§ 力学Ⅰ−5 章　相対速度・平面での運動

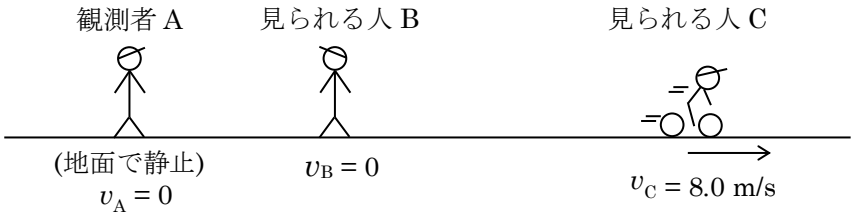
テーマ 1　相対速度

相対速度・・・○○から見た××の速度　のこと

電車に乗っていると、自分が動いているはずなのに、お向かいで停車している電車の方が動いていると錯覚することがあるだろう。その考え方が相対速度である。

☆ 相対速度の考え方

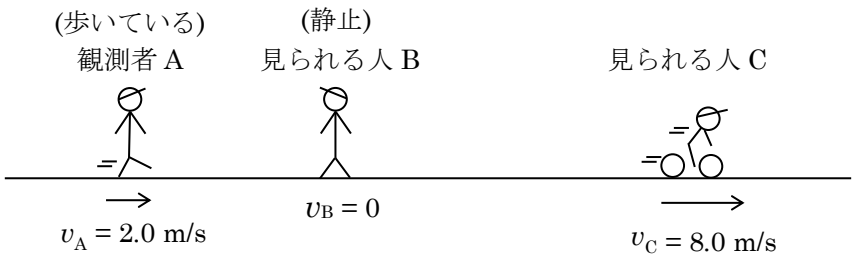
≪モデル１≫ 地面で静止している観測者から見た速度について考える。



この時、A から見た B の速度は「0 m/s」　　A から見た C の速度は「右向きに 8.0 m/s」

これは普段扱っている速度のことである。

≪モデル２≫ 歩いている観測者から見た速度について考える。



この時

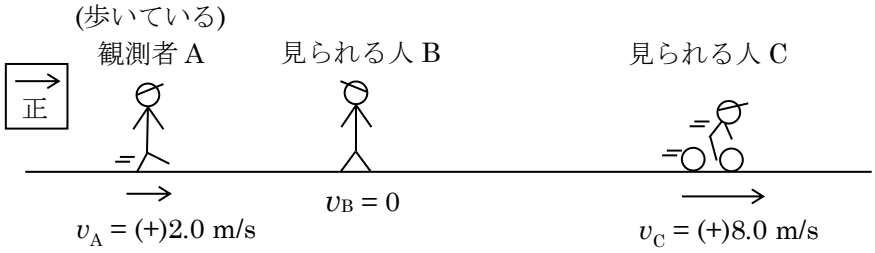
A から見た B の速度は「左向きに 2.0 m/s」

(A から見たら、B は近づいてくる　つまり左に動いていると感じる)

A から見た C の速度は「右向きに 6.0 m/s」

(A から見たら、C は遠ざかる　つまり右に動いていると感じる)

≪モデル３≫モデル２と同じシチュエーションで正の向きを設定し、計算で求めてみる。



ここで、「A から見た C の速度」のことを $v_{A\to C}$ と示すこととする。
$v_{A\to C}$ は A が「自分が世界の中心で、自分は動かず、周りだけが動いている」と考えたときの速度のことなので、**全体から自分の速度を引き算**することで求まる。

よって

$v_{A\to C} = v_C - v_A$

$=(+)\ 8.0 - (+)\ 2.0$

$=(+)\ 6.0$

符号が＋なので右向きといえ、「$v_{A\to C}$ は右向きに 6.0 m/s」といえる

問い　$v_{C\to B}$ はいくらになるか、立式をして考えよう。

解答　$v_{C\to B} = v_B - v_C$

$= 0 - (+)\ 8.0$

$= -8.0$ m/s

＊ 見るのは C　見られるのは B　相対速度は「自分（観測者）の速度をひく」

符号がマイナスなので、「左向きに 8.0 m/s」といえる。

自転車に乗った C にとっては、B は自分から離れていっていると感じるので、C から見た相対速度は左向きといえるのだ。

公式　$\vec{v}_{相対速度} = \vec{v}_{見られる} - \vec{v}_{見る}$　(「見られる　ひく　見る」　と唱えよう)

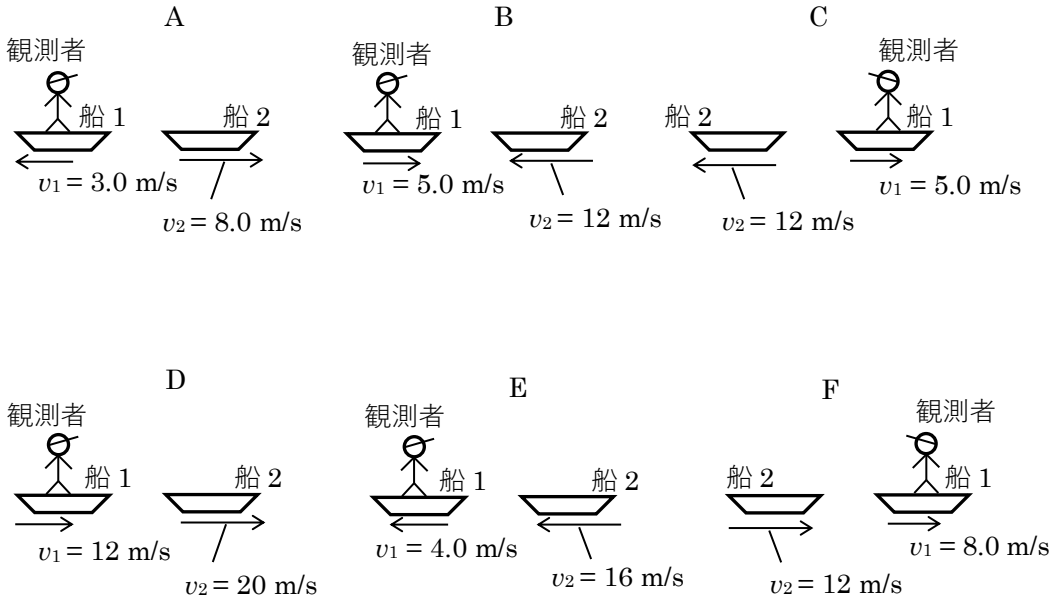
＊正式に書くと、ベクトル記号がつきます。ベクトルなので、注意点が２つあります。

① 向き（正負）がある量であることを忘れない。

②「縦と横」みたいに向きが直線上でないときは、数値の計算はできず、矢印の作図で計算する。ベクトルの引き算の仕方は次の章で行うので、頭の片隅に入れておこう。

ConcepTest1　≪相対速度≫

A～F の図は、1 本の水路上で、船 1 と船 2 が運動している様子である。v_1、v_2 は地面から見た各船の速度である。船 1 からみた船 2 の相対速度 $v_{1\to2}$ を比べ、大きい順に>と=を用いて並び替えよ。ただし、右向きを正とし、0 と負の値の関係は「0＞負の値」であるとする。



ConcepTest1 解答　A > D > F > E > B = C

それぞれの相対速度 $v_{1\to2}$ は以下のようになる。

A : (+) 11 m/s　B : −17 m/s　C : −17 m/s　D : (+) 8.0 m/s　E : −12 m/s　F : (+) 4.0 m/s

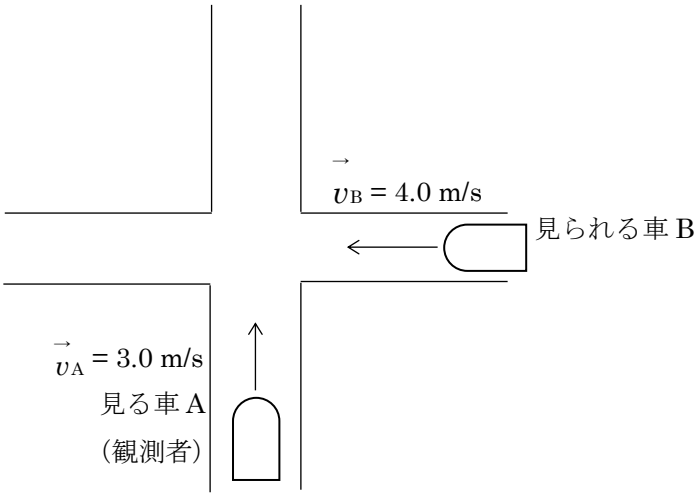
まずは観測者の気持ちになって、暗算、直感で考えてみよう。そのあとに、符号に注意しながら公式を用いて計算しよう。

テーマ 2　平面での相対速度

「平面」とは「一直線上」ではない運動を示す。
縦と横など、向きがバラバラの状況である。

≪モデル１≫ 交差点に向かう２台の車を考える。

（速度がベクトルであることを意識するために、v の上にベクトル記号(→)を書いている）



この時、A から見た B の相対速度 $v_{A\to B}$ を

$$v_{A\to B} = v_B - v_A$$
$$= 4.0 - 3.0$$
$$= 1.0 \text{ m/s}$$

このように計算してはいけない！！

向きが揃っていないベクトルの計算は、数値で計算できない。

図を書いて、矢印の長さから計算しなければいけないのだ。

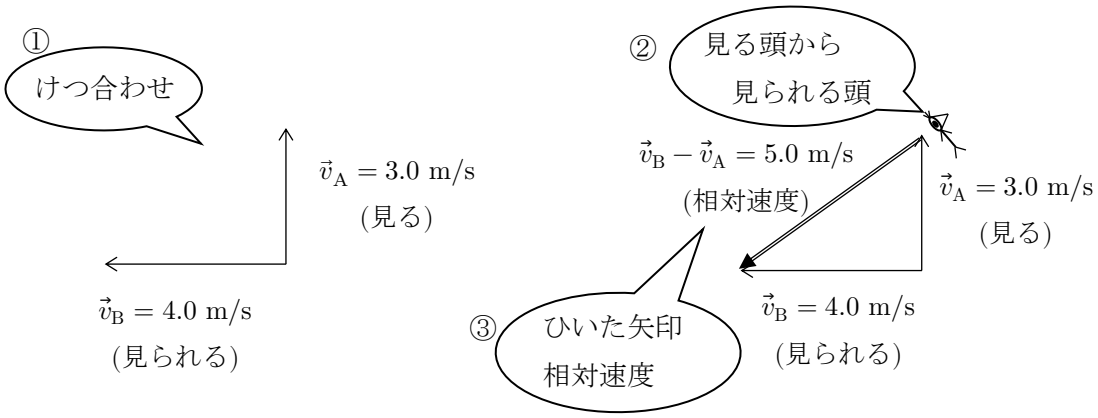
ベクトルの引き算で相対速度を計算する方法

相対速度の公式

$\vec{v}_{相対速度} = \vec{v}_{見られる} - \vec{v}_{見る}$ ←ベクトルの引き算をする必要あり！値の引き算は NG

相対速度の唄 ① けつ合わせ　② 見る頭から見られる頭　③ひいた矢印　相対速度

前ページのモデルで実践



三平方の定理や、有名三角形の比で
矢印の長さを計算！それが計算結果
今回は３：４：５の三角形

このように計算すると、ベクトルの引き算となる。 暗記しましょう。

＊ 相対速度ではない一般的なベクトルの引き算では、こう読みかえておこう。

「ベクトルの引き算は、引く頭から引かれる頭」

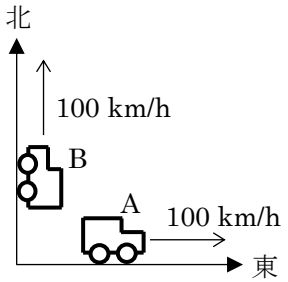
計算の結果、A から見た B の相対速度は、左下に 5.0 m/s といえるのだ。

問題 1 ≪平面での相対速度≫

図のように、自動車 A は東向きに 100 km/h、自動車 B は北向きに 100 km/h で走行している。(1) (2) の速度を向き(8 方位)とその大きさ(速さ)で答えよ。

(1) B からみた A の速度

(2) A からみた B の速度



まずは観測者になりきって、方角を予測しよう。その後、ベクトルの引き算で考えてみよう。

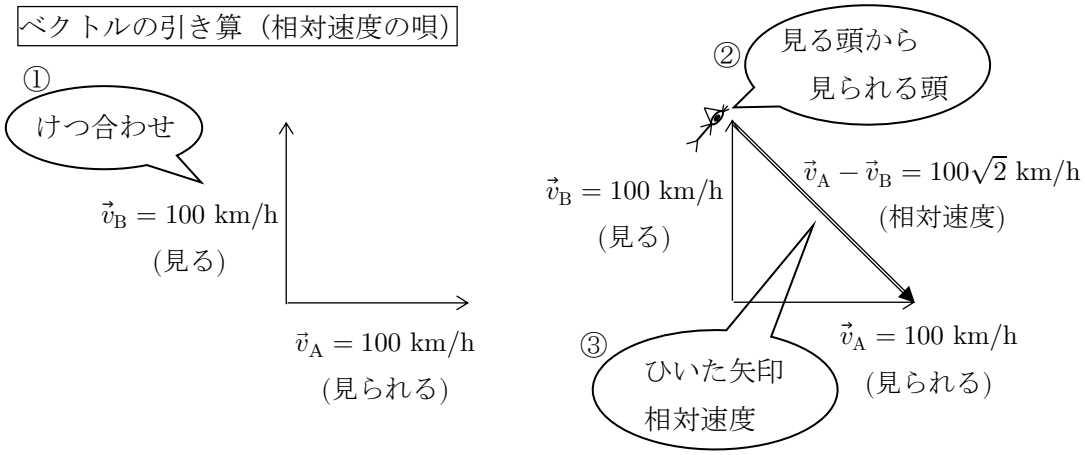
問題１解答 (1) 南東に 140km/h　　(2) 北西に 140 km/h

問題１解説

最初は、自分が観測者の気持ちになって、相手がどっちに離れていくかを考えてみよう。イメージする力はとても大切。その上でベクトルの引き算に進もう。

(1) B から見た A（$\vec{v}_{B\to A}$）は、公式「見られるひく見る」で$\vec{v}_A - \vec{v}_B$で求める。ベクトルの引き算なので、100 km/h−100 km/h とはしてはいけない。

ベクトルの引き算（相対速度の唄）



1：1：$\sqrt{2}$の三角形（45°の直角三角形）

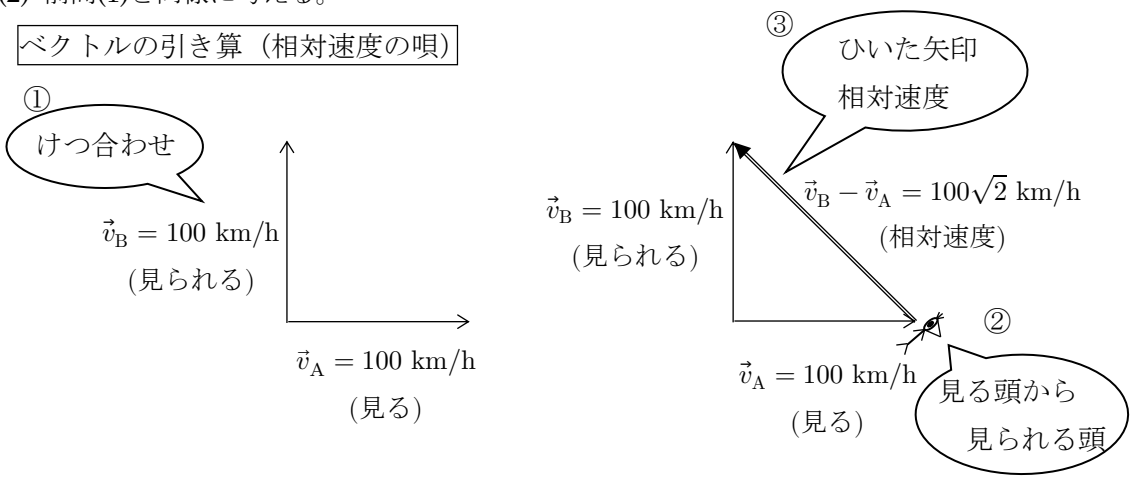
なので、$\vec{v}_A - \vec{v}_B = 100\sqrt{2}$ km/h

$\sqrt{2}$=1.41 を代入し、有効数字 2 桁に直すと、

$100\sqrt{2} \fallingdotseq 141 \fallingdotseq 140$ km/h　　向きは図より、南東である。

(2) 前問(1)と同様に考える。

ベクトルの引き算（相対速度の唄）



$\sqrt{2}$=1.41 を代入し、有効数字 2 桁に直すと、

$100\sqrt{2} \fallingdotseq 141 \fallingdotseq 140$ km/h　　向きは図より、北西である。

コラム　ベクトルの引き算が「引く頭から引かれる頭」の理由

ベクトルの引き算を「引く頭から引かれる頭（見る頭から見られる頭）」と暗記して問題を解いたが、なぜベクトルの引き算がその形になるかを考えてみよう。

① 引き算ではなく、足し算として考える。

$\vec{v}_{\mathrm{B}} - \vec{v}_{\mathrm{A}}$

これは、次のように書き直せる。

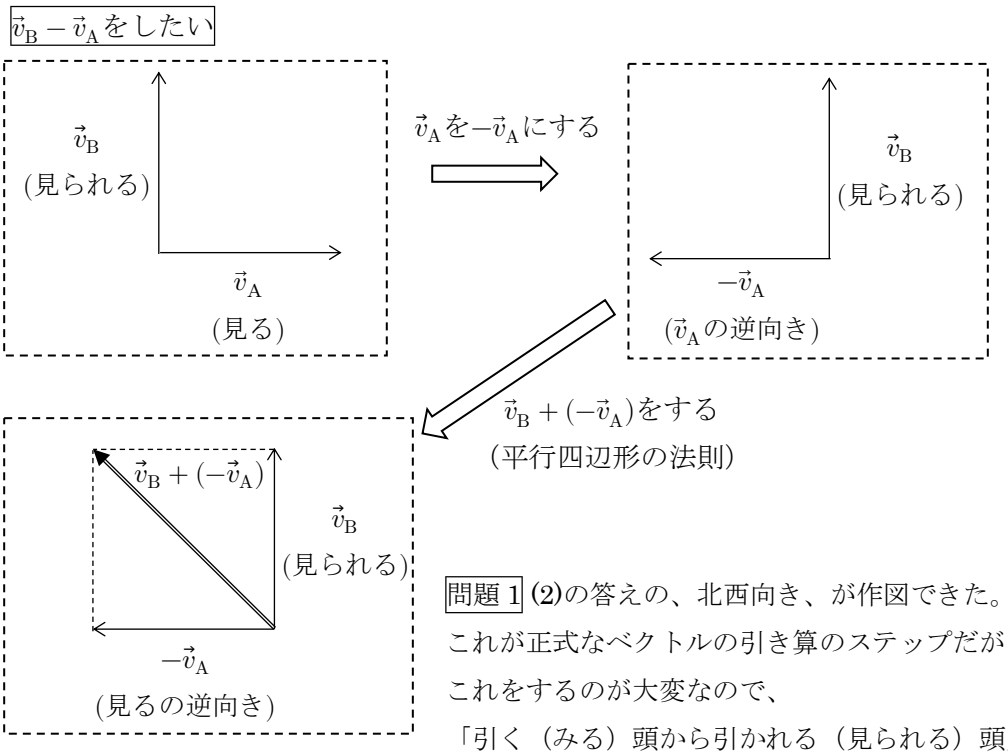
$\vec{v}_{\mathrm{B}} + (-\vec{v}_{\mathrm{A}})$

元々の$\vec{v}_{\mathrm{A}}$を逆向きに直したものが$(-\vec{v}_{\mathrm{A}})$であり、それを$\vec{v}_{\mathrm{B}}$に足し算したものが

$\vec{v}_{\mathrm{B}} + (-\vec{v}_{\mathrm{A}})$

といえるのだ。足し算なら、平行四辺形の法則で作図ができる。

② 問題 1 の(2)で作図して考えてみる。



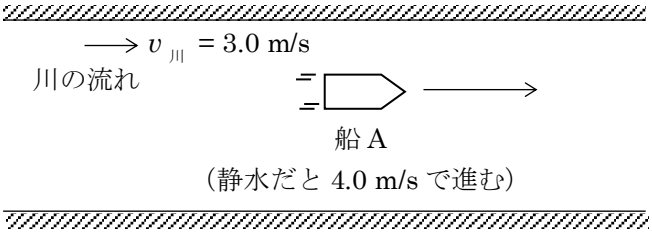
問題 1 (2)の答えの、北西向き、が作図できた。

これが正式なベクトルの引き算のステップだが、毎回これをするのが大変なので、

「引く（みる）頭から引かれる（見られる）頭」としても、同じ答えになることを利用して、考えなくても作図できるようにしたのだ。

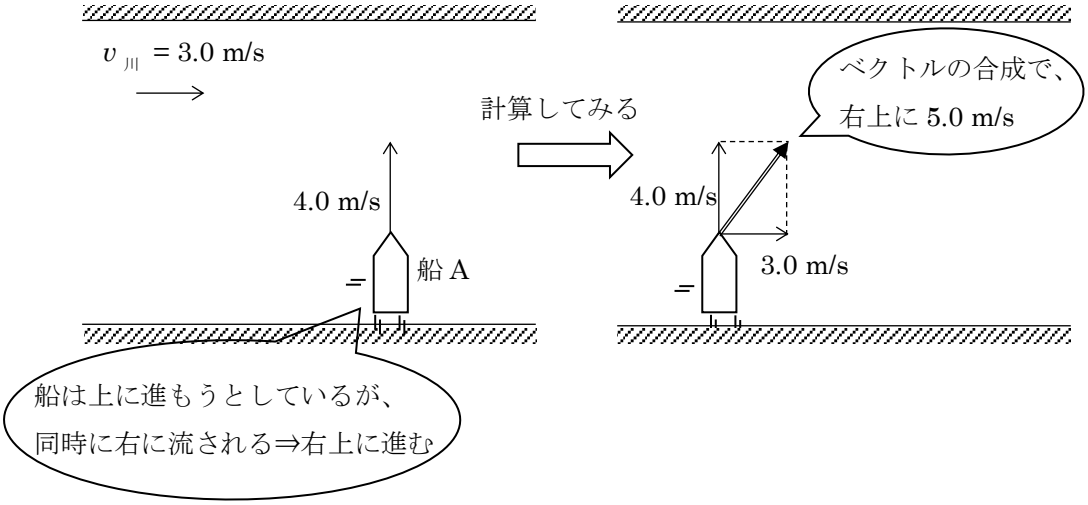
テーマ３ 平面での速度の合成

≪モデル１≫ 静水（流れのない水）上だと 4.0 m/s で進むことのできる船がある。この船が流れの速さが 3.0 m/s の川を、上流から下流に向かって進んでいる。このとき岸から見た船の速度はいくらか。



このとき船 A は静水上よりも素早く動き、岸から見た速度は川下に 7.0 m/s となる。

≪モデル２≫ 静水（流れのない水）上だと 4.0 m/s で進むことのできる船がある。この船が流れの速さが 3.0 m/s の川で、船首を流れに垂直に向けて進んだ。このとき岸から見た船の速度はいくらか。



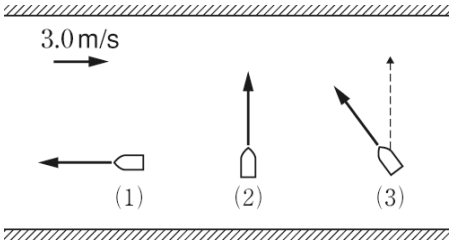
このとき船 A の速度は、ベクトルの合成により計算でき、右上に 5.0 m/s となる。

速度の合成のとき、向きが違う場合はベクトルの合成で考える。

問題 2 ≪平面での速度の合成≫

静水上を 4.0 m/s の速さで進むボートが、流れの速さ 3.0 m/s の川を進んでいる。次の各場合について、川岸の人から見たボートの速さを求めよ。

$\sqrt{7}$ ＝ 2.6 とする。



(1) 川の上流に向かって進むとき

(2) へさき（とんがってる部分）を川の流れに直角に保って進むとき

(3) 川の流れに対して直角に進むとき

（合成したベクトルが真上になるような作図を考えよう）

問題 2 解答 (1) 1.0 m/s　(2) 5.0 m/s　(3) 2.6 m/s ($\sqrt{7}$ m/s)

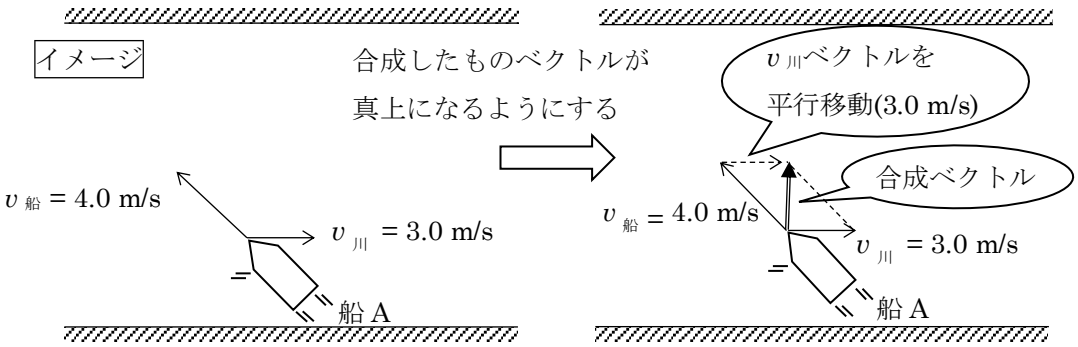
問題 2 解説

(1) 直線上の合成なので、単純な値の計算で良い。船は上流に 4.0 m/s で進もうとしていて、川が下流に 3.0 m/s で流れているので、差し引き「上流に 1.0 m/s」

「速さ」は大きさのみを答えれば良いので、解答は <u>1.0 m/s</u>

(2) へさきを流れに直角に保って進む、というのは、前ページのモデル 2 と同じ状況である。向きが一直線上ではないので、作図をして、速度の合成を行う。（解答は前ページ参照）

(3) 川の流れに対して直角に船が進むというのは、少し上流に向けて船を進め、流された結果、真上に進んでいという状況のことである。作図をして、合成したベクトルが真上になるようにする。

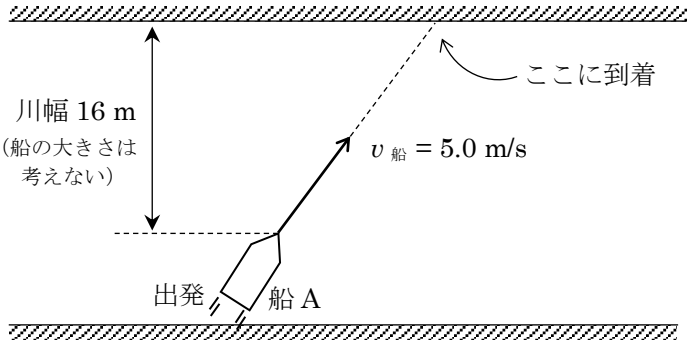


三平方の定理で計算して、合成したベクトルは$\sqrt{7}$ m/s

問題文より$\sqrt{7}$ = 2.6　なので、解答は <u>2.6 m/s</u>

テーマ 4 速度の分解

≪モデル≫ 船が斜め 5.0 m/s の速度で川を横切る。川の流れはなく、川幅は 16 m だった。

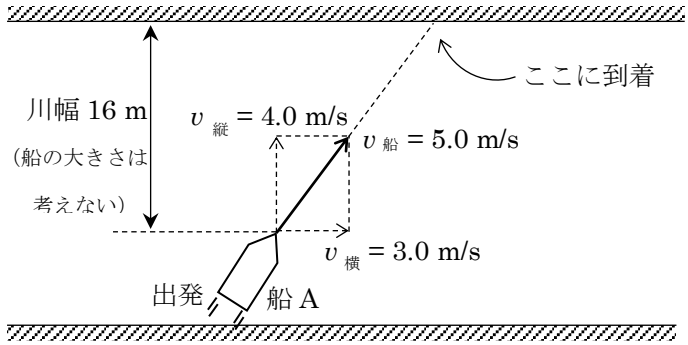


ポイント　速度と距離と時間の計算では、向きを揃えて考える

このような計算をするとき「速度を分解する」やり方がよくあるパターンである。

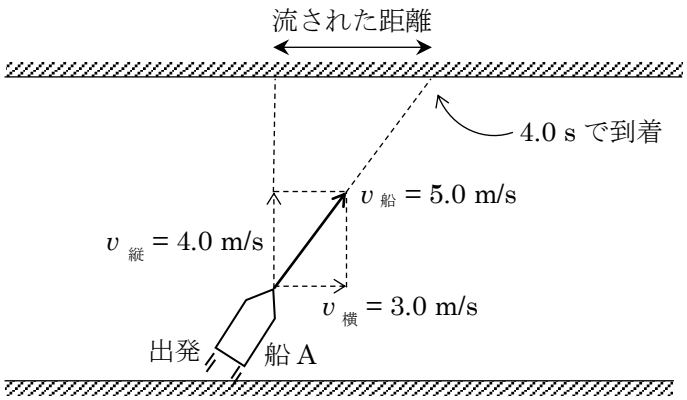
≪速度の分解で考える≫

例えば、速度ベクトルを真上と真横に分解すると、たまたま 3:4:5 の三角形で書けて、下図のようになったとする。



すると、川幅 16 m の距離と向きが揃っているのは、縦の速度 4.0 m/s となる。
これを使って計算して、
船が対岸に着くのは、
$16_{m} \div 4.0_{m/s} = 4.0$ s となる。

≪何 m 流されて到達したかを計算するには≫



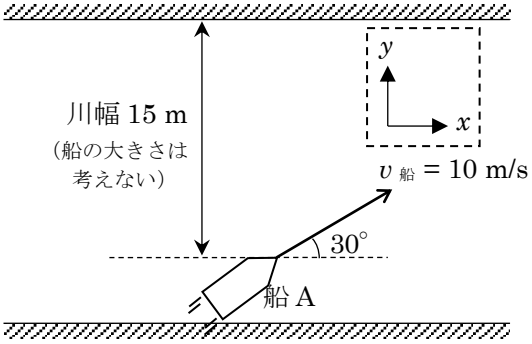
流された距離は、横方向の距離で、向きが揃っているのは横の速度 3.0 m/s となる。また、到達までの時間が 4.0 s ということが、縦方向の計算から分かっている。
これを使って計算して、
$3.0_{m/s} \times 4.0_{s} = 12$ m となる。

問題 3 ≪速度の分解≫

岸に対して 30°の角度に 10 m/s の速度でボートが川を横切ろうとしている。川幅は 15 m であった。川の流れはなく、ボートの大きさは考えないとする。以下の問いに答えよ。

(1) ボートが対岸に着くまでにかかる時間はいくらか。

(2) ボートが対岸に着いた時、最初の位置から x 方向にどれだけ移動しているか。



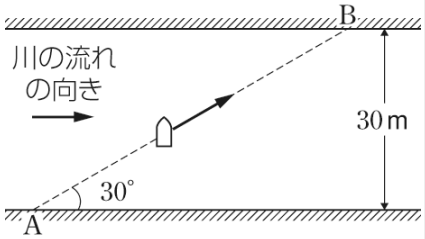
問題 4 ≪速度の分解≫少し応用

一定の速さで流れる幅 30m の川を船で横切るため、船首を川岸に対して直角の方向に向けて一定の速さで進んだが、実際には川岸に対して 30°の方向に進み、15 秒で対岸に達した。

(1) このとき、この船の岸に対する速さ v は何 m/s か。
ただし、「岸に対する速さ」とは「岸から見た船の速さ」のことである。

(2) この船の静水上での速さは何 m/s か。

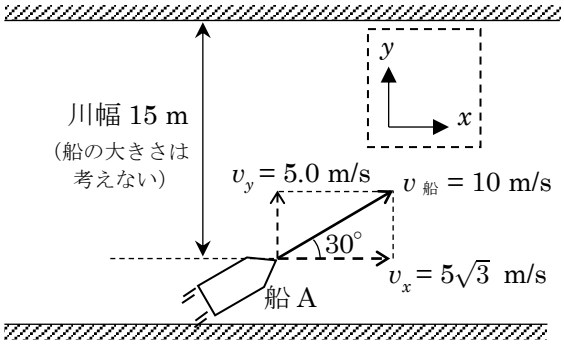
(3) 川の流れの速さは何 m/s か。



問題 3 解答 (1) 3.0 s　　(2) 26 m

問題 3 解説

(1) 30°　という情報を用いて $v_{船}$ =10 m/s を x 方向と y 方向に分解すると下図のようになる。
（1:2:$\sqrt{3}$の関係を使ってベクトルの長さを求める）



川幅 15 m と向きが揃っている速度は、
v_y = 5.0 m/s なので、
15m ÷ 5.0m/s = <u>3.0 s</u>　と計算できる。

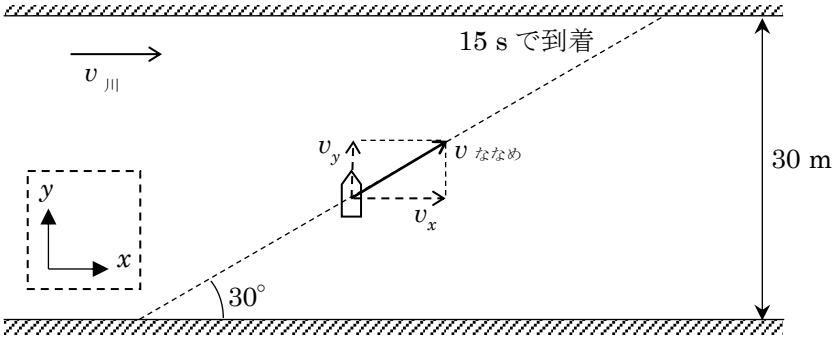
(2) どれくらい x 方向にずれるかは、$v_x = 5\sqrt{3}$ m/s と、(1)で求めた到達までの時間 3.0 s を用いて計算すると。

$5\sqrt{3}$m/s × 3.0s = $15\sqrt{3}$ m ≒ 25.95 ≒ <u>26 m</u>

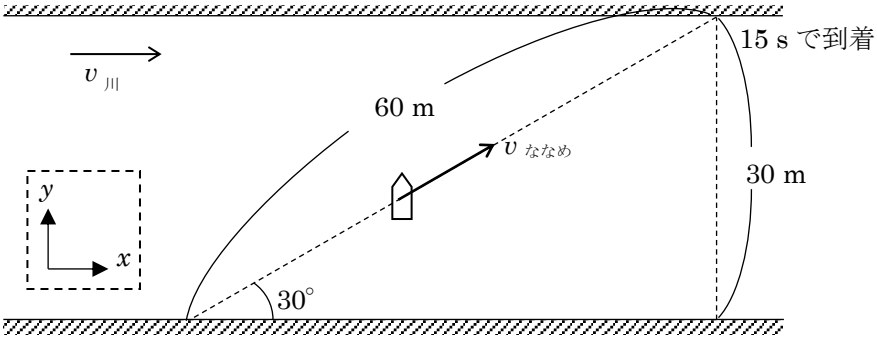
問題 4 解答 (1) 4.0 m/s　(2) 2.0 m/s　(3) 3.5 m/s

問題 4 解説

(1) 「岸に対する速さ」とは、「岸から見た速さ」なので斜めの速度ベクトルの部分である。
「岸に対して直角の速度 v_y」ではない。勘違いしやすいので気をつけよう。



上の図のように情報をまとめられる。$v_{ななめ}$を求めるには、斜めの距離を出せればよい。
30° の三角形なので 1:2:$\sqrt{3}$の比になるので、斜めの移動距離は 60 m とわかる（下図参照）。



ななめの距離と、かかった時間から計算すると、

$v_{ななめ}$ = 60m ÷ 15s

= <u>4.0 m/s</u>

(2) 船首を常に川に垂直に向けているということは、

v_y = 船の静水上での速さ　　v_x = 川の流れの速さ

といえる。$v_{ななめ}$が(1)より 4.0 m/s であり、30° の三角形の辺の比から、v_y = <u>2.0 m/s</u>

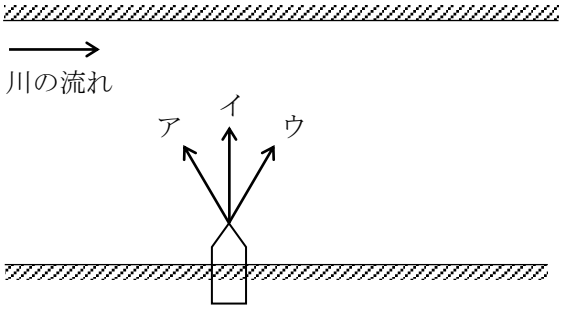
(別解) y 方向の距離 30 m を 15 s で渡ったことから、v_y = 30m÷15s = <u>2.0 m/s</u>

(3) 川の流れの速さは v_x といえるので、30° の直角三角形の辺の比から計算して、

$v_x = 2\sqrt{3}$ ≒ 3.46 ≒ <u>3.5 m/s</u>

ConcepTest2　≪速度の合成≫

川幅が一定で流れのある川を、船で横切る。船のへさき（とんがっている部分）をどの向きに向けると、もっとも短い時間で川を渡りきることができるか。選択肢ア～エの中から適切なものを選べ。



ア．上流向き
イ．岸に対して直角
ウ．下流向き
エ．情報が足りずに答えられない

ConcepTest2 解答　イ

渡りきるまでに最も短い時間で進むためには、岸に対して直角な成分（真上成分）が多い方がよい。上流や、下流に向けて船を進めると、合成された速度ベクトルの真上成分は、小さくなってしまう。

最も真上成分が大きくなるのは、船のへさきを真上に向けたときになる。よって解答はイ。

＊ 船は斜めに進むが、真上成分は最も大きくなる。実際に作図をして考えてみよう。