているか（**加速度**）」を瞬時に判断できる。脳の情報処理能力は、すごく高いのだ。この4つの情報が物理学で重要度が高いものになる。

① **時刻・時間**・・・時の流れを示すもの。

文字 t ティー
 単位 [s] ←読みは『びょう』
 または『セカンド』



② **位置**・・・座標のこと。

文字 x エックス (y や l や s や h など使われることがある。臨機応変に)
 単位 [m]

* **変位**・・・**位置の変化**。物体が移動したときの距離を変位といたりする。

☆ 図で整理

2.0 s 間で、球は x 座標 3.0 m の位置から、 x 座標 8.0 m の位置に動いた!!
 変位は $8.0 - 3.0 = +5.0$ m

Point

\sim の変化 = (後) - (前)

(\sim の増加量)

キーワード

『変化といえば後 - 前』超大事!!呪文のようにとなえよう

公式

変位 $x = (\text{後})x - (\text{前})x$

運動の表し方 3

③ **速度** …… 単位時間当たりの変位

↓
1 秒、1 分、1 時間、1 日 など。(単位〇〇とは 1 のつく〇〇、という意味)

文字 v プイ (ひ みたいに書く習慣をつけて!)

単位 [m/s] 読み方 メートル毎秒

* 『毎〇〇』は『1〇〇ごとに』という意味。
メートル毎秒は『1 秒ごとに、何メートル進むか』を示す。記号の並びをただ覚えるのではなく、言葉で、単位を理解しておこう

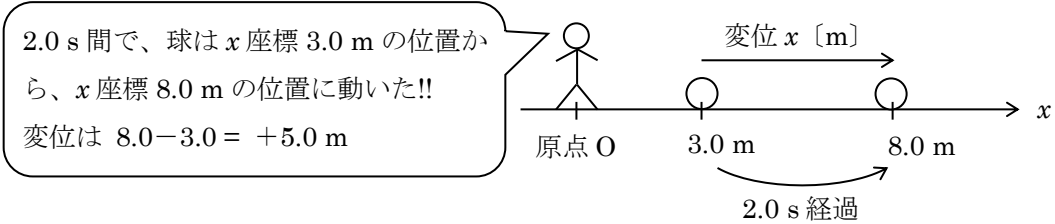
* **速さ** …… 速度の大きさ

物理では

『速度』は 向き+大きさ
『速さ』は 大きさのみ という区別がある。

『東向きに 5.0 m/s』とか『負の向きに 5.0 m/s』とか『-5.0 m/s』は『速度』
上記の 3 つの『速さ』はすべて『5.0 m/s』といった感じ。
数学の絶対値のようなイメージのものを物理では『大きさ』という。

☆ 図で整理 (前ページと同じモデル)



このとき物体の速度はいくらだろうか。速度の定義『1 秒あたりの変位』を考える。

変位 (位置の変化) は『後-前』なので、 $8.0 - 3.0 = +5.0$

これが 2.0 s 間に行われているので、1 s あたりは、 $\frac{+5.0 \text{ m}}{2.0 \text{ s}} = +2.5 \text{ m/s}$

x 軸正の向きに 2.5 m/s といえるのだ。

これを公式にすると、

$$\text{速度} = \frac{\text{変位}}{\text{経過時間}}$$

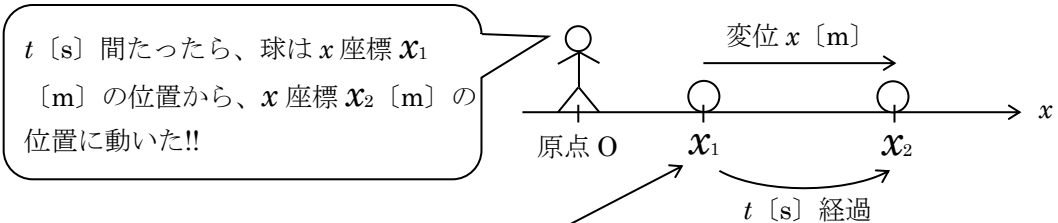
といえ、文字で示すと

公式

$$v = \frac{x}{t}$$

となる。

☆ 図と文字で整理



* x_1 、 x_2 …… 同じ物理量をたくさん文字でおこななければいけないときは、右下に数字やアルファベットを小さく書く。今回は、前と後で、2か所、座標が出てきているので x_1 、 x_2 と番号を振った。 $x_{前}$ 、 $x_{後}$ とかでも良い。区別できるような番号や言葉を振ろう。

以下の物理量を文字を用いて示してみよう。

変位・・・ $x = x_2 - x_1$

速度・・・ $v = \frac{x_2 - x_1}{t} = \frac{x}{t}$

変形 \Rightarrow $x = vt$
速度×時間で変位が出る！！

問題 1 以下の問いに答えよ。

- (1) 物体が 30 s 間に 60 m 移動したとき、その間の速さは何 m/s か。
- (2) 速さ 2.5 m/s で等速直線運動をする物体が、100 m 移動するのにかかる時間は何 s か。
- (3) 5.0 m/s は何 km/h か。
- (4) 72 km/h は何 m/s か。

運動の表し方 5

問題1解答 (1) 2.0 m/s (2) 40 s (3) 18 km/h (4) 20 m/s

問題1解説

- (1) 速さとは『1sに何m進むか』である。30sに60m進んでいるので、1sでは、 $60\text{ m} \div 30\text{ s} = \underline{2.0\text{ m/s}}$
- (2) 速さ2.5 m/sというのは、1sで2.5 m進むことである。よって、100 m 移動するには、 $100\text{ m} \div 2.5\text{ m/s} = \underline{40\text{ s}}$
- (3) m/sは1sに何m進むか、という単位。km/hは1時間で何km進むかという単位である。
 なので、1時間で何km進むか考えればよい。1sで5.0 m進むので、1時間(3600秒)では、
 $5.0\text{ m/s} \times 3600\text{ s} = 18000\text{ m} = 18\text{ km}$ 進むといえる。よって $\underline{18\text{ km/h}}$
- (4) km/hは1時間で何km進むか、という単位なので、それをもとに1sで何m進むか考えればよい。
 1時間で72 km \rightarrow 3600秒で72000 m \rightarrow 1秒で、 $72000\text{ m} \div 3600\text{ s} = \underline{20\text{ m/s}}$

Point
 しっかり日本語で単位の意味を捉えよう。
 小学校までよく教わる『きはじ』『はじき』の
 ような語呂合わせは絶対にやめましょう。
 応用力が付きません。

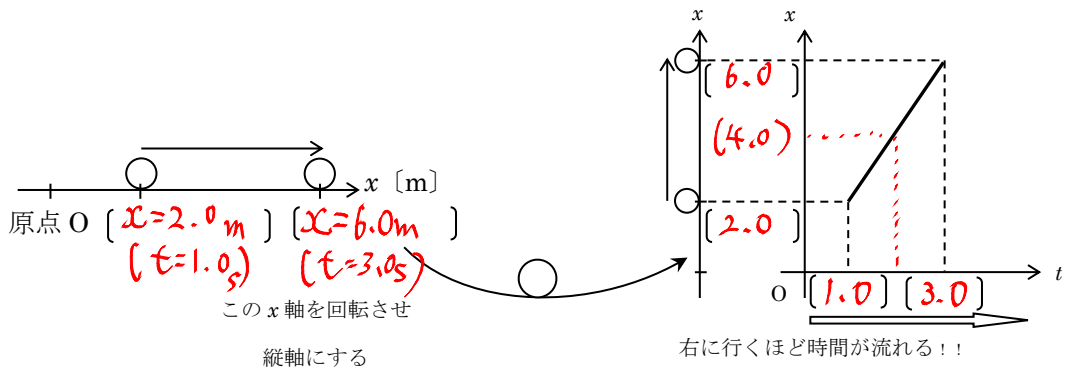
☆ $x-t$ グラフと、 $v-t$ グラフ

『○-△グラフ』とは、縦軸が○、横軸が△のグラフのこと!!

グラフをかいて、時間がたった時の物体の運動の変化を一目でわかるようにしよう。

モデル

等速直線運動する球が時刻 1.0 s のときに座標 2.0 m の位置、時刻 3.0 s のときに座標 6.0 m の位置にあった。

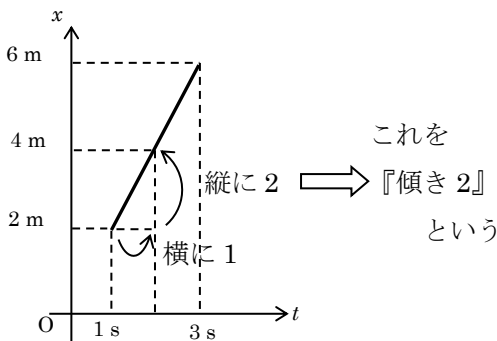


『1.0 s の時刻で、2.0 m の座標』『3.0 s の時刻で 6.0 m の座標』

2.0 s のときは? \rightarrow (4.0 m) の座標!!

グラフから読み取れるね!!

* **グラフの傾き** ... 傾きとは、『横に1いったとき、縦にいくついくか。』のこと。



$x-t$ グラフの傾きは、

『横(t)に1で縦(x)にいくついくか』

を考えていて、これは結局、

『1秒にいくつ進むか』なのだ。

これはまさに速度のことである。

『 $x-t$ グラフの傾き』は『速度』

といえる

問題 2 正の向きに 2.0 m/s の速度で等速直線運動する物体が、原点を出発し、 4.0 s 間進んだ。 4.0 s 間の変位を答えよ。また、この 4.0 s 間の $x-t$ グラフと $v-t$ グラフを書け。

Point

- I. 問題文『正の向き』・・・座標で考えるとき、原点から+に向かう、-に向かう、という形で、運動の方向を示すことがある。
- II. 問題文『 $v-t$ グラフ』・・・○-△グラフという書き方では、○が縦軸になる。
- III. **どんなに簡単な問題でも、絵をかいてどんな運動が起きているか書き示そう。**

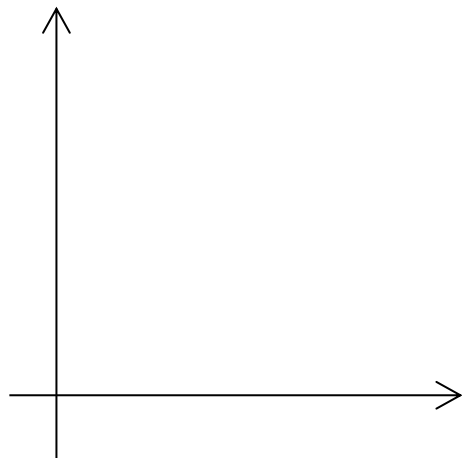
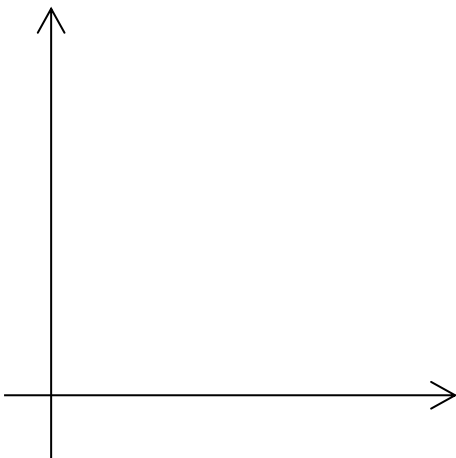
絵を書く意義は以下の3点。

- ・1度、問題文すべてを頭に通すことになる。
- ・問題の情報を整理できる。
→ 物理の問題文は無駄に難解な日本語で書かれます。
整理しないとミスをする!!
- ・イメージがわかないと、問題は絶対に解けなくなる。

『絵を書くこと』は物理で最も重要な点と言ってもいいです

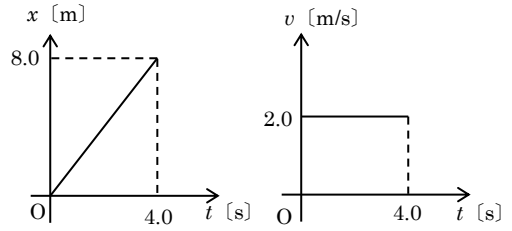
《イラスト欄》

《グラフ》



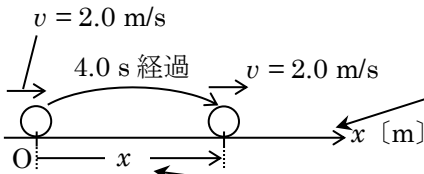
運動の表し方 7

問題 2 解答 変位：正の向きに 8.0 m (+8.0 m) グラフ：



問題 2 解説 簡単な問題でも、面倒でも、必ず絵を書くようにしよう。

《イラスト》



軸の向きもしっかり!!

問題で聞かれているものや、不明なもの
はどんどん文字で置こう。
(位置や変位なら x 、速度なら v)

このイラストを書いてしまえば、
もう問題文をみなくてもよくなる 値も見やすい

ここで、 v は、2.0 m/s つまり、1 秒で 2.0 m 進むのだから、

$x = 2.0 \text{ m/s} \times 4.0 \text{ s} = \underline{8.0 \text{ m}}$ (正の向きに 8.0 m。という意味を含めるため、+8.0 m と書いてもよい)

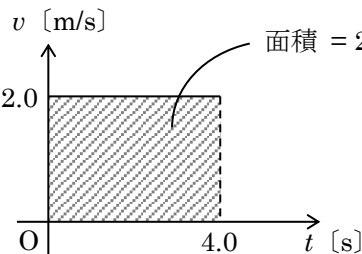
[グラフについて]

$x-t$ グラフは、原点をスタートしているのだから、時刻 0 s のときは原点 O の位置、そして、時刻 4.0 s のときは 8.0 m の位置にいるようなグラフを書けばよい。 $v-t$ グラフは、常に 2.0 m/s で動いているのだから、どの時刻でも 2.0 m/s であるようなグラフを書ける。真横に一直線なグラフは、普段見慣れていないので不安になるかもしれないが、物理ではよく出てくる。

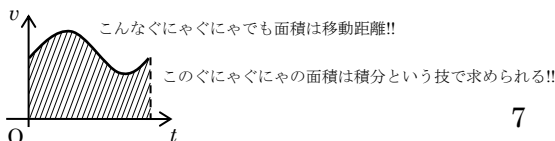
☆ ここで問題 2 の移動した距離 $x = 8.0 \text{ m}$ と、 $v-t$ グラフに注目してほしい!!

x は、 $2.0 \text{ m/s} \times 4.0 \text{ s}$ を計算して求めたが、これは $v-t$ グラフの面積であるではないか!!

(下記参照)



面積の計算方法は、縦×横。そして $v-t$ グラフの縦軸は v 、横軸は t 。よって『縦×横』は『 $v \times t$ 』のことを示していて、これは移動距離であるといえる 超大事!!

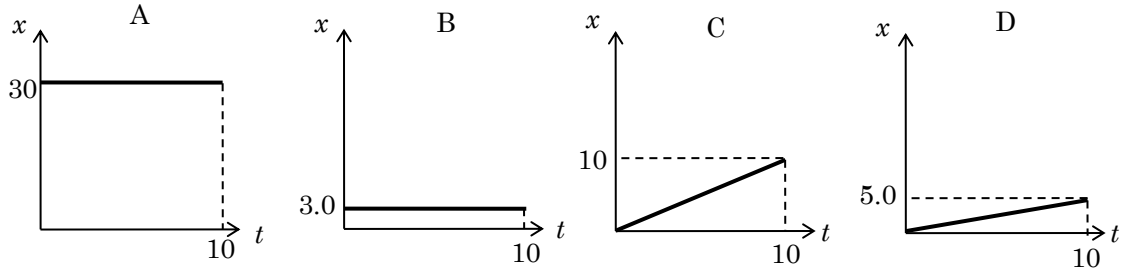


まとめ
 $x-t$ グラフの傾きは、速度
 $v-t$ グラフの面積は、距離

ConcepTest 1

A~C のグラフは、 x 軸上を運動する物体の時刻 t [s] と位置 x [m] の関係を表したものである。A~C の以下の物理量を比べ、大きい順に $>$ 、 $=$ を用いて並び替えよ (例: $A > B = C$)。また、その理由を説明せよ。

(1) 10 s 間での変位 (2) 時刻 5.0 s での物体の位置 (3) 時刻 5.0 s での速度



ConceptTest 1 解説 (1) $C > D > A = B$ (2) $A > C > B > D$ (3) $C > D > A = B$

(1) 変位について

変位は、位置がどれくらい変わったか、であり、

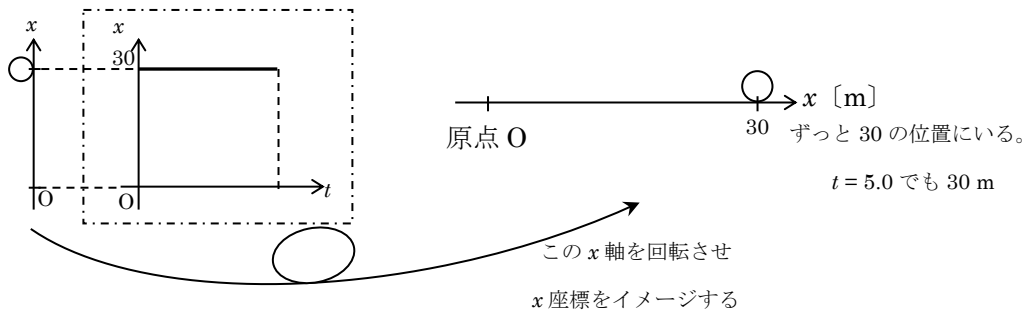
A : 0 (移動していない) B : 0 (移動していない) C : 10 m D : 5.0 m

とグラフから読みとれる。よって

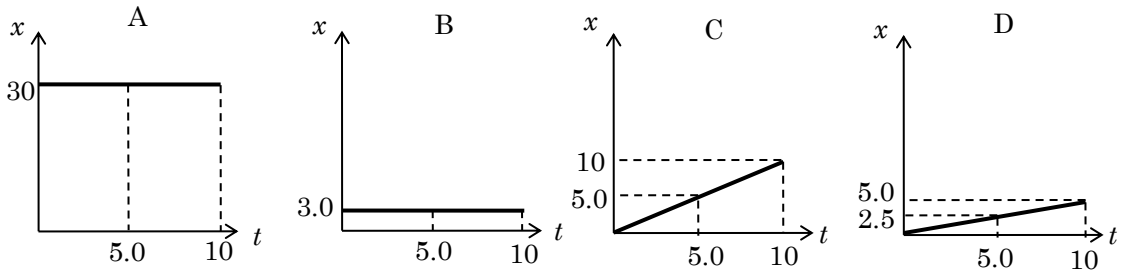
$$C > D > A = B$$

(2) 位置について

位置は『 x 座標のどこにいるか』のことである。縦の軸を横に倒すとイメージしやすい。例えば、Aのグラフを x 座標のイラストに直してみる。



同様に、他のグラフの $t = 5.0$ での位置を考えると、



A : 30 m ($t = 5.0$) B : 3.0 m ($t = 5.0$) C : 5.0 m ($t = 5.0$) D : 2.5 m ($t = 5.0$)

よって $A > C > B > D$

(3) 速度は $x-t$ グラフの傾きと考えることができる。よって

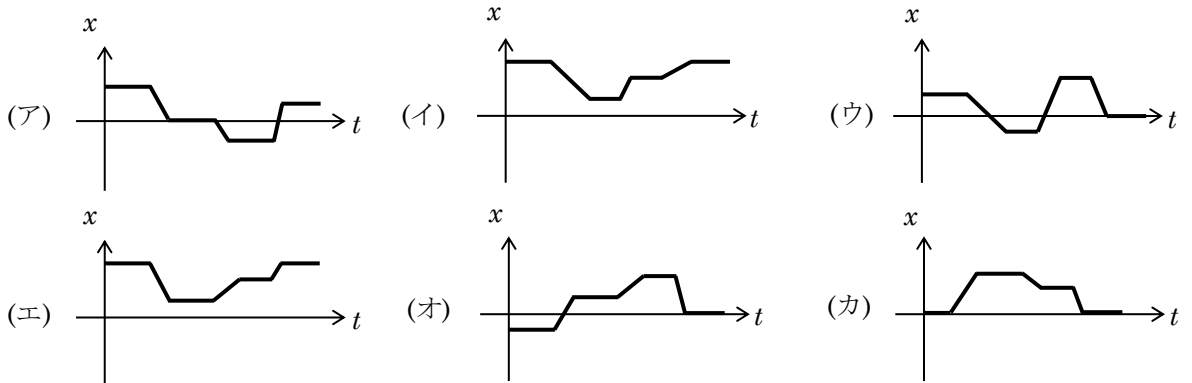
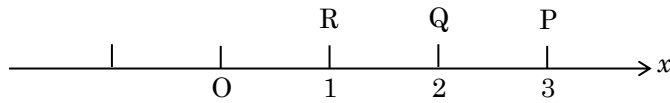
$C > D > A = B$ *CとDでは、Cの方が傾きが急であることがポイント!!

*AとBは動いていないので速度は0である。

CとDはグラフの値から速度を求めてもよい。Cは1.0 m/s、Dは0.50 m/sと求められる。

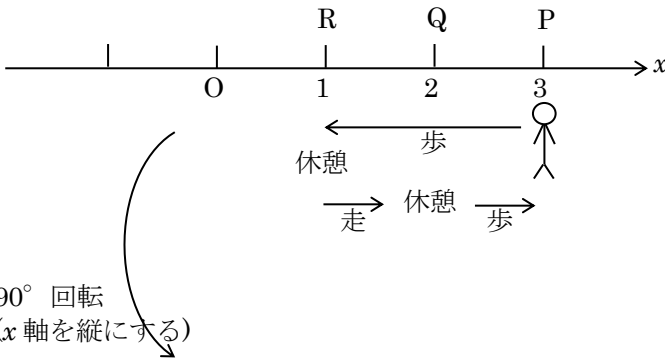
ConceptTest 2

右向きを正とした x 軸上に、下図のように P 点、Q 点、R 点、原点 O がある。P 点で立ち止まっていた人がしばらくしてから R 点に歩いて移動し、そこでしばらく止まっていた。その後、その人は走って Q 点に移動し少し休憩したあと、P 点まで歩いて移動した。以下のグラフの中で、この人の動きを示す $x-t$ グラフはどれか。

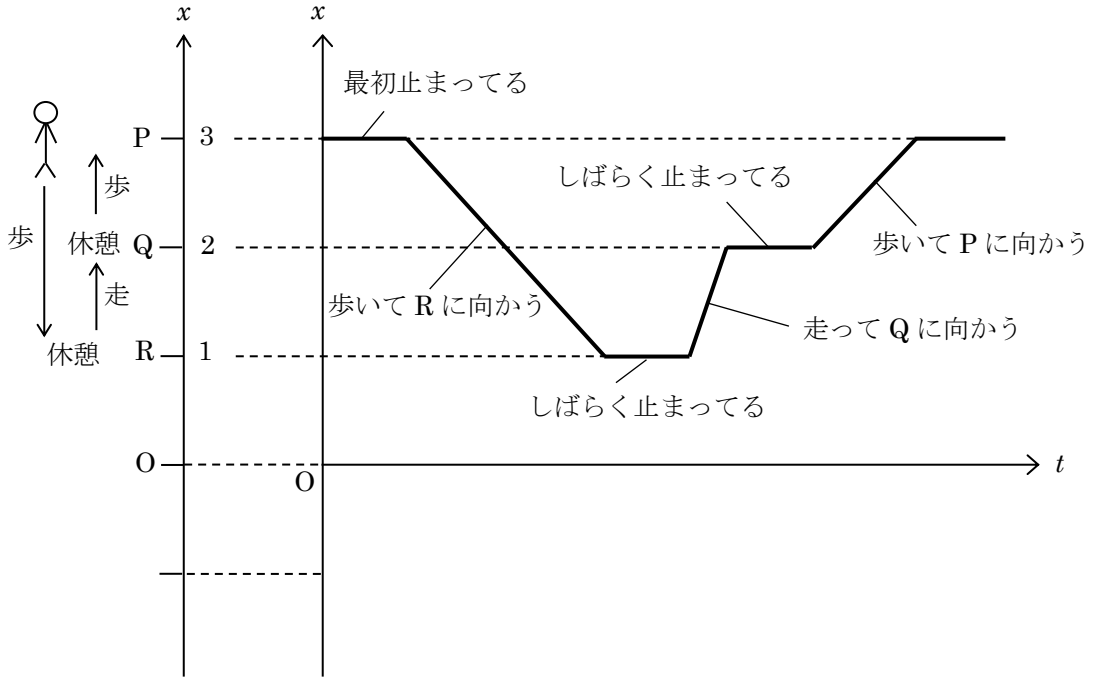


ConceptTest 2 解説 文章をきちんと図として、動画としてイメージできるかが重要。

今回の問題では、人は下図のような動きをしている。



このように、Rまで行ってUターン、という動きをしている。これを $x-t$ グラフに書き起こす際は、座標軸をそのまま縦に回転させてイメージしよう。



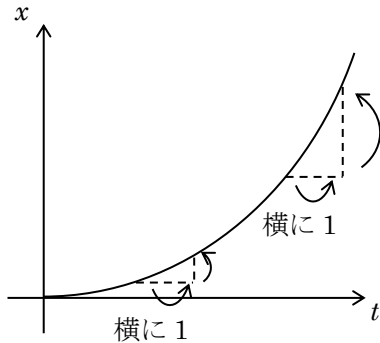
$x-t$ グラフとは、上の図のように、時間の流れにそって、物体がどの位置にいるかを示したものだ。走っているときは素早く移動しているので、グラフの傾きは急になる。

$x-t$ グラフの傾きは速度を示すのだ。

正しく、動きをグラフにしているのはイ。

☆ $x-t$ グラフの傾き応用編 ～平均の速度・瞬間の速度～

たとえば、以下のグラフを見てほしい。どんな運動をしているかイメージできるだろうか。



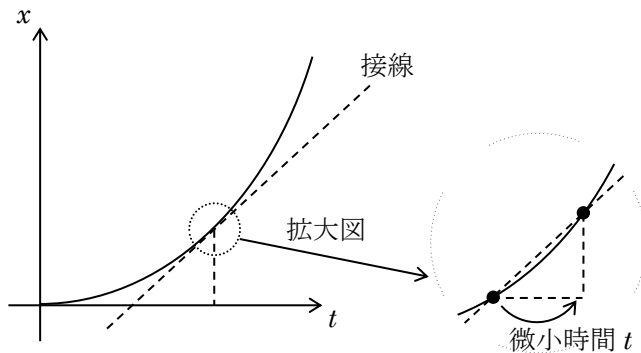
これは、物体が原点をスタートし、 x 軸の正の方向に運動しているグラフである。

ここで速度に注目！！

グラフの傾きで考えると、横に 1 いったときの、縦の変化具合は、後半の方が大きい。つまり、後半ほど速度が大きいということだ。

もし、30 秒で 60 m 進んだ。と言われれば、速度は 2.0 m/s と言いたくなる。しかし、このグラフのように速度が途中で変化していて、最初はゆっくり 1.0 m/s で移動し、後半は急いで 4.0 m/s で移動し、その結果合計で 30 秒かかったかもしれないのだ。このとき、 $60 \div 30 = 2.0 \text{ m/s}$ のように求める、『全体の変位 \div 全体の経過時間』を『平均の速度』という。

これに対して、時々刻々とかわる速度(車のスピードメーターをイメージしてほしい)のことを『瞬間の速度』という。これはどのように計算するのか。速度が変わる猶予がないほどの短い時間で、どれくらい移動したかを見ればいい。(たとえば 0.00001 秒で 0.003 m 移動、これで割り算!!) しかし、その計測は現実的ではない。そこで $x-t$ グラフを使うのである。

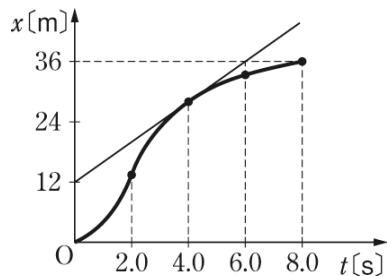


左図のように、グラフで、ほんの少しの時間(微小時間)での傾きを出せば、その瞬間の速度を計算できるのだ。この微小時間での傾きを示した線を接線という。

Point

$x-t$ グラフで
傾き大きい = 速度大きい
接線の傾き = 瞬間の速度

問題 3 右図の太い曲線は、 x 軸上を運動する物体の $x-t$ 図である。なお、細い直線は、時刻 4.0 秒における接線を示している。



- (1) 8.0 秒間の平均の速度 v [m/s] を求めよ。
- (2) 時刻 4.0 秒における瞬間の速度 v [m/s] を求めよ。
- (3) この間、物体が最も速く運動していたのは、時刻何秒ごろか。

問題 3 解答 (1) 4.5 m/s (2) 4.0 m/s (3) 2.0 s ごろ

問題 3 解説

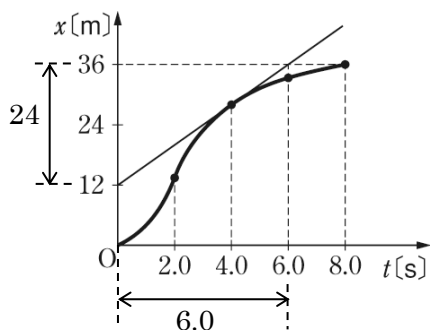
(1) 平均の速度は『全体の変位 ÷ 全体の経過時間』

$t = 8.0$ s のときに 36 m 地点にいることから、 $36 \text{ m} \div 8.0 \text{ s} = \underline{4.5 \text{ m/s}}$

(2) $t = 4.0$ s のときの接線である細い直線の傾きを出せばよい。『 $x-t$ グラフの傾きは速度』
接線の値がはっきりと読めるのは、 $t = 0$ で 12 m、 $t = 6.0$ で 36 m の 2 点である。

ここから傾きを求めると、横に 6 すすむ間に上に 24 上がるので、

$$24 \div 6.0 = \underline{4.0 \text{ m/s}}$$



(3) 『 $x-t$ グラフの傾きは速度』『接線の傾きがその時刻の瞬間の速度』なので、さまざまな場所で接線を考えて、傾きを比べよう。傾きが速度を示す。最も傾きが急になるのは、 $t = 2.0$ s のとき。

☆いよいよ『4つの基本量』の最後

④ **加速度** ……単位時間当たりの速度変化

文字 a エー

単位 $[m/s^2]$ 読み方 メートル毎秒毎秒 ←長い!! 読み方大切です

問題 4 車とバイクがレースを行った。静止した状態からスタートし、車は 4.0 s 後に 20 m/s に、バイクは 2.0 s 後に 18 m/s になった。どちらの加速度がどれだけ上か。

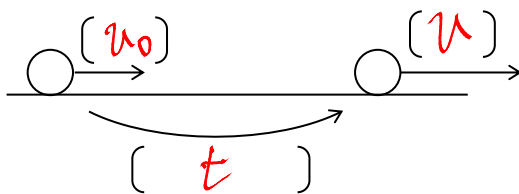
(解答はこのページ下部)

このように、『1秒でどれだけ速度が変化するか』を表したのが加速度である。

単位『メートル毎秒毎秒』は、『メートル毎秒』と『毎秒』の間で意味が区切れていて、1秒で何 m/s 変化するか。という意味なのだ。

☆文字で a を考える

モデル 初速度 v_0 で進む物体が t 秒間で、速度 v になった。



* **初速度 v_0** ……読み方 **ブイゼロ**
 初速度 v_0 は、『時刻 0 での速度』。簡単に言うと、『最初の速度』。右下に小さく 0(ゼロ)を書く

このとき、速度の変化は、 $v - v_0$ であることを考えて、 ←変化といえば(後)ひく(前)

公式
$$\text{加速度 } a = \frac{\text{速度変化}}{\text{経過時間}} = \frac{v - v_0}{t}$$
 となる。

*公式から単位を考えてみる

加速度 $a = \frac{\text{速度変化 } [m/s]}{\text{経過時間 } [s]} = \frac{[\frac{m}{s}]}{[s]} = [\frac{m}{s^2}] = [m/s^2]$ 式からも言葉の意味からも 単位を考えられるようになるう!

これで、『4つの基本量』はすべておしまい。本格的な高校物理の世界に突入します

問題 4 解答 バイクの方が、4.0 m/s² 大きい (車 : 5.0 m/s² バイク:9.0 m/s²)

問題 4 解説 加速度は、『1秒でどれくらい速度が変化しているか』である。

車は、4.0秒で 0 m/s から 20 m/s に加速している。1秒での速度変化は、20 m/s ÷ 4.0 s = 5.0 m/s²

バイクは、2.0秒で 0 m/s から 18 m/s に加速している。1秒での速度変化は、18 m/s ÷ 2.0 s = 9.0 m/s²

よって、バイクの方が 4.0 m/s² だけ加速度は大きい。

☆ストロボ図と運動図

皆さんがいま学んでいるのは、『物理基礎』という科目です。かなり手ごわい内容かと思いますが、この科目を勉強するにあたり、一番のコツが『図を書くこと』です。

図を書くことをサボると、本来の難易度以上に難しく感じてしまいます。

このページでは、『では、どのような図を書けばいいのか』というところを説明します。

① ストロボ図

一定時間ごとにフラッシュをたく装置をストロボといいます。ストロボを使って写真を撮ると、一定時間ごとの写真を撮影することができます。この写真を使うと、物体の『速度』を体感できるイラストがかけます。(スマホアプリ『モーションショット』で手軽にストロボ写真が撮れます)

例1 一定の速度で歩く人



例2 だんだん速くなる人



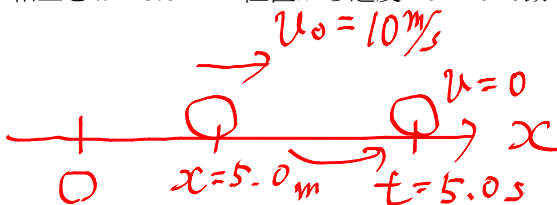
例3 だんだんゆっくりになる人



② 運動図

ポイントとなる数か所だけイラストにし、問題文に出てきた値を図に記入していく図。いままでの問題で書いてきたものである。

例4 x 軸上を $x = 5.0 \text{ m}$ の位置から速度 10 m/s で動きだし、 5.0 s 後に静止する人。



これから問題を解くときは、毎回のようにこの2種類の図を書く習慣をつけましょう。

テーマ2 等加速度運動① 速度と時間の式

モデル 原点 O を速度 2.0 m/s で通過した自転車が、一定の加速度 3.0 m/s^2 で加速し続けた。
 原点 O を通過した 4.0 s 後に点 P を通過した。点 P 通過時の速度を v とする。

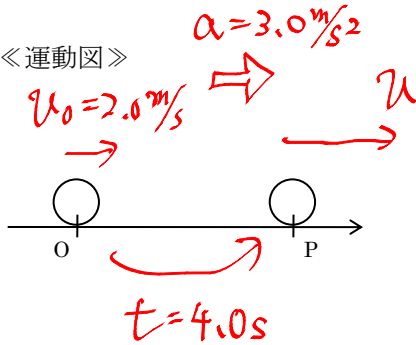
《ストロボ図》



ストロボ図を描くときのポイント

- ① 最初に位置を示すための軸を設定する。
(横方向の運動なら、普通は x 軸にする。)
- ② 軸を書いた後に、物体の動きを描く。

《運動図》



運動図を描くときのポイント

- ① なるべくシンプルに書く
(忠実に自転車を書く必要がない)
- ② 種類が違う量は、矢印の書き方を変える。
(例えば速度は \rightarrow 、時間は \curvearrowright 、加速度は \Rightarrow など)
- ③ 矢印の長さを意識する。
(特に速度、速いほど長い矢印)

ここで点 P 通過時の速度 v を求めてみよう。

加速度 $a = 3.0 \text{ m/s}^2$ というのは、『() 秒間に (3.0 m/s) (速く) なる』ということだ。点 O から、点 P まで移動する間に (4.0) 秒間かかっているので、速度変化は (3.0) \times (4.0) = (12 m/s) となる。

最初の速度が (2.0 m/s) なので、点 P 通過時の速度 v は、

$$v = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{最初の速度}}}{2.0} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{速度の上昇分}}}{12} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{後の速度}}}{14}$$

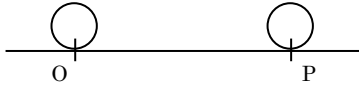
↑ ↑ ↑

最初の速度 速度の上昇分 後の速度

この計算をすべて文字で考えて、きちんと公式化してみよう。

モデル 原点 O を速度 v_0 [m/s] で通過した自転車が、一定の加速度 a [m/s²] で加速し続けた。原点 O を通過した t [s] 後に点 P を通過した。

《運動図》



$$\text{速度上昇} = (at)$$

$$\text{後の速度} = (\text{初速度}) + (\text{速度上昇})$$

$$v = (v_0) + (at)$$

公式 速度と時間の式

$$v = v_0 + at$$

問題 5 直線上を等加速度運動している物体がある。ある瞬間に原点 O を右向きに 7.0 m/s の速度で通過した物体が、2.0 s 後に右向きに 15 m/s の速度になった。

- (1) 加速度はいくらか。
- (2) 原点を通過してから 5.0 s 後の物体の速度はいくらか。

《ストロボ図》

《運動図》

問題 6 右向きを正とする。直線上を等加速度運動している物体がある。ある瞬間に原点 O を 7.0 m/s の速度で通過した物体が、 2.0 s 後に 3.0 m/s になった。

- (1) 加速度はいくらか。
- (2) 原点を通過した後、物体の速度が 0 になるのは何秒後か。
- (3) 原点を通過してから 5.0 s 後の物体の速度はいくらか。

《ストロボ図》

《運動図》

Point

正の向き

『速度』や『加速度』は『向き』まで考えなければならない。こういうとき、正の向きを設定すれば、+と-で向きを示すことができる。

問題文に正の向きの設定があれば、それに従い考える。ない場合は、どの方向が正か自分で決める(一般に初速度の向きを正とする)。しかし、

- ① 途中で向きを設定を変えてはいけない。
- ② 答えを書くときは問題文の表記で答える。(左右、東西、+-など)

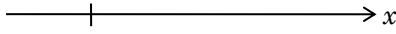
などの注意が必要である。

問題 5 解答 (1) 右向きに 4.0 m/s^2 (2) 右向きに 27 m/s 向きと単位までしっかり書こう。

問題 5 解説

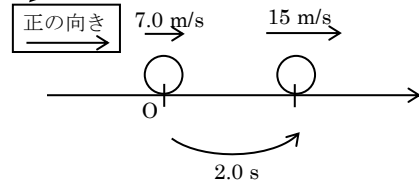
(1)

《ストロボ図》



《運動図》

自分で正の向きを設定



2.0 s での速度変化が、 $15 \text{ m/s} - 7.0 \text{ m/s} = +8.0 \text{ m/s}$

これより 1.0 s での速度変化を考えると、

$$+8.0 \text{ m/s} \div 2.0 \text{ s} = +4.0 \text{ m/s}^2$$

よって、右向きに 4.0 m/s^2

加速度とは、1 秒での速度変化のことだったね。

* 公式を利用するなら $v = v_0 + at$ にわかっている値を代入。

v_0 が 7.0。 v が 15。 t が 2.0。 a はわからないので a のまま。

$$15 = 7.0 + a \times 2.0$$

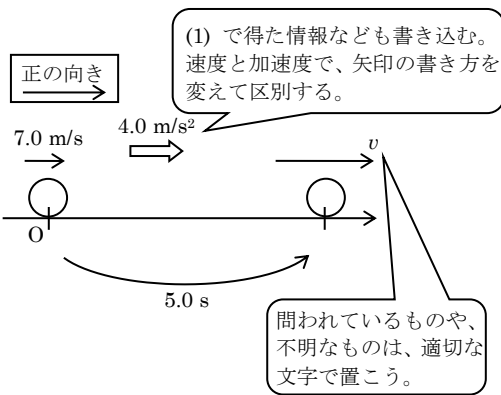
a について解いて、

$$2a = 15 - 7.0$$

$$a = +4.0 \text{ m/s}^2 \quad \text{よって、右向きに } 4.0 \text{ m/s}^2$$

(2)

《運動図》 * ストロボ図は(1)と同じ



(1) より、物体は、1.0 s に 4.0 m/s 右向きに速度が上がる
ことが分かる。これを使って、5.0 s 後の速度を求める。

5.0 s での速度変化は、 $4.0 \text{ m/s}^2 \times 5.0 \text{ s} = 20 \text{ m/s}$

これを最初速度に足し算して、

$$7.0 \text{ m/s} + 20 \text{ m/s} = 27 \text{ m/s} \quad \text{よって、右向きに } 27 \text{ m/s}$$

* 公式を利用するなら $v = v_0 + at$ にわかっている値を代入。

v_0 が 7.0。 a が 4.0。 t が 5.0。 v はわからないので v のまま。

$$v = 7.0 + 4.0 \times 5.0$$

$$v = 27 \text{ m/s} \quad \text{よって、右向きに } 27 \text{ m/s}$$

☆ コラム ～公式との付き合い方～

物理では公式がいくつか出てくる。勉強していくうえで、公式を暗記し、問題を解くときに利用できるようになることは、とても大切である。しかし、公式を暗記する方法にコツがある。それは『成り立ちを理解して暗記すること』である。

先ほど学んだ公式、 $v = v_0 + at$ は、『後の速度』は『最初速度』に『変化する分の速度』を足すことで求まる、という流れで出来上がった公式だ。このように、公式が出来上がる流れと、公式の持つ意味を意識しながら暗記をしていくことが、物理の理解を一層深いものにする。

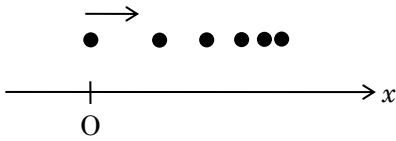
ただの文字の並びとして丸暗記はしないようにしよう。

* なかには単純に丸暗記したほうが良い公式もありますが、それは教員がきちんとそういう覚え方をするように指示を出します。

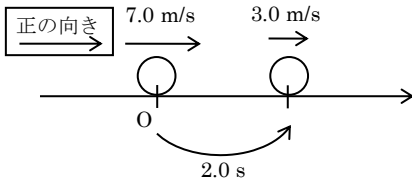
問題 6 解答 (1) -2.0 m/s^2 (負の向きに 2.0 m/s^2) (2) 3.5 s 後 (3) -3.0 m/s

問題 6 解説

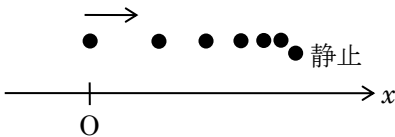
(1) << ストロボ図 >>



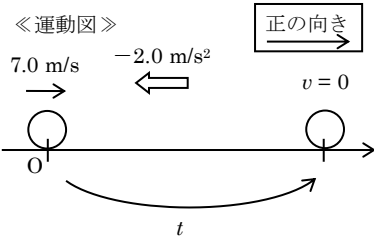
<< 運動図 >>



(2) << ストロボ図 >>

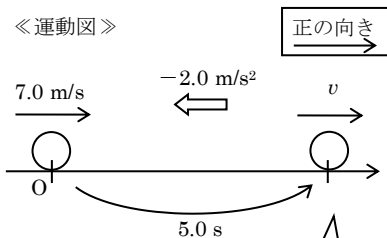


<< 運動図 >>



(3)

<< 運動図 >>



図では正の向きの矢印だが、答えは負の向きになる。
向きが不明な場合は、ひとまず正の向きと仮定し、答えが負になったら、書いた図と逆向きなんだ、考えよう

2.0 s 間での速度変化が $3.0 \text{ m/s} - 7.0 \text{ m/s} = -4.0 \text{ m/s}$

1.0 s 間での速度変化を求めると、 $-4.0 \text{ m/s} \div 2.0 \text{ s} = -2.0 \text{ m/s}^2$

よって、 -2.0 m/s^2 または、負の向きに 2.0 m/s^2

* 問題文で正の向きが設定されているので、符号で向きを答えてよいのだ。

* 公式を利用するなら $v = v_0 + at$ にわかっている値を代入。

v_0 が 7.0。 v が 3.0。 t が 2.0。 a はわからないので a のまま。

$$3.0 = 7.0 + a \times 2.0$$

a について解いて、

$$2a = 3.0 - 7.0$$

$$a = -2.0 \text{ m/s}^2 \quad \text{よって} \underline{-2.0 \text{ m/s}^2}$$

1.0 s で 2.0 m/s 遅くなる運動をしていることから、速度が 0 になる時間を逆算する。

$$7.0 \text{ m/s} \div 2.0 \text{ m/s}^2 = 3.5 \text{ s}$$

よって 3.5 s 後

* 公式を利用するなら $v = v_0 + at$ にわかっている値を代入。

v_0 が 7.0。 v が 0。 a が -2.0 。 t はわからないので t のまま。

$$0 = 7.0 + (-2.0) \times t$$

t について解いて、

$$-2t = 0 - 7.0$$

$$t = 3.5 \text{ s} \quad \text{よって} \underline{3.5 \text{ s}}$$

5.0 s での速度変化は、 $-2.0 \text{ m/s}^2 \times 5.0 \text{ s} = -10 \text{ m/s}$

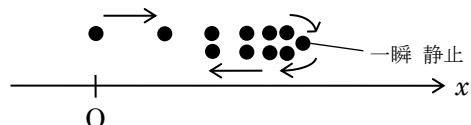
これを最初速度に足し算して、

$$7.0 \text{ m/s} + (-10) \text{ m/s} = -3.0 \text{ m/s}$$

よって、 -3.0 m/s または 負の向きに 3.0 m/s

なんと！最初の運動の向きと逆向きに動いていることになる。物体は U ターンしているのだ。(2) のときが折り返し地点となる。

ストロボ図を書くと、以下のようになる。



* 公式を利用するなら $v = v_0 + at$ にわかっている値を代入。

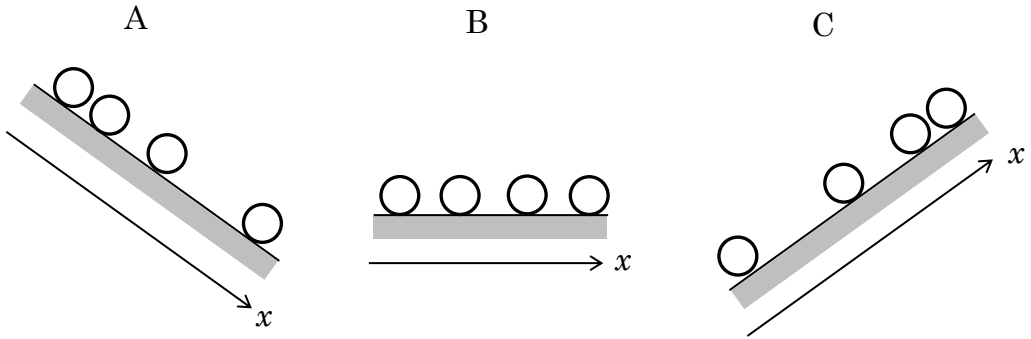
v_0 が 7.0。 a が -2.0 。 t が 5.0。 v はわからないので v のまま。

$$v = 7.0 + (-2.0) \times 5.0$$

$$v = -3.0 \text{ m/s} \quad \text{よって、} \underline{-3.0 \text{ m/s}} \quad \text{または} \quad \underline{\text{負の向きに } 3.0 \text{ m/s}}$$

ConceptTest 3

A～Cの図は、なめらかな面をすべらせたある物体の運動を0.10 sごとに描いた図である。座標 x を図中の矢印のようにとり、描かれている範囲内では、すべての物体は正の向きに運動しているとする。A～Cの以下の物理量を比べ、大きい順に $>$ と $=$ を用いて並び替えよ。また、そうなる理由を説明せよ。ただし、0と負の値の関係は「 $0 >$ 負の値」であるとする。



- (1) 物体が一番右にあるときの速度
- (2) 物体が一番左にあるときの速度
- (3) 物体が一番右にあるときの加速度

追加クエスチョン

次の条件のストロボ図を書いてみよう。

(1) x_0 (最初の位置)が負、 x (あとの位置)が正、 v_0 が正、 a が負

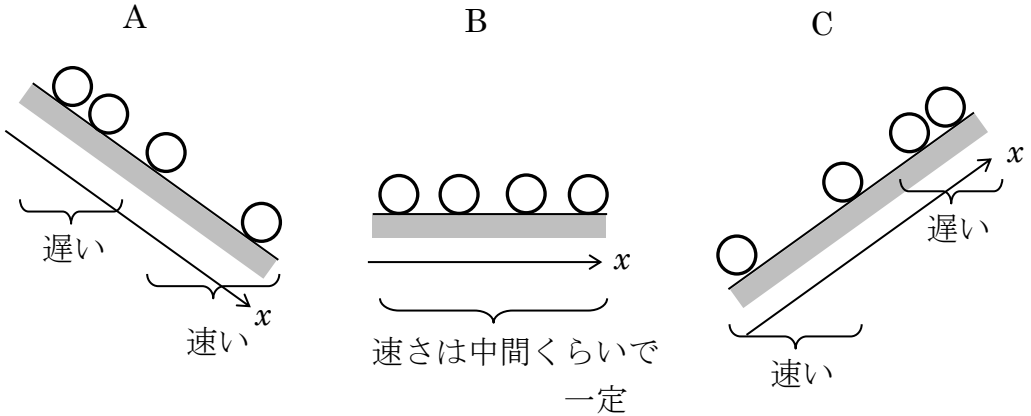
(2) x_0 が正、 x が正、 v_0 が負、 a が正

(3) x_0 が正、 x が負、 v_0 が正、 a が負

ConceptTest 3 解説 (1) $A > B > C$ (2) $C > B > A$ (3) $A > B > C$

ストロボ図を正しく読み取れるかがテーマである。

速度は、『単位時間当たりの変位』、かみ砕くと、『1.0 s でどれだけ動くか』なので、球と球の間隔が広いほど速いといえる。



このように、速さを判断できるので、

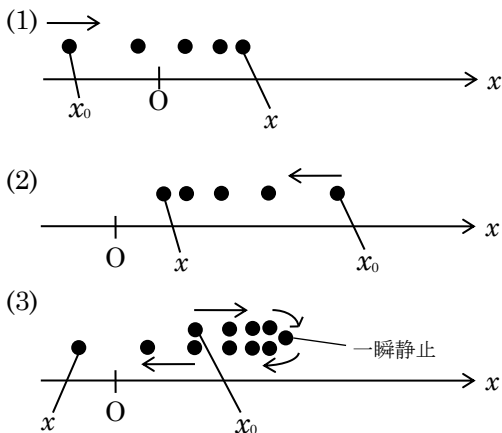
- (1) 物体が一番右にあるときの速度を比べると、 $A > B > C$
- (2) 物体が一番左にあるときの速度を比べると、 $C > B > A$

- (3) 加速度は1秒での速度の変化のことなので、速度の変化に着目する。

- A : だんだん速くなっているので加速度 a は正
- B : 一定の速度なので、加速度 a は 0
- C : だんだん遅くなっているので加速度 a は負

よって $A > B > C$

追加クエスチョンの解答例



* (3) U ターンの前と後、どちらも加速度は負となる。U ターン後は、負の向きに速度が上がる変化で、それも負の加速度の運動なのだ。
負の加速度は、正の速度にブレーキをかける役割と、負の速度をスピードアップする役割があるのであるのだ。

テーマ3 等加速度運動② 変位と時間の式

モデル 原点 O を速度 3.0 m/s で通過した物体が、一定の加速度 2.0 m/s² で加速し続けた。
 原点 O を通過した 4.0 s 後に物体は点 P を通過した。点 P の位置を x とする。

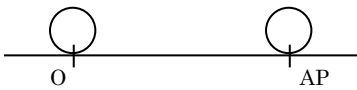
《ストロボ図》

このとき物体はどれだけの距離を移動しただろうか。
 ずっと 3.0 m/s で移動していたら

$3.0 \text{ m/s} \times 4.0 \text{ s} = 12 \text{ m}$ 移動したといえるが、
 今回は加速しているので、これより長い距離移動しているはずである。

単純な計算では出せないようなので、ちょっとした工夫が必要である。

《運動図》

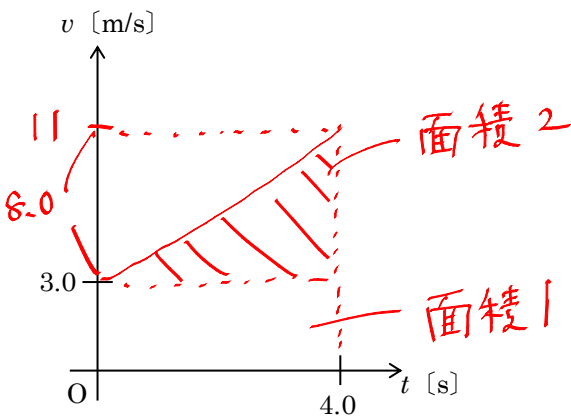


復習 $v-t$ グラフの面積は距離

一定の速さ 3.0 m/s で 4.0 s 間移動したときの $v-t$ グラフは左図のようになる。
 このときグラフの面積は
 $(3.0) \times (4.0) = (12)$
 となり、これは 4.0 s 間の移動距離であった。

今回のモデルのグラフを書いて、移動距離を考えてみよう。

(最初の速度が 3.0 m/s で、だんだん v が大きくなるグラフ。4.0 s のときの
 速度は (11) m/s)



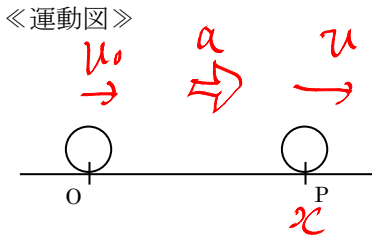
グラフが書けたら、面積を出せば、移動した距離がわかる。面積 1 の部分と面積 2 の部分に分けて計算すると

面積 1 = $(3.0 \times 4.0 = 12)$
 面積 2 = $(\frac{1}{2} \times 8.0 \times 4.0 = 16)$

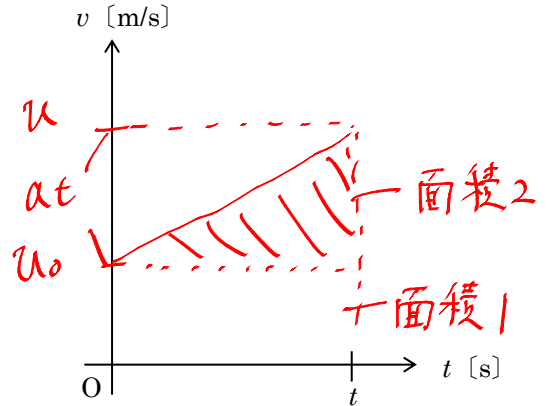
2つ合わせて (28 m)
 これが 4 秒間での移動距離!!

この計算を文字で行い、公式化を試みる。

モデル 原点 O を初速度 v_0 で通過した物体が、一定の加速度 a で加速し続けた。原点 O を通過した t 秒後に物体は点 P を通過した。点 P の位置を x とする。



グラフ



面積 1 = ($v_0 t$)

面積 2 = ($\frac{1}{2} \times at \times t$)
 = ($\frac{1}{2} at^2$)

面積 1、面積 2 を合わせて

$x = (v_0 t + \frac{1}{2} at^2)$

公式 変位と時間の式

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

問題 7 右向きを正とする。原点 O を右向きに 1.0m/s で通過した物体がある。この物体が右向きに一定の加速度 2.0m/s^2 で加速している。

- (1) この物体が原点を通過して 3.0 s 間で進んだ距離はいくらか。グラフを用いて求めよ。
- (2) この物体が原点を通過して 3.0 s 間で進んだ距離はいくらか。公式を用いて求めよ。
- (3) 原点から右に 20 m 離れた地点を物体が通過するのは、この物体が原点を通過してから何秒後か。(公式を用いた方が楽)

(余白が狭いので、ノートなどに解こう。)

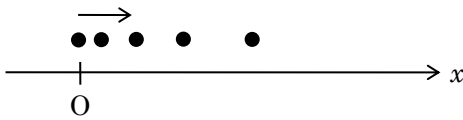
ストロボ図、運動図、グラフをしっかりと大きく書く!!)

運動の表し方 25

問題 7 解答 (1) 12 m (2) 12 m (3) 4.0 s 後

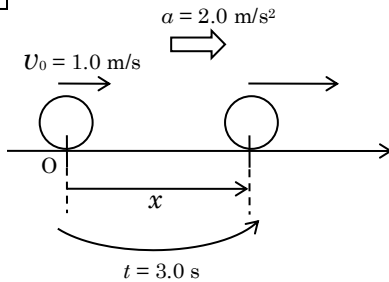
問題 7 解説

《ストロボ図》

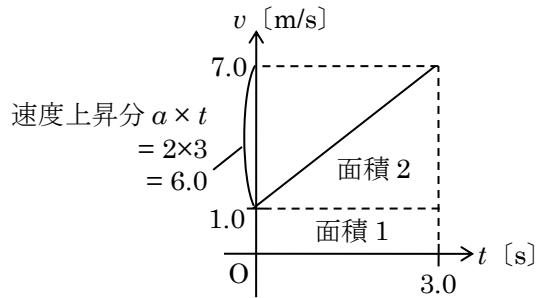


《運動図》

正の向き
→



《v-t グラフ》



- (1) 『v-t グラフの面積が距離』であることを利用する。右上にかいたグラフの面積 1 と面積 2 の合計を求めればよい。速度上昇分が $a \times t$ であることから面積 2 の三角形の高さを求めて、面積を出す。

$$\boxed{\text{面積 1}} = 1.0 \times 3.0 = 3.0 \quad \boxed{\text{面積 2}} = \frac{1}{2} \times 6.0 \times 3.0 = 9.0$$

2つの面積を合わせて、

$$3.0 + 9.0 = \underline{12 \text{ m}}$$

- (2) 公式『 $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ 』を用いる。 $v_0 = 1.0$ 、 $a = 2.0$ 、 $t = 3.0$ 、を代入。 x はそのまま。

$$x = 1.0 \times 3.0 + \frac{1}{2} \times 2.0 \times 3.0^2$$

$$x = 3 + 9$$

$$x = \underline{12 \text{ m}}$$

- (3) 公式『 $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ 』を用いる。 $v_0 = 1.0$ 、 $a = 2.0$ 、 $x = 20$ 、を代入。 t はそのまま。

$$20 = 1.0 \times t + \frac{1}{2} \times 2.0 \times t^2$$

$$20 = t + t^2$$

これを t について解く。

$$0 = t^2 - t - 20$$

$$0 = (t + 5)(t - 4)$$

$$t = 4 \text{ または } -5$$

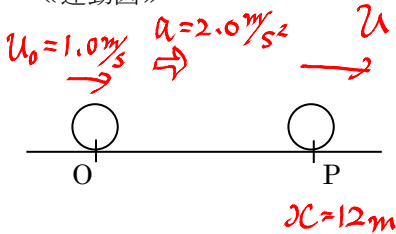
時刻は正の値なので $t = \underline{4.0 \text{ s}}$

テーマ4 等加速度運動③ 変位と時間の式

モデル 原点 O を速度 1.0 m/s で通過した物体が、一定の加速度 2.0 m/s² で加速し続けた。

何秒かたったところ、原点 O から 12 m 離れた点 P を通過した。点 P を通過するときの速度を v とする。

《運動図》



このとき v を求めようと思っても、時間がわからないので、何をヒントに考えればいいのか悩んでしまう。こんなときのために、時間 t が含まれない公式を我々は持っていたほうが良いのだ。

いままでで得た公式

$$\begin{cases} v = v_0 + at \\ x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \end{cases}$$

から t を消去する。

①式を変形し、 t を孤立させる。

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

これを②式の t に代入し、 t を消去

$$x = v_0 \cdot \frac{v - v_0}{a} + \frac{1}{2} a \cdot \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2$$

$$x = v_0 \cdot \frac{v - v_0}{a} + \frac{1}{2} \frac{(v - v_0)^2}{a}$$

$$x = \frac{v_0 v - v_0^2}{a} + \frac{v^2 - 2v_0 v + v_0^2}{2a}$$

$$x = \frac{2v_0 v - 2v_0^2}{2a} + \frac{v^2 - 2v_0 v + v_0^2}{2a}$$

$$x = \frac{2v_0 v - 2v_0^2 + v^2 - 2v_0 v + v_0^2}{2a}$$

$$x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

公式 速度と変位の式

$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

等加速度運動の3公式

よく使う3つの公式。すべて覚えよう。

$$v = v_0 + at$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

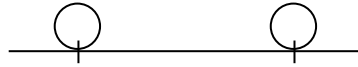
$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

問題 8

(1) 直線上を右向きに速さ 2.0 m/s で進んでいた物体に 0.50 m/s^2 の一定の加速度が生じて右向きに速さ 5.0 m/s になった。このとき、物体が移動した距離を求めよ。

《ストロボ図》

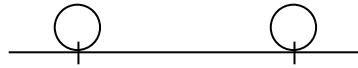
《運動図》



(2) 直線上を右向きに速さ 4.0 m/s で進んでいた物体に一定の加速度が生じて 5.0 m 移動したら、右向きに速さ 6.0 m/s になった。物体の加速度を求めよ

《ストロボ図》

《運動図》



問題 8 解答 (1) 21 m (2) 2.0 m/s^2

問題 8 解説 時間の情報がない問題なので、 $v^2 - v_0^2 = 2ax$ の公式を活用していこう。

(1) 公式に値を代入すると、

$$5.0^2 - 2.0^2 = 2 \times 0.50 \times x$$

x について解いて、

$$x = \underline{21 \text{ m}}$$

(2) 公式に値を代入すると、

$$6.0^2 - 4.0^2 = 2 \times a \times 5.0$$

a について解いて、

$$a = \underline{2.0 \text{ m/s}^2}$$

テーマ5 等加速度運動④ 移動距離と変位

モデル 右向きを正とする。物体が原点 O を右向きに 6.0 m/s で通過したのち、
 加速度 -2.0 m/s^2 で等加速度運動を行った。次のことを考察せよ。

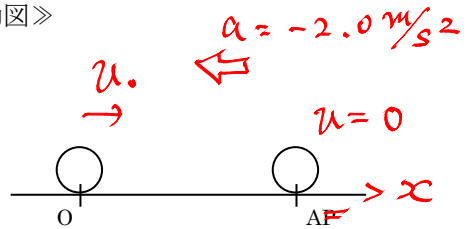
- (1) 物体が最も原点 O から正の向きに離れる点を点 A とする。点 A を通過するのは、
 原点 O を通過してから何秒後か。
- (2) 点 A の座標を求めよ。
- (3) 原点 O を通過してから 4.0 秒後の物体の座標 B を求めよ。
- (4) 原点 O を通過してから 4.0 秒間の物体の移動距離を求めよ。

(1) 最も正の向きに離れる点は ($v=0$) となる点である。(Uターンする点!!)

《ストロボ図》



《運動図》



時間を聞かれているので、 t が入っている公式を用いる。

公式

$$v = v_0 + at$$

を用いる。

立式

$$0 = 6.0 + (-2.0) \times t$$

t について解いて

$$t = 3.0 \text{ s}$$

(2) 座標を聞かれているので、 x が入っている公式を用いる。

公式

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \text{を用いる。}$$

立式

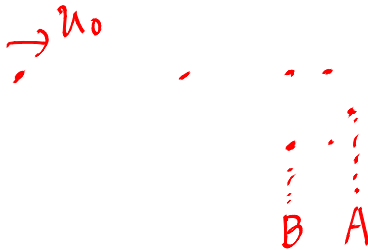
$$x = 6.0 \times 3.0 + \frac{1}{2} \times (-2.0) \times 3.0^2$$

x について解いて

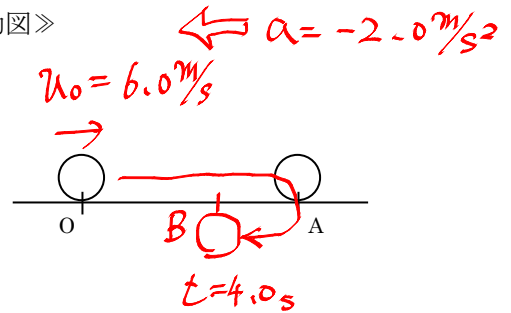
$$x = 9.0 \text{ m}$$

この問題は x が入っているなら違う公式を用いてもできる。計算が楽な方を見極めよう。

(3) <<ストロボ図>>



<<運動図>>



点 B の座標が聞かれているので、 x が入っている式を用いる。

公式

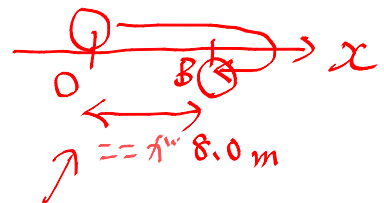
$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \text{を用いる。}$$

立式

$$x = 6.0 \times 4.0 + \frac{1}{2} \times (-2.0) \times 4.0^2$$

x について解いて

$$x = 8.0 \text{ m}$$



*ポイント この x が運動図のどこを示すか、きちんと把握しておこう。

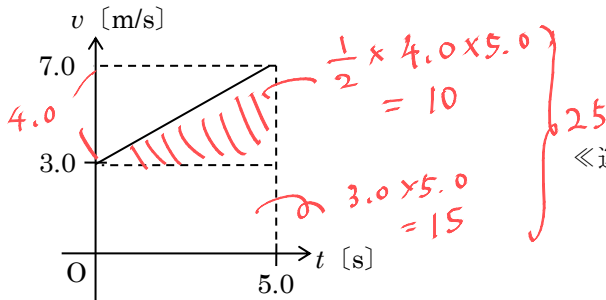
(4) 変位と移動距離の違いを知らないと、(4)をうまく考えることができない。



変位と移動距離の違いを理解するために、原点 O をスタートし、下図の $v-t$ グラフのよ
うに運動する物体を考えて、 $t = 5.0 \text{ s}$ のとき、物体がどの位置にあるか考えてみよう。

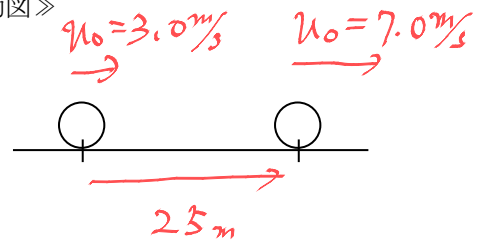
例 1

《 $v-t$ グラフ》



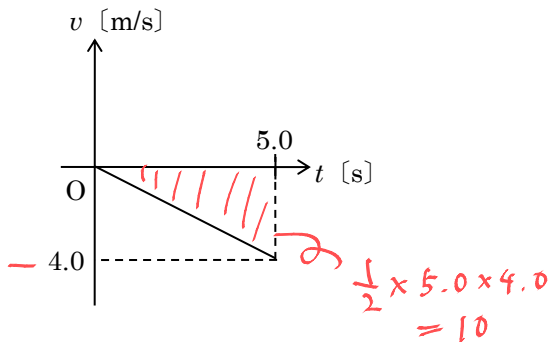
《ストロボ図》

《運動図》



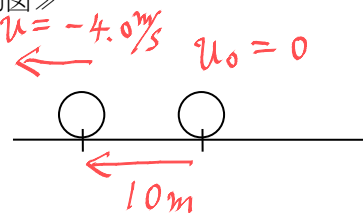
例 2

《 $v-t$ グラフ》



《ストロボ図》

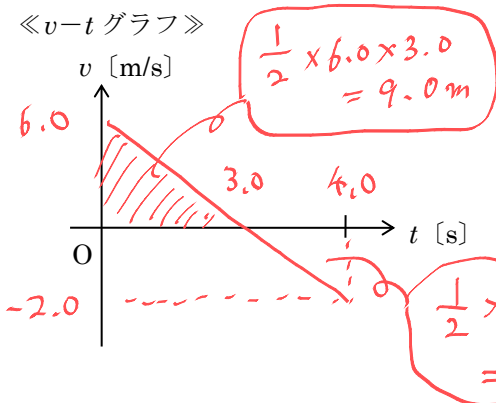
《運動図》



$v-t$ グラフの面積が、負の領域のときは、
物体は負の向きに動いている!!

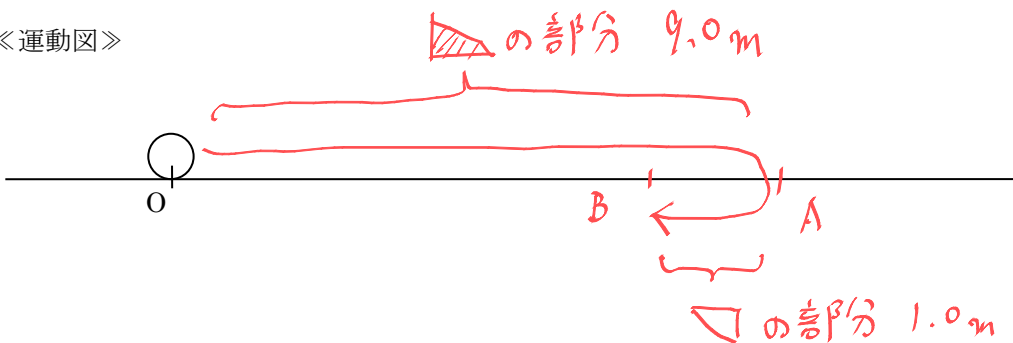
今回の(3)(4)の問題を、 $v-t$ グラフを書いて考えると、

《 $v-t$ グラフ》



《ストロボ図》

《運動図》



(3)のように公式で求めた『 8.0 m 』は、経路を無視した、最初と最後の位置の差を求めているのだ。これは、位置の変化なので『変位』である。

これに対して、『移動距離』は『実際に動いた距離のこと』を示している。
 なので、今回の場合は、

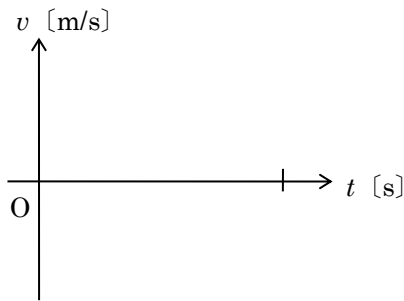
$$(9.0) + (1.0) = (10 \text{ m}) \quad \text{と求められる。}$$

まとめ

- ・公式中の x は、『変位 x 』であり、最初と最後の位置の変化である。
- ・『移動距離』は『実際に動いた距離』のことであり、 $v-t$ グラフを用いて計算していく。

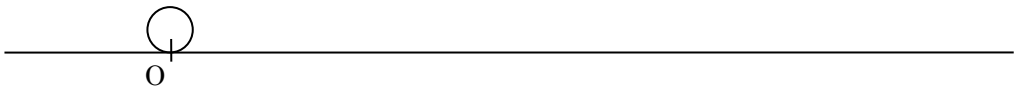
- 問題 9** 右向きを正とする。物体が原点 O を右向きに 6.0 m/s で通過したのち、加速度 -2.0 m/s^2 で等加速度運動を行った。物体が原点 O を通過した時刻を $t = 0$ とする。
- (1) 物体は原点 O を通過し、しばらくすると、再び原点 O を通過した。このときの時刻を求めよ。
 - (2) 物体が原点 O を通過するときの速度の大きさを求めよ。
 - (3) 原点 O を通過してから 8.0 秒後の物体の座標 A を求めよ。
 - (4) 原点 O を通過してから 8.0 秒間の物体の移動距離を求めよ。
 - (5) $t = 0 \sim 8.0 \text{ s}$ の範囲の $v-t$ グラフを書きなさい。

《 $v-t$ グラフ》



《ストロボ図》

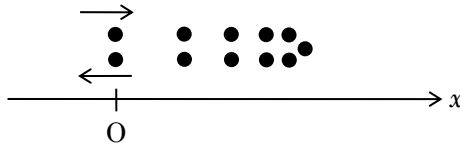
《運動図》



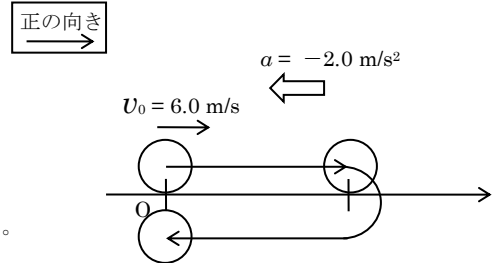
問題 9 解答 (1) 6.0 s (2) 6.0 m/s (速度的大きさなので、-はつけない。速度を答えよ、といわれたら-をつける。) (3) (4) (5) 解説参照

問題 9 解説

(1) 《ストロボ図》



《運動図》



再び原点に戻って起きたときは、『変位 $x=0$ のとき』といえる。

移動距離と変位の違いを意識しよう!!

時刻を聞かれているので t が入っている公式を用いる。

公式 $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ より

立式 $0 = 6.0 \times t + \frac{1}{2} \times (-2.0) \times t^2$

t について解くと、

$$0 = 6t - t^2$$

$$0 = t(6 - t)$$

$$t = 0 \text{ または } 6.0$$

$t = 0$ はスタートした直後の時刻、 $t = 6.0$ は再び原点に戻ってきた時刻を示すので、解答は『6.0 s 後』

(2) 速度が聞かれているので、 v が入っている公式を使う。

公式 $v = v_0 + at$ より

立式 $v = 6.0 + (-2.0) \times 6.0$

$$v = -6.0 \text{ m/s}$$

符号がマイナスということは、物体は負の向きに動いているということになる。これは書いた運動図の情報と合うので正しいことだと考えられる。

『速度的大きさ』と言われているので、向きは答えず、大きさだけ答えればよいので、解答は 6.0 m/s

*** 別解**

$v^2 - v_0^2 = 2ax$ も v が入っている公式である。これを用いると、

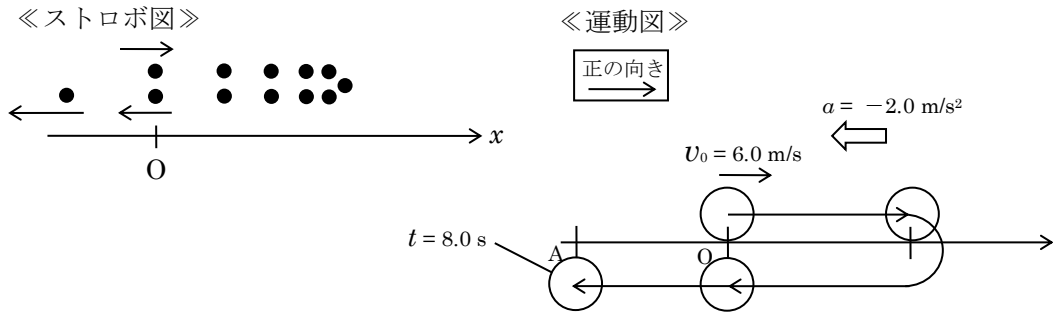
立式 $v^2 - 6.0^2 = 2 \times (-2.0) \times 0$ となり、 v について解くと、

$$v^2 - 6.0^2 = 0$$

$$v^2 = 6.0^2$$

$v = \pm 6.0$ 再び原点 O に戻るときは $v < 0$ なので、 $v = -6.0 \text{ m/s}$ 大きさは 6.0 m/s

(3) 状況が変わったので、図を書き直す。情報がごちゃごちゃしなければ、すでに書いた図に書き加えてもいい。



Aの座標は、原点Oからの変位 x なので、 x の入っている公式を用いる。

公式 $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ より

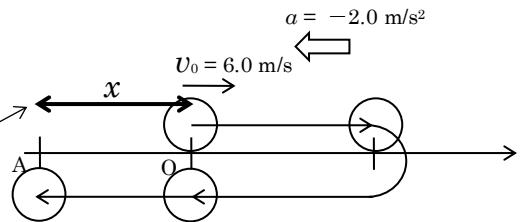
立式 $x = 6.0 \times 8.0 + \frac{1}{2} \times (-2.0) \times 8.0^2$

$x = 48 - 64$

$x = -16$

よって、Aの座標は、 -16 m

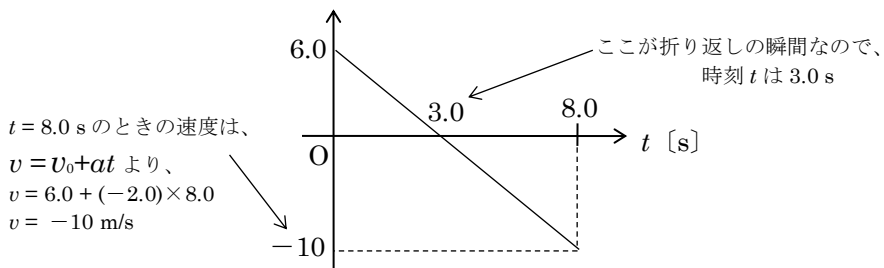
*公式中の x は変位のことなので
図のこの部分を示している



(4) 移動距離を求めるには、Uターン地点までの距離などがわからないと求められない。公式を用いて、Uターン地点までの距離を計算してもよい。しかし、せつかくなのでグラフを書いて考えてみよう。グラフの方が楽である。

《 $v-t$ グラフ》

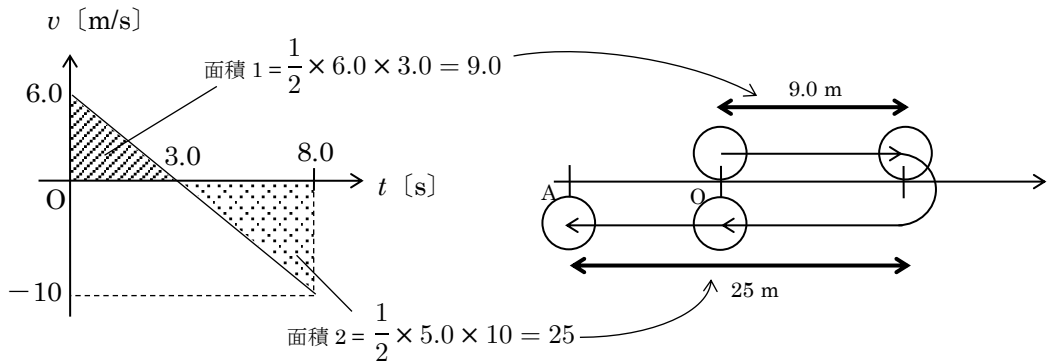
v [m/s] グラフは、一定の間隔で負に大きくなっていくグラフ



$t = 8.0 \text{ s}$ のときの速度は、
 $v = U_0 + at$ より、
 $v = 6.0 + (-2.0) \times 8.0$
 $v = -10 \text{ m/s}$

*このグラフが(5)の解答

《 $v-t$ グラフがかけたので、面積を計算する。



求めた面積が移動距離であり、正の領域の面積だと正への移動、負の領域の面積だと負への移動なので、上の図のように、動きと結びつけられる。ここから移動距離を考えると、

$$9.0 + 25 = \underline{\underline{34 \text{ m}}}$$

*この結果から、(3)の解答が -16 m であることもわかる。テスト等では、見直しに使えますね。