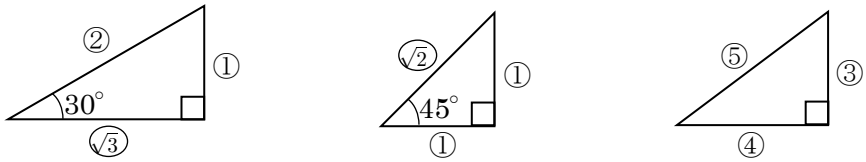
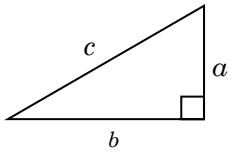
テーマ 11　準備①　三角比の練習

① 有名三角形



物理でよく出てくる三角形の辺の比になるので覚えておきましょう。有名三角形でないときは、三平方の定理を使います。

≪三平方の定理≫



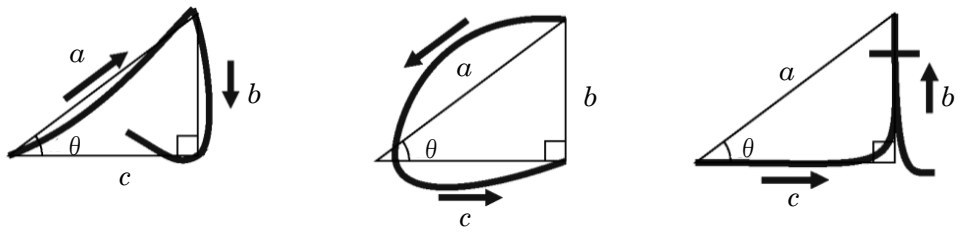
$$a^2 + b^2 = c^2$$

変形して

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

② 三角比の定義

下図のような覚え方を頭に入れる。



sin の頭文字 s の筆記体の形になぞり、分母→分子とする。

cos の頭文字 c の形になぞり、分母→分子とする。

tan の頭文字 t の筆記体の形になぞり、分母→分子とする。

$$\sin\theta = \frac{b}{a}$$

$$\cos\theta = \frac{c}{a}$$

$$\tan\theta = \frac{b}{c}$$

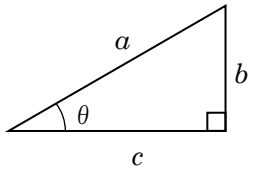
＊余白は用意していないので、ノートに解きましょう。

問題 12　三角比の定義 1

右の図の直角三角形について、次の問いに答えなさい。

(1) $\sin\theta$ はいくらか。

(2) $\cos\theta$ はいくらか。



問題 12　解答　(1) $\sin\theta = \dfrac{b}{a}$　(2) $\cos\theta = \dfrac{c}{a}$

解説

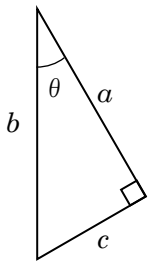
前ページの定義の通り。直角の場所を見極めて、考えられるようにトレーニングしよう。

問題 13　三角比の定義 2

右の図の直角三角形ついて、次の問いに答えなさい。

(1) $\sin\theta$ はいくらか。

(2) $\cos\theta$ はいくらか。



問題 13　解答　(1) $\sin\theta = \dfrac{c}{b}$　(2) $\cos\theta = \dfrac{a}{b}$

解説

右下に直角、という形ではない三角形でも、どこが sin でどこが cos か区別できるようにトレーニングしましょう。

問題 14　三角比の定義 3

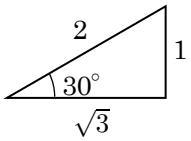
(1) sin30°　はいくらか。
(2) cos30°　はいくらか。
(3) sin60°　はいくらか。
(4) cos45°　はいくらか。

問題 14　解答　(1) $\sin 30° = \frac{1}{2}$　(2) $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$　(3) $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$　(4) $\cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$

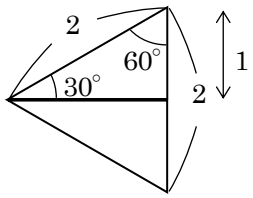
解説

有名角の三角比の値はよく使うので書けるようにしておこう。値を丸暗記するのではなく、有名角の三角形をどこか余白に実際に書いて考えればいい。

≪図を書く≫

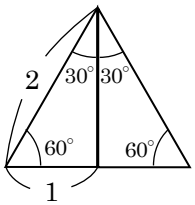


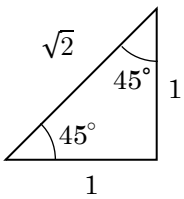
なぜこの辺の比になるかも知っておこう



2つ合わせるとすべての角度が60°の三角形ができる。これは正三角形である。
⇒正三角形の1辺の長さを2とすると、上図のように、斜辺と短い辺が2：1だと導ける
⇒2：1の関係が導けたら、三平方の定理から残りの1辺が$\sqrt{3}$と導ける。

＊ 60°の三角形も、向きが違うだけで、同じである。



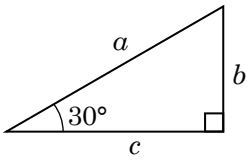


なぜこの辺の比になるかも知っておこう

45°の直角三角形は、もう一つの角も45°なので、二等辺三角形であるといえる。よって斜辺ではない方の長さを1とすると、あとは三平方の定理で斜辺は$\sqrt{2}$であると導ける。

問題 15　三角比の利用 1

右の図の直角三角形について、次の問いに答えなさい。



(1) 『sin30°』と『a』を用いて、b の長さを表せ。

(2) (1)の解答に『sin30° $=\frac{1}{2}$』を代入し、b の長さを a を用いて表せ。

(3) c の長さを a を用いて表せ。

問題 15　解答　(1) $b = a\sin 30°$　(2) $b = \frac{1}{2}a$　(3) $c = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

解説

(1) sin30° $= \frac{b}{a}$ なので、これを変形して、$b = a\sin 30°$

このような形で辺の長さを示すことが物理では多いです。慣れよう。

(2) $b = a\sin 30°$ に sin30° $= \frac{1}{2}$ を代入し、$b = \frac{1}{2}a$

(3) $c = a\cos 30°$ と示せて、　cos30° $= \frac{\sqrt{3}}{2}$ を代入すると、

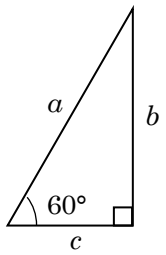
$c = \frac{\sqrt{3}}{2}a$　　＊$c = a\cos 30°$ と示せるようになっておきましょう。

問題 16　三角比の利用 2

右の図の直角三角形について、次の問いに答えなさい。

(1) b の長さを a を用いて表せ。

(2) c の長さを a を用いて表せ。



問題 16　解答　(1) $b = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ （$b = a\sin 60°$ ）(2) $c = \frac{1}{2}a$ （$c = a\cos 60°$ ）

解説

(1) $\sin 60° = \frac{b}{a}$ なので

$b = a\sin 60°$ と示せて、

sin60° $= \frac{\sqrt{3}}{2}$ を代入して

$b = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

(2) $\cos 60° = \frac{c}{a}$ なので

$a = c\cos\theta$　と示せて、

cos60° $= \frac{1}{2}$ を代入して

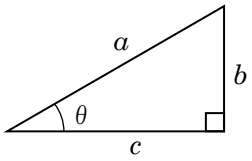
$b = \frac{1}{2}a$

問題 17　三角比の利用 3

右の図の直角三角形について、次の問いに答えなさい。

(1) b の長さを θ と a を用いて表せ。

(2) c の長さを θ と a を用いて表せ。



問題 17　解答　(1) $b = a\sin\theta$　(2) $c = a\cos\theta$

解説

(1) $\sin\theta = \dfrac{b}{a}$ なので

$b = a\sin\theta$

(2) $\cos\theta = \dfrac{c}{a}$ なので

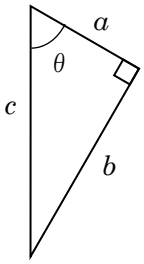
$c = a\cos\theta$

問題 18　三角比の利用 4

右の図の直角三角形について、次の問いに答えなさい。

(1) a の長さを θ と c を用いて表せ。

(2) b の長さを θ と c を用いて表せ。



問題 18　解答　(1) $a = c\cos\theta$　(2) $b = c\sin\theta$

解説

(1) $\cos\theta = \dfrac{a}{c}$ なので

$a = c\cos\theta$

(2) $\sin\theta = \dfrac{b}{c}$ なので

$b = c\sin\theta$

テーマ 12　準備②　ベクトルの計算

例えば、ある物体を、東に押す人と北に押す人の 2 人で同時に押すと、物体は北東向きに進むと予想ができる。いままでは、一直線上で、右か左かしか考えてこなかったが、ここからは斜めの要素も含めた力学を学ぶ。斜めの要素を考えるときに使用するのが、『ベクトル』というものである。

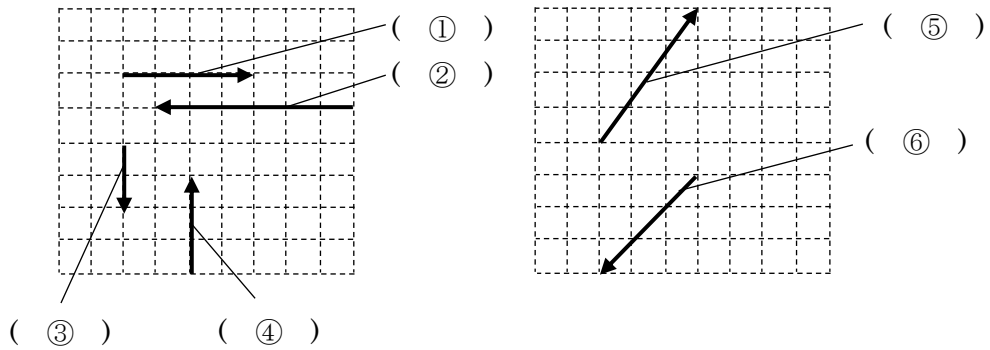
ベクトル・・・向きと大きさを持つ量のこと　（例　速度…○○向きに□□m/s）

ベクトルは矢印で示す。

⇔スカラー・・・大きさのみを持つ量のこと　（例　速さ…□□m/s　質量…□□kg）

問題 19　ベクトルの大きさ

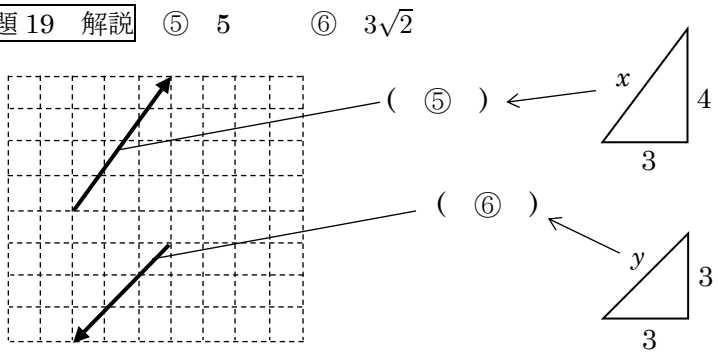
次のベクトルの大きさを答えよ。ただし、方眼の 1 マスの大きさを 1 とする。



Point　ベクトルの大きさは長さで表す。

問題 19　解答　① 4　② 6　③ 2　④ 3　⑤ 5　⑥ $3\sqrt{2}$

問題 19　解説　⑤ 5　⑥ $3\sqrt{2}$



三平方の定理より

$x = \sqrt{3^2 + 4^2}$

$x = 5$

三平方の定理より

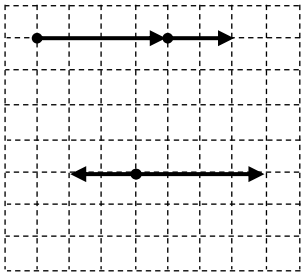
$y = \sqrt{3^2 + 3^2}$

$y = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

問題 20　ベクトルの合成

次の 2 本のベクトルを合成せよ。わかりやすくするためにそれぞれのベクトルの始点に●をつけている。

(1)

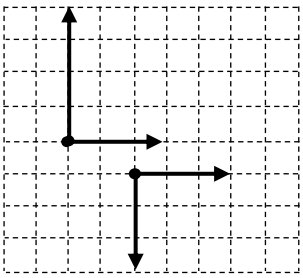


(1)は左右で向きを答える

(2)

(2)は左右で向きを答える

(3)



(3) は作図で向きを示して、
大きさは数字で答える。

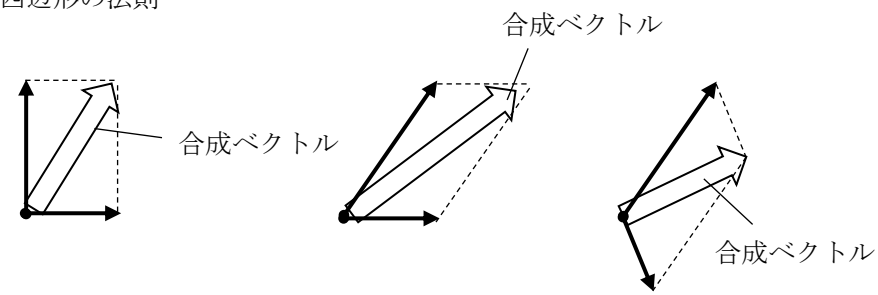
(4)

(4) は作図で向きを示して、
大きさは数字で答える。

Point　一直線上のベクトルの合成は、値の合計になる。

向きが違うベクトルの合成は、平行四辺形の法則で作図し、大きさは長さを計算、計測して求める。

＊平行四辺形の法則

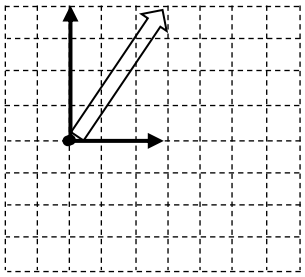


① ベクトルのおしりを合わせて、ベクトルが辺になるような平行四辺形を書く。
② かいた平行四辺形の対角線が合成したベクトルとなる。

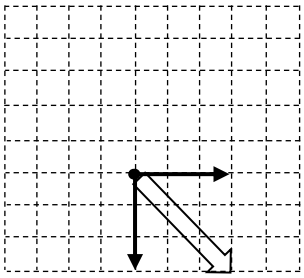
問題 20 解答　(1) 右に 6　(2) 右に 2

(3) 向きは下図参照　大きさ 5　　(4) 向きは下図参照　大きさ$3\sqrt{2}$

(3) 作図



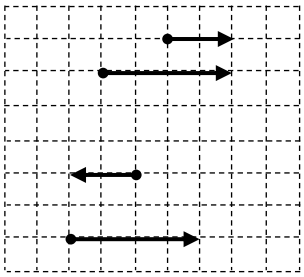
(4) 作図



問題 21　ベクトルの合成 2

次の 2 本のベクトルを合成せよ。みやすくするためにそれぞれのベクトルの始点に●をつけている。

(1)

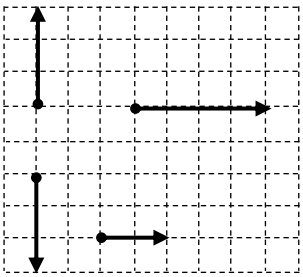


(1)は左右で向きを答える。

(2)

(2)は左右で向きを答える。

(3)



(3) は作図で向きを示して、
大きさは数字で答える。

(4)

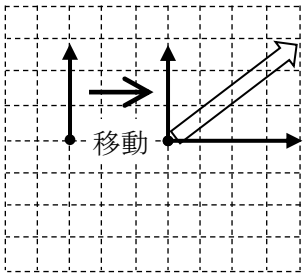
(4) は作図で向きを示して、
大きさは数字で答える。

Point　ベクトルは、向きと大きさを変えなければ、座標内を自由に移動していい。
合成するときは矢印のお尻を合わせる

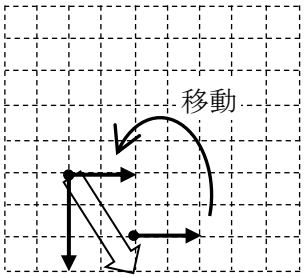
問題 21 解答　(1) 右に 6　(2) 右に 2

(3) 向きは下図参照　大きさ 5　　(4) 向きは下図参照　大きさ$\sqrt{13}$

(3) 作図



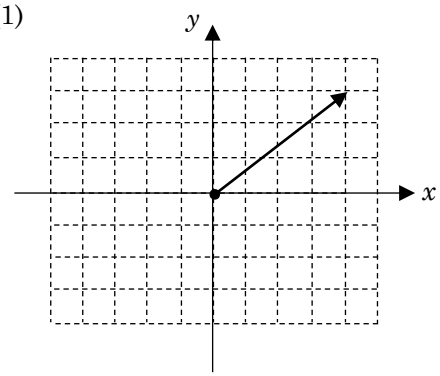
(4) 作図



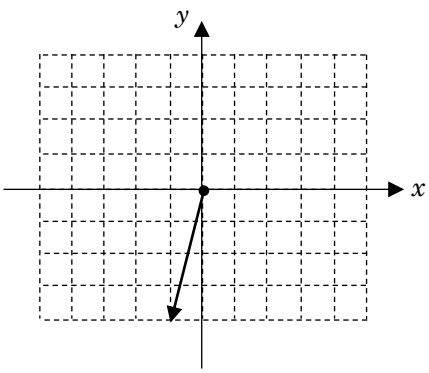
問題 22　ベクトルの分解

次のベクトルを x 軸方向と、y 軸方向に分解せよ。

(1)



矢印を作図して、大きさは数字で答える。



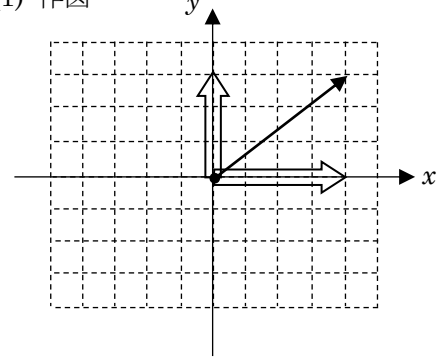
矢印を作図して、大きさは数字で答える。

Point　ベクトルの分解とは、設定した軸に沿ったベクトル 2 本にわけること。

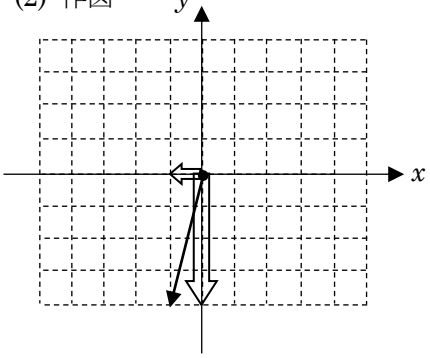
x 軸、y 軸のように 90°の軸では、軸に垂線をおろして作図すると楽

問題 22 解答　(1) x 成分：＋4　　y 成分：＋3　　(2) x 成分：－1　　y 成分：－4

(1) 作図



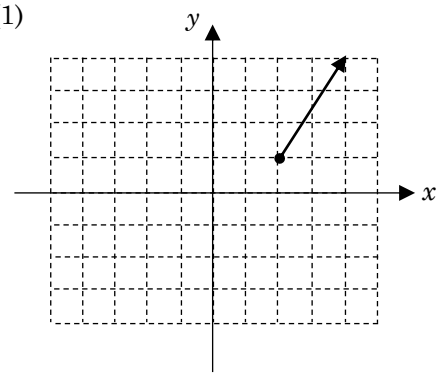
(2) 作図

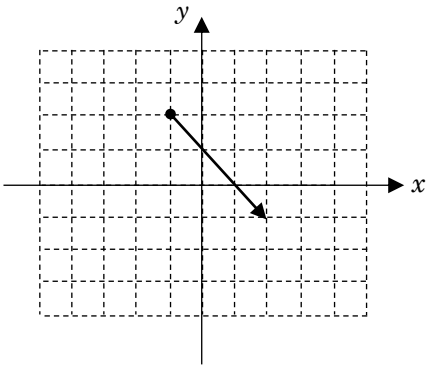


問題 23　ベクトルの分解 2

次のベクトルを x 軸方向と、y 軸方向に分解せよ。

(1)

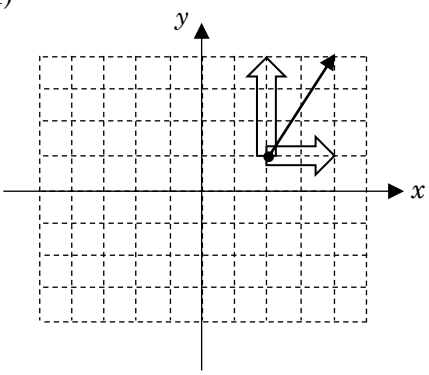




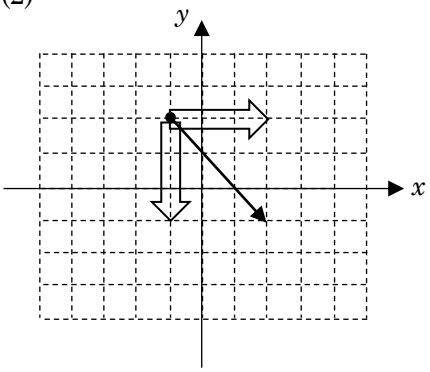
矢印を作図して、大きさは数字で答える。　　矢印を作図して、大きさは数字で答える。

問題 23　解答　(1) x 成分：＋2　　y 成分：＋3　　(2) x 成分：+3　　y 成分：－3

(1)

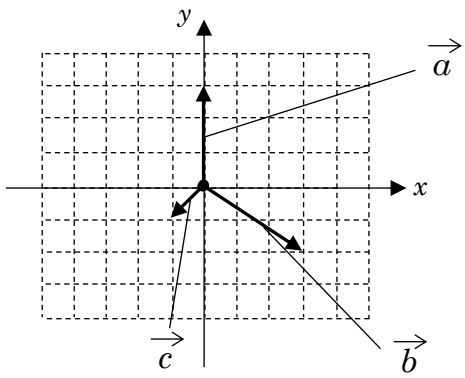


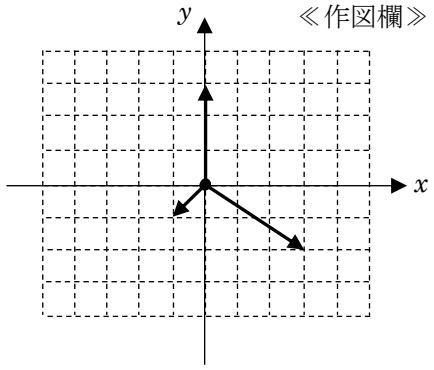
(2)



問題 24　ベクトルの成分を用いた合成

次のベクトルを 2 種類の方法で合成する。





＊$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$の上にある『→』は$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$がベクトルであることを示す記号である。省略することもあるが、記号の上に→をつけるルールがあることも知っておこう。

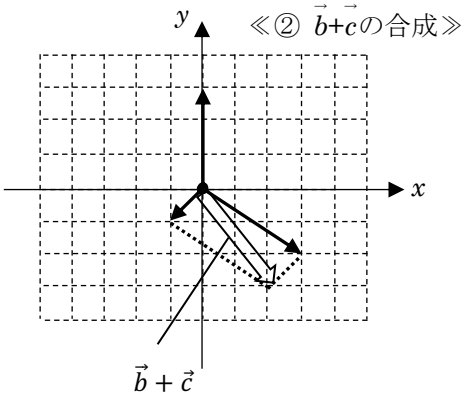
(1) 作図により、ベクトルの合成を行い、その大きさを求めよ。

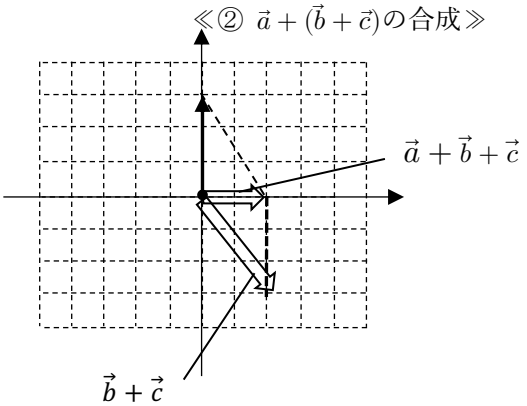
＊3 本以上の合成は、先に 2 本選んで合成し、合成したものと残りの 1 本を合成する。

① 先に$\vec{b}$と$\vec{c}$の合成を行い、メモ用方眼に$\vec{b}+\vec{c}$のベクトルと、$\vec{a}$のベクトルを書いてみよう。

② $\vec{b}+\vec{c}$と$\vec{a}$を合成しよう。(問題文の右図参照)

③ 合成したもののベクトルの大きさを考えよう（下図参照)。





→　$|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|$＝（　　2　　）

↑

＊ベクトルの大きさを示すときは、ベクトル記号に絶対値マークをつける。絶対値マークがないときは、記号の中身に向きが含まれていることを示す。

物理では省略することがほとんどなので、今後、大きさを示すときに、絶対値マークはつけないこととする。

(2) 成分による考え方で、3 本のベクトルの合成を行い、その大きさを求めよ。

① 3 本のベクトルの x 成分、y 成分を考える。

$\vec{a}$ ： x 成分…（　　0　　）、y 成分…（　　+3　　）

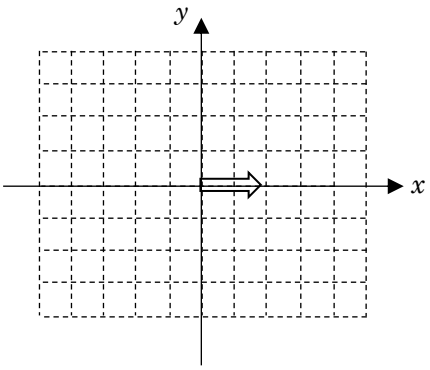
$\vec{b}$ ： x 成分…（　　+3　　）、y 成分…（　　−2　　）

$\vec{c}$ ： x 成分…（　　−1　　）、y 成分…（　　−1　　）

② それぞれの成分を足し算して、$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ のベクトルの成分を求める。

$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ ：x 成分…（　　+2　　）、y 成分…（　　0　　）

③ 合成した成分の矢印を作図してみる。



④ ベクトルの大きさを考えよう　→　（　　2　　）

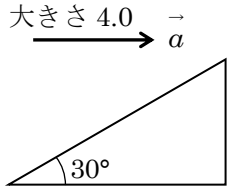
Point　2 本以上のベクトルを合成するときは、2 本ずつ合成の作図をしていく。

ベクトルの成分を考えることで、合成を行うこともできる。

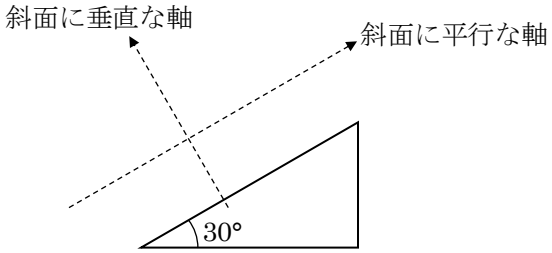
テーマ 13 斜面上のベクトルの分解

問題 25　斜面に沿った軸をとる

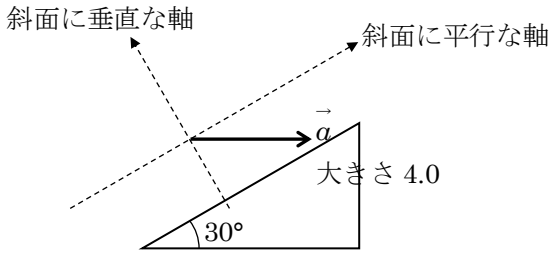
角度 30°の斜面がある。図中のベクトル$\vec{a}$の『斜面に対して平行な成分の大きさ』と『斜面に対して垂直な成分の大きさ』を求めよ。（この問題では、√は小数に直さなくてよい）



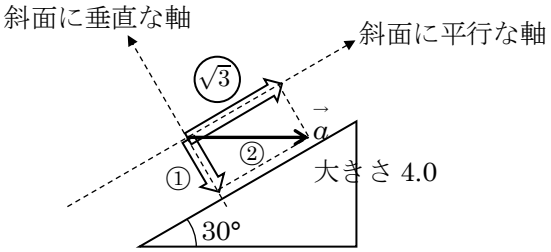
① まずは、『斜面に対して平行な成分』の意味を理解しよう。
『斜面に対して平行』と『斜面に対して垂直』の 2 方向で軸を作ると以下のようになる。



② 次に、ベクトル$\vec{a}$をこの軸にそって分解してみよう。



③ 次に、大きさを考えるために、長さを計算してみよう。
30°の直角三角形なので、1：2：$\sqrt{3}$という比になる。

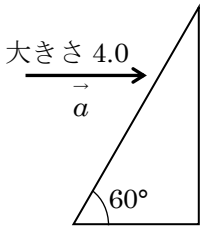


大きさ 4.0 のところが
②の比であることから計算して

斜面に平行成分（　$2\sqrt{3}$　）
斜面に垂直成分（　2　）

問題 26　斜面に沿った軸をとる

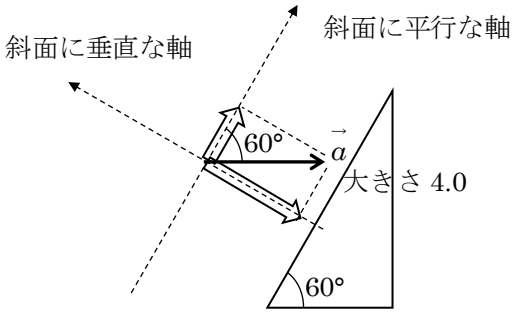
角度 60° の斜面がある。図中のベクトル$\vec{a}$の『斜面に対して平行な成分の大きさ』と『斜面に対して垂直な成分の大きさ』を求めよ。
（この問題では、√は小数に直さなくてよい）



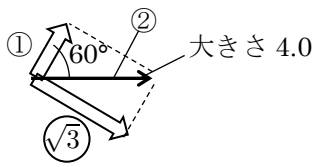
問題 26 解答　斜面に平行成分の大きさ：2.0　斜面に垂直成分の大きさ：$2\sqrt{3}$

解説

軸をとり作図をすると以下のようになる。（解説を見やすくために、太矢印で作図しているが、自分で作図するときは、普通の矢印で書こう。太い矢印は加速度を書くときに使用する。）



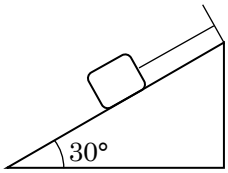
60° の直角三角形なので、1：2：$\sqrt{3}$ の比になる。



比を用いて考えると、
斜面に平行成分：2.0
斜面に垂直成分：$2\sqrt{3}$

問題 27　重力を分解する

角度 30°のなめらかな斜面上で、質量 10 kg の物体が、糸で支えられ静止している。ただし$\sqrt{3}$=1.73 とする。



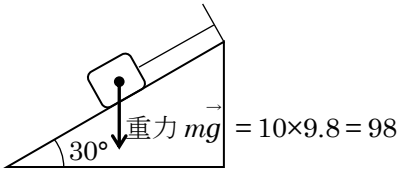
(1) この物体にはたらく重力を斜面と平行な方向と、斜面と垂直な方向に分解し、それぞれの成分の大きさを求めよ。
　((1)では、$\sqrt{\ }$は小数に直さなくてよい)

(2) 斜面に垂直な方向で成り立つ力の関係式を立てて、この物体にはたらく垂直抗力の大きさを答えよ。

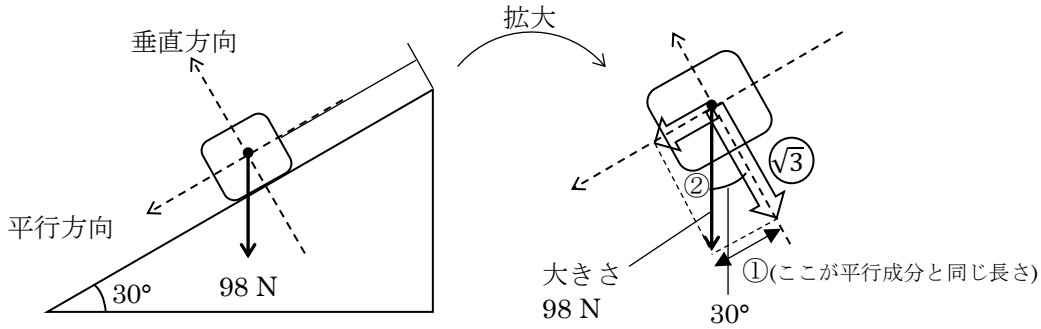
(3) 斜面に平行な方向で成り立つ力の関係式をたてて、この物体にはたらく糸の張力の大きさを答えよ。

解説　この問題から力を書く際、右下の○→△（○が△に加える力）の説明は省略する。

(1) ① まずは重力を書き込み、分解する方向に軸を書く。
（今回は物体がすべり下りるので斜面下向きを正とする）

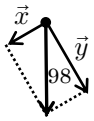


② 書いた軸に垂線を下ろして、力を分解する。
　このとき、垂直方向の軸とベクトルの間の角度が 30°になることがポイント!!



30°の直角三角形の辺の比を用いて、平行方向成分と、垂直方向成分の大きさを求める。
このとき、重力が 98 N なので、真下向きのベクトルの長さを 98 として計算する。

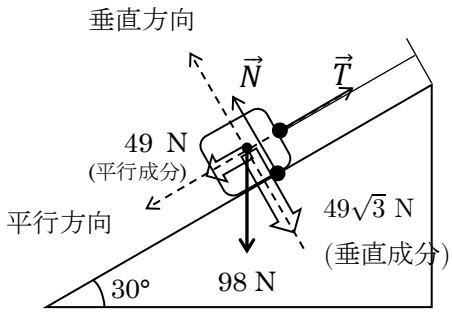
≪比の計算≫＊平行成分の大きさを x、垂直成分の大きさを y と置いて計算してみよう。



30°の三角形なので、1 : 2 : $\sqrt{3}$の比になる。

平行成分$|\vec{x}|$ = （　49　）　　垂直成分$|\vec{y}|$ = （　$49\sqrt{3}$　）

(2) 重力以外にはたらく力を書き込む。(垂直抗力$\vec{N}$と張力$\vec{T}$)



垂直方向で成り立つ力の関係式は、静止していることから『つりあいの式』とわかる。
立式すると、

($|\vec{N}| = 49\sqrt{3}$ (物理では絶対値記号は省略して $N = 49\sqrt{3}$とかくことが多い))
(今後は書かないこととする。)

よって、垂直抗力の大きさは、

($N = 49\sqrt{3}$ 〔N〕) となる。有効数字 2 桁に直して、($N \fallingdotseq 85$〔N〕)

(3) 斜面と平行方向で成り立つ力の関係式も、静止しているので『つりあいの式』である。
立式すると、

($T = 49$)

よって、張力の大きさは、

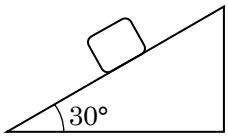
($T = 49$ 〔N〕) となる。

＊(1)も(2)もつりあいの式と、解答を述べている式で、全く同じ式が２つ並んでいる形になっています。式の物理的な意味が違うので分けているので、丁寧に書くときは２つとも必要な式であると認識しておいてください。

Point　斜面上の物体を考えるときは、
① 物体にはたらく重力を分解して、
② それぞれの方向で立式(つりあいや運動方程式)を行う。

問題 28　斜面上をすべる物体

角度 30°のなめらかな斜面上に質量 2.0 kg の物体置き、
静かに手を離した。



(1) この物体にはたらく重力を斜面と平行な方向と、斜面と垂直な方向に分解し、それぞれの成分の大きさを求めよ。
（(1)では、$\sqrt{\ }$は小数に直さなくてよい）

(2) 物体にはたらく垂直抗力を$\vec{N}$とし、斜面に垂直な方向で成り立つ力の関係式を立てて、この物体にはたらく垂直抗力の大きさを答えよ。

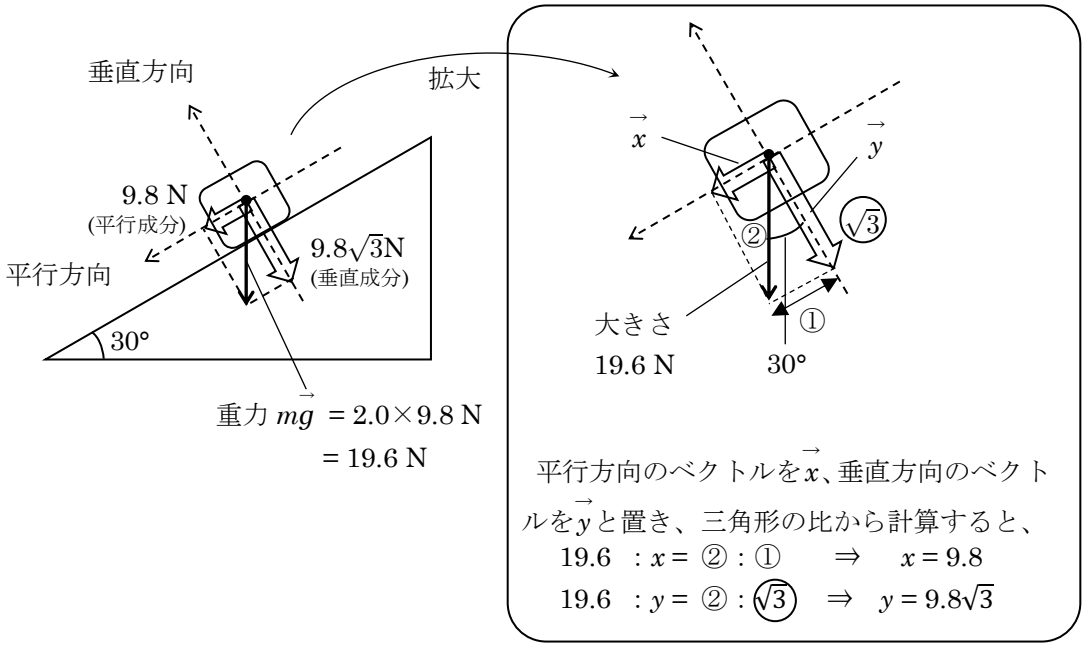
(3) 物体の加速度を$\vec{a}$と置き、斜面に平行な方向で成り立つ力の関係式をたてて、この物体がすべるときの加速度の大きさを答えよ。

問題 28 解答 (1) 平行成分：9.8 N　垂直成分：$9.8\sqrt{3}$ N

(2) 関係式：$N = 9.8\sqrt{3}$　大きさ：17 N ($9.8\sqrt{3}$ N)　　(3) 4.9 m/s²

解説

(1) 重力を書き、各成分に分解すると下図のようになる。



(2) 物体は、斜面下向きにすべっていくが、垂直方向への移動はないといえる。

よって、垂直方向の力は『つりあっている』。つりあいの式を立てると、

$N = 9.8\sqrt{3}$

よって、垂直抗力の大きさは、$N = \sqrt{3}$なる。有効数字 2 桁に直して、$N = 17$〔N〕

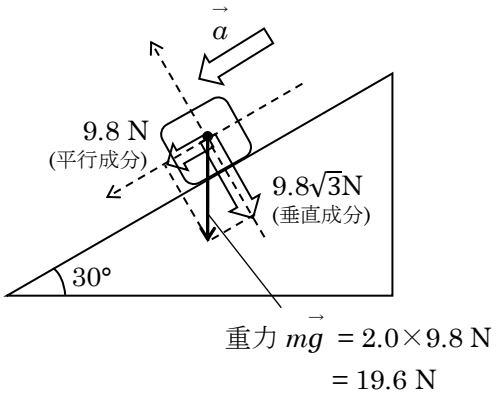
(3) 斜面と平行方向では重力の斜面に平行成分を打ち消す力がない。よって力はつりあわず、すべって加速していく。よって立てる式は運動方程式 $ma = F$ になる。

立式すると、

$2.0 \times a = 9.8$

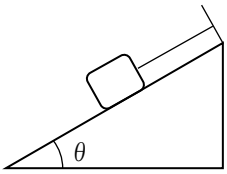
a について解いて

$a = 4.9$ m/s²



問題 29　三角比の利用

角度 θ のなめらかな斜面上で、質量 m〔kg〕の物体が、糸で支えられ静止している。重力加速度を g〔m/s²〕とする。（この問題では具体的な数が出てこない。文字で答える問題である。文字で答える問題では、ルートを小数に直したら×なので気をつけましょう。）



(1) この物体にはたらく重力を斜面と平行な方向と、斜面と垂直な方向に分解し、それぞれの成分の大きさを求めよ。

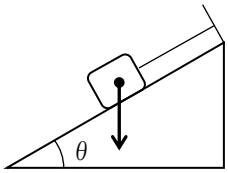
(2) 斜面に垂直な方向で成り立つ力の関係式を立てて、この物体にはたらく垂直抗力の大きさを答えよ。

(3) 斜面に平行な方向で成り立つ力の関係式をたてて、この物体にはたらく糸の張力の大きさを答えよ。

問題 29 解答　(1) 平行成分：$mg\sin\theta$　鉛直成分：$mg\cos\theta$　(2) $mg\cos\theta$　(3) $mg\sin\theta$

問題 29 解説

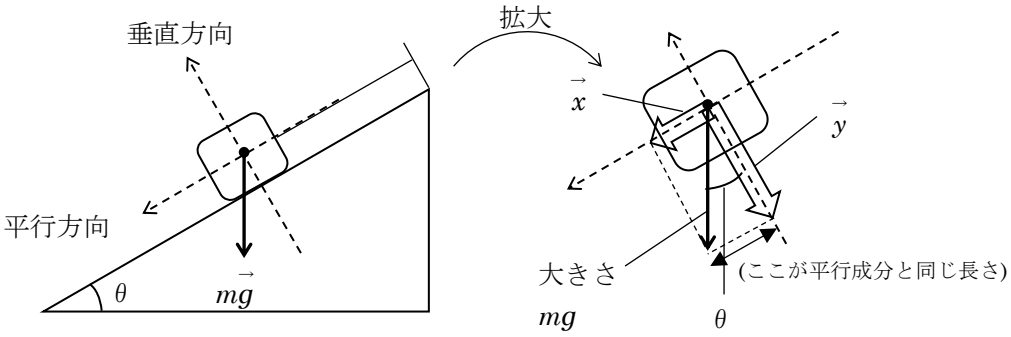
① まずは重力を書き込み、分解する方向に軸を書く。



重力 $m\vec{g}$

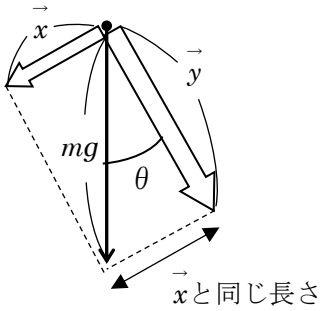
② 書いた軸に垂線を下ろして、力を分解する。

このとき、垂直方向の軸とベクトルの間の角度が θ になることがポイント!!



重力を示すベクトルの長さを mg として、x、y の長さを計算する。

長さのイメージ

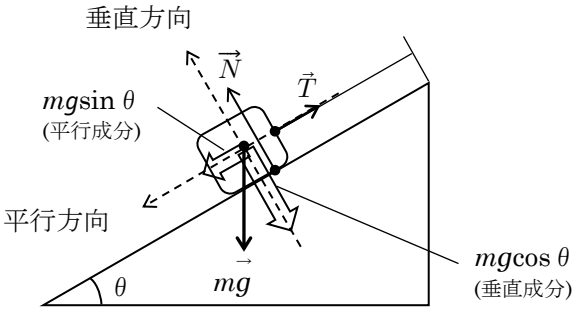


$\sin\theta = \dfrac{x}{mg}$ とかけるので、$x = mg\sin\theta$

$\cos\theta = \dfrac{y}{mg}$ とかけるので、$y = mg\cos\theta$

平行成分 $x =$ （ $mg\sin\theta$ ）　　垂直成分 $y =$ （ $mg\cos\theta$ ）

(2) 重力以外にはたらく力を書き込む。（垂直抗力$\vec{N}$と張力$\vec{T}$）



斜面と垂直方向で成り立つ力の関係式は、静止していることから『つりあいの式』とわかる。
立式すると、

（ $N = mg\cos\theta$ ）

よって、垂直抗力の大きさは、

（ $N = mg\cos\theta$ 〔N〕 ）となる。

(3) 斜面と平行方向で成り立つ力の関係式も、静止しているので『つりあいの式』である。
立式すると、

（ $T = mg\sin\theta$ ）

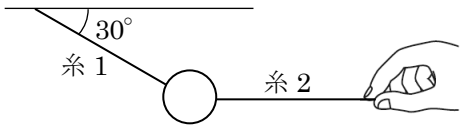
よって、張力の大きさは、

（ $T = mg\sin\theta$ 〔N〕 ）となる。

テーマ 14 ベクトルを用いた問題例

問題 30　斜めの力のつりあい

右の図のように、質量 m の物体に糸 1、糸 2 をくくりつけ、糸 2 を水平右向きに引くと、天井と糸 1 のなす角度が 30° の状態で物体は静止した。重力加速度を g とする。



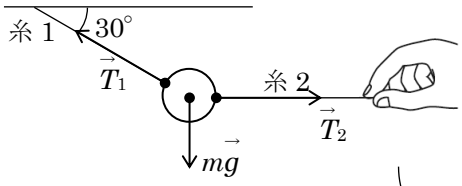
(1) 糸 1 ではたらく張力を $\vec{T}_1$、糸 2 ではたらく張力を $\vec{T}_2$ とおき、鉛直方向と、水平方向で成り立つつりあいの式をたてよ。

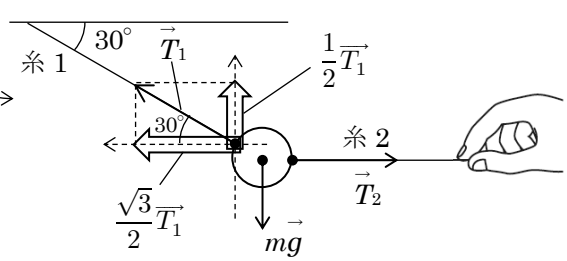
(2) $\vec{T}_1$、$\vec{T}_2$ の大きさを m、g を用いて表せ。（文字で答える問題なので、$\sqrt{\ }$ は少数に直さない。）

問題 30　解答　(1) 鉛直方向：$\frac{1}{2}T_1 = mg$　水平方向：$\frac{\sqrt{3}}{2}T_1 = T_2$　(2) $T_1 = 2mg$、$T_2 = \sqrt{3}mg$

解説

(1) 物体にはたらく力を書き出す。（力学の基本です。丸で囲んで触れてるものを探す）





力の向きがバラバラだとつりあいの式が立てられないので、軸を設定し、分解して、向きをそろえる。

今回は、鉛直（真上）と水平（真横）に軸をとる。

分解して一直線になったら、つりあいの式をたてることができる。

鉛直方向：$\frac{1}{2}T_1 = mg$ ・・・①　　水平方向 $\frac{\sqrt{3}}{2}T_1 = T_2$ ・・・②

(2) 立てたつりあいの式より、問題で聞かれているものを答える。

①式　$\frac{1}{2}T_1 = mg$ より、$T_1 = 2mg$

②式に $T_1 = 2mg$ を代入し、

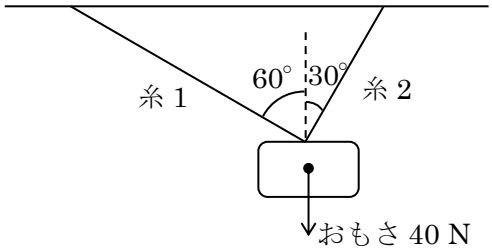
$$\frac{\sqrt{3}}{2}T_1 = T_2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times 2mg = T_2$$

$$T_2 = \sqrt{3}mg$$

問題 31　3 力のつりあい

重さ 40 N のおもりに 2 本の糸を結び、図のように支え静止させた。以下の問いに答えよ。



(1) 糸 1 にはたらく張力を$\overrightarrow{T_1}$、糸 2 ではたらく張力を$\overrightarrow{T_2}$と置き、おもりにはたらく張力を作図せよ。

(2) 水平方向と鉛直方向に軸をとり、張力を各方向に分解した作図を行い、T_1 、T_2 を用いてそれぞれの方向でつりあいの式をたてよ。
（この問題は立式の段階なので、√は小数に直さなくてよい。）

(4) T_1、T_2 の大きさを求めよ。（$\sqrt{2}=1.41$、$\sqrt{3}=1.73$として有効数字 2 桁で答える。）

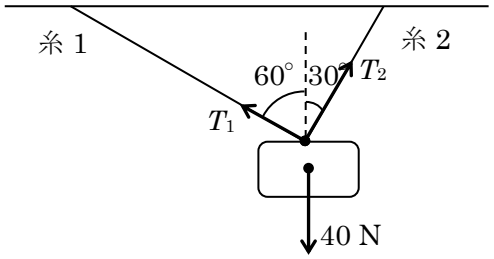
問題 31 解答 (1) 解説参照

(2) 作図は解説参照、 水平方向：$\frac{\sqrt{3}}{2}T_1=\frac{1}{2}T_2$　鉛直方向：$\frac{1}{2}T_1+\frac{\sqrt{3}}{2}T_2=40$

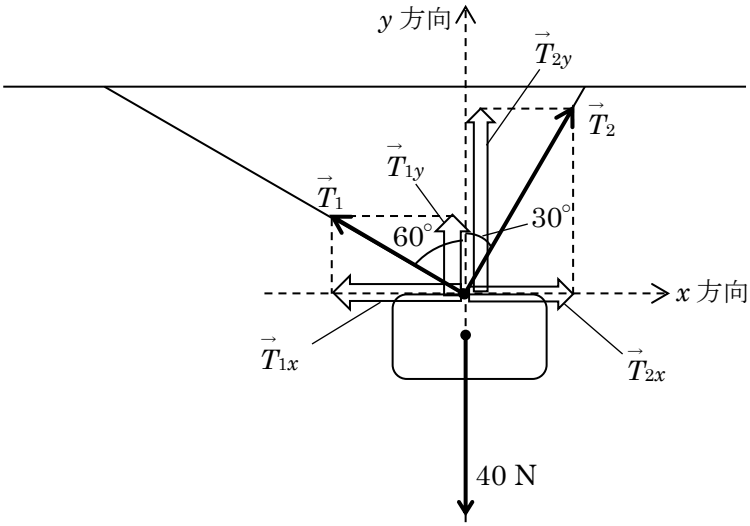
(4) T_1 = 20 N　　T_2 = 35 N (34.6 N、$20\sqrt{3}$ N)

解説

(1) 糸の張力は糸に沿った向きにはたらくことに気をつけてベクトルを書く。



(2) 軸をとる。水平方向を x 方向、鉛直方向を y 方向と呼ぶことにする。



三角比を用いて、各方向の力の大きさを求めると

$\boxed{\vec{T}_1}$

x 方向(T_{1x} と置く)

$$\sin 60° = \frac{T_{1x}}{T_1}$$

$$T_{1x} = T_1 \sin 60°$$

$$T_{1x} = \frac{\sqrt{3}}{2} T_1$$

y 方向(T_{1y} と置く)

$$\cos 60° = \frac{T_{1y}}{T_1}$$

$$T_{1y} = T_1 \cos 60°$$

$$T_{1y} = \frac{1}{2} T_1$$

$\boxed{\vec{T}_2}$

x 方向(T_{2x} と置く)

$$\sin 30° = \frac{T_{2x}}{T_2}$$

$$T_{2x} = T_2 \sin 30°$$

$$T_{2x} = \frac{1}{2} T_2$$

y 方向(T_{2y} と置く)

$$\cos 30° = \frac{T_{2y}}{T_2}$$

$$T_{2y} = T_2 \cos 30°$$

$$T_{2y} = \frac{\sqrt{3}}{2} T_2$$

となる。三角比を用いず、有名三角形の辺の比から求めてもよい。

分解ができたら、各方向で式を立てる。

（物体が静止しているので、すべての方向でつりあいの式が成り立つ）

x 方向：$\frac{\sqrt{3}}{2}T_1 = \frac{1}{2}T_2$・・・①　　y 方向：$\frac{1}{2}T_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}T_2 = 40$・・・②

(4) 前の問題で立てた式において、不明数が 2 つで立式が 2 つなので、連立方程式を解けば、それぞれの張力の大きさがわかる。

①式を変形し

$\frac{\sqrt{3}}{2}T_1 = \frac{1}{2}T_2$・・・①

$T_2 = \sqrt{3}T_1$・・・①'

これを②式に代入し、T_2 を消去する。

$\frac{1}{2}T_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}T_2 = 40$・・・②

$\frac{1}{2}T_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3}T_1 = 40$

$\frac{1}{2}T_1 + \frac{3}{2}T_1 = 40$

$2T_1 = 40$

$T_1 = 20$〔N〕

これを①' 式に代入し、

$T_2 = \sqrt{3}T_1$・・・①'

$T_2 = \sqrt{3} \times 20$

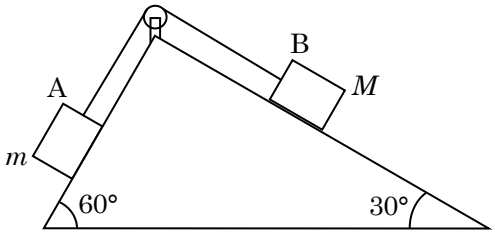
$T_2 = 34.6 \fallingdotseq 35$〔N〕

問題 32　発展 ≪斜面上の連結 2 物体≫

角度30°、角度60°をなす2つのなめらかな斜面をもつ三角形の台の上に、質量mの物体Aと、質量Mの物体Bを軽い糸で滑車を通して連結して図のように置く。重力加速度の大きさをgとして、以下の問いに答えよ。

(1) 2つの物体が静止したとすると、質量Mは質量mの何倍か。

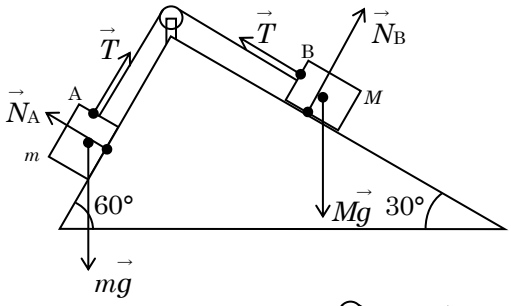
(2) 物体Bを質量m（物体Aと同じ質量）の物体Cと取り換えると、2物体はすべりだした。物体Aの加速度はどちら向きにいくらか。m、gを用いて表せ。



問題 32 解答 (1) $\sqrt{3}$ 倍　(2) $\dfrac{\sqrt{3}-1}{4}g$

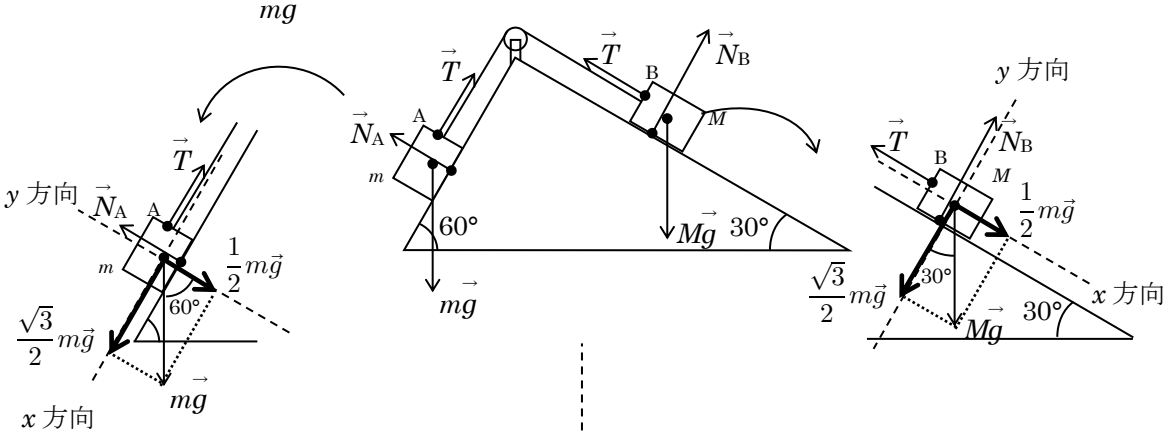
解説 STEP① 力を書き出し　STEP② 力を分解し　STEP③ 各方向で立式する。
この流れをマスターしましょう。

(1) それぞれの物体ごとに力を書くと以下のようになる。



物体ごとに書き出すことが大切

動こうとする方向と、重力の方向があっていないので、軸をとり、力を分解する。



x 方向： $\sin 60^\circ = \dfrac{x}{mg}$

$x = mg\sin 60^\circ$

$x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}mg$

y 方向： $\cos 60^\circ = \dfrac{y}{mg}$

$y = mg\cos 60^\circ$

$y = \dfrac{1}{2}mg$

x 方向：$\sin 30^\circ = \dfrac{x}{Mg}$

$x = Mg\sin 30^\circ$

$x = \dfrac{1}{2}Mg$

y 方向：$\cos 30^\circ = \dfrac{y}{Mg}$

$y = Mg\cos 30^\circ$

$y = \dfrac{\sqrt{3}}{2}Mg$

(1)ではどちらも物体は静止しているので、すべての方向でつりあいの式を立てる。

物体 A の x 方向のつりあい

$T = \dfrac{\sqrt{3}}{2}mg$ ・・・①

物体 A の y 方向のつりあい (今問題では使わない式)

$N_A = \dfrac{1}{2}mg$

物体 B の x 方向のつりあい

$T = \dfrac{1}{2}Mg$ ・・・②

物体 B の y 方向のつりあい (今問題では使わない式)

$N_B = \dfrac{\sqrt{3}}{2}Mg$

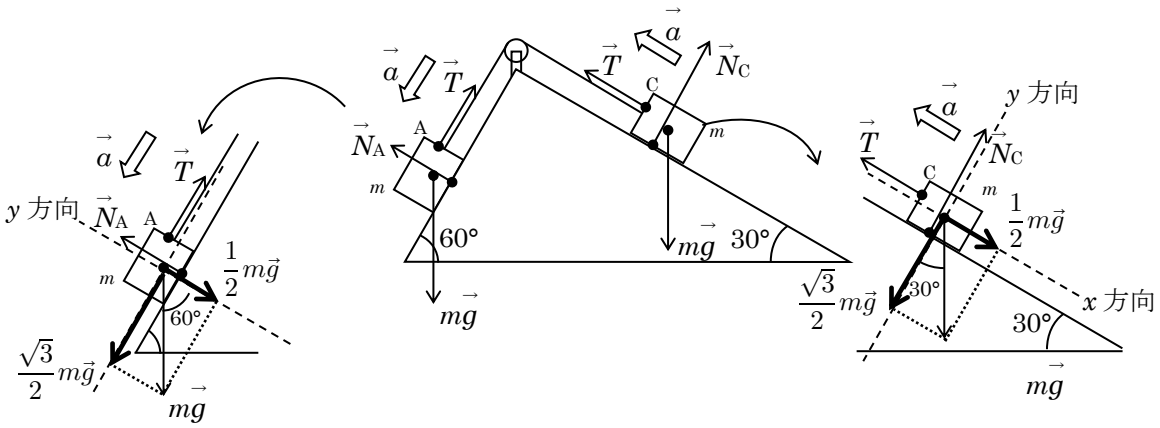
①、②式より

$$\frac{\sqrt{3}}{2}mg = \frac{1}{2}Mg$$

『M は m の何倍か』というのは『$M=$ ○×m』とかけるときの○の部分を聞いているので、この形に変形し、

$M = \sqrt{3}m$　　よって　$\sqrt{3}$ 倍

(2) 物体が加速すると、立てる式が『運動方程式』になる。きちんと図を書き直して考える。



x 方向

＊a の向きは角度が急な方に物体はすべると推測し、
上図のように設定した。

(1)と同様に、力を分解すると、上図のように分解できる。加速度を a と置いて立式する。

A についての x 方向の式（運動方程式）

$$ma = \frac{\sqrt{3}}{2}mg - T \quad ・・・①$$

A についての y 方向の式（つりあい）

$$N_A = \frac{1}{2}mg$$ （今問題では使わない式）

C についての x 方向の式（運動方程式）

$$ma = T - \frac{1}{2}mg \quad ・・・②$$

C についての y 方向の式（つりあい）

$$N_C = \frac{\sqrt{3}}{2}mg$$ （今問題では使わない式）

①式＋②式をして、解答に使えない文字 T を消去

$$ma + ma = \frac{\sqrt{3}}{2}mg - \frac{1}{2}mg$$

$$2ma = \frac{\sqrt{3}-1}{2}mg$$

$a = \frac{\sqrt{3}-1}{4}g$　　よって、斜面下向きに $\frac{\sqrt{3}-1}{4}g$