テーマ 15 静止摩擦力

以降、ベクトル記号の→はベクトルであることを意識する必要があるときだけ書くこととします。

問題文に『粗い面』とかかれているとき、物体には摩擦力がはたらく。

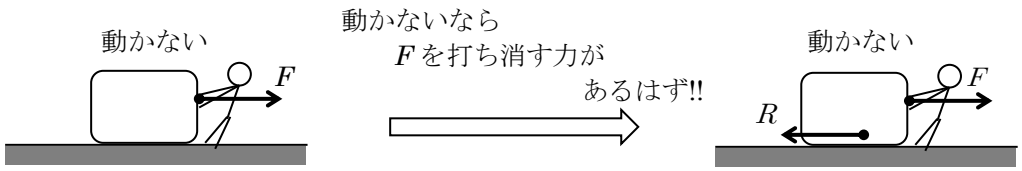
摩擦力　面で働く、進行を妨げる力

文字：R　や　f　　単位：〔N〕

また、面上ですべっているときと、すべっていないときで、働く摩擦力の種類が違う。すべっていないときに働く摩擦力を（　静止摩擦力　）といい、すべっているときの摩擦力を（　動摩擦力　）という。

☆ 静止摩擦力の基本的な考え方

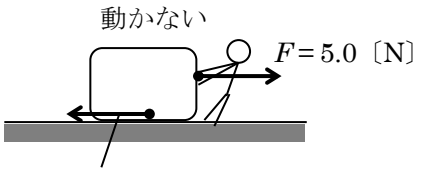
≪イメージ≫ 粗い面上で物体を F〔N〕の力で引っ張ったが、物体は静止していた。



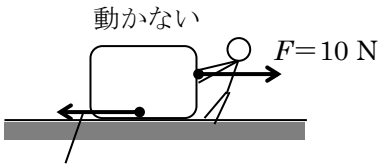
静止しているので、つりあいの式がたてられ、

水平方向のつりあいより：（　F　＝　R　）　という関係があるといえる。

では、5.0 N で引っ張っているときと 10 N の力で引っ張っているときを下図に示しているが、この時の静止摩擦力の大きさを考えてみよう。



(静止)摩擦力 R は（　5.0　）N

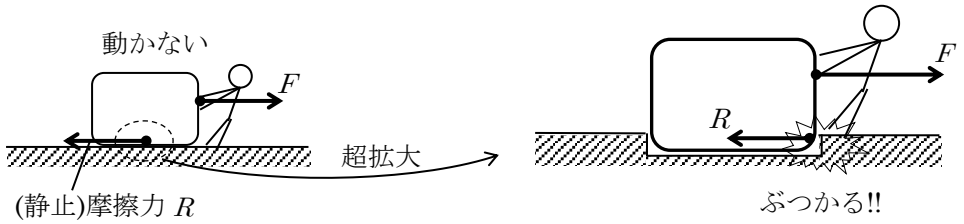


(静止)摩擦力 R は（　10　）　N

☆静止摩擦力のポイントまとめ

Point① 摩擦力の働く向きの考え方　～でっぱりシステム～

摩擦が働くときの地面を超拡大してみる。面が粗いというのは、図のようにでっぱりにはまっている状況をいうのだ。ここで、物体を引っ張ると？



Point② 静止摩擦力の大きさ

静止摩擦力は、引っ張る力に応じて柔軟に変化する。

(例)

よって、静止摩擦力の求め方は、

摩擦力を *R* などの文字でおく。 ➔ つりあいの式や運動方程式を立てる となる。

Point③ 最大静止摩擦力　～ぎりぎりのとき限定のお話～

引く力を大きくしても、それに応じて摩擦力が増えていき物体はすべらない。しかし、いつかは物体が動き出す。静止摩擦力には限界値があるのだ。その限界値を『最大(静止)摩擦力』といい、その大きさ R_0 は以下の公式で計算できる。

公式 $R_0 = \mu N$ と計算できる。 (μ ：静止摩擦係数　N : 垂直抗力)

この公式は、すべりだす直前のみ成り立つので注意が必要だ。

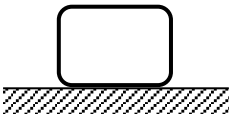
静止摩擦係数 ・・・面の材質によって変わる係数。

ゴムだと大きく、氷とかだと小さい。

文字　μ　　読み　ミュー

問題 33　練習 ≪静止摩擦力≫

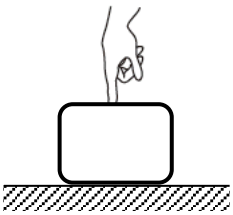
質量5.0 kg の物体を、摩擦のある水平面上に置き、右向きに力を加えた。重力加速度の大きさを9.8 m/s^2、物体と面との間の静止摩擦係数を0.40として次の問いに答えよ。



(1) 右向きに4.0 Nの力を加えても物体は動き出さなかった。このとき物体に働く静止摩擦力はどちら向きにいくらか。

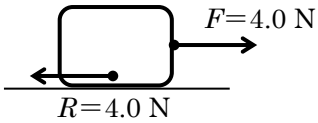
(2) 物体に何 N 以上の力を加えると物体はすべりだすか。

(3) 次に、物体を上から 10 N の力で押さえつけた。物体に何 N 以上の力を加えると物体はすべりだすか。ただし、指と物体の間に摩擦はないものとする。



問題 33 解答 (1) 左向きに 4.0 N　(2) 20 N (19.6 N)　(3) 24 N (23.6 N)

解説



(1) 動いていないということは、物体にはたらく力はつりあっているということである。4.0 Nでひっぱり、それとつりあう摩擦力がはたらいていると考えると、摩擦力は4.0 Nとわかる。

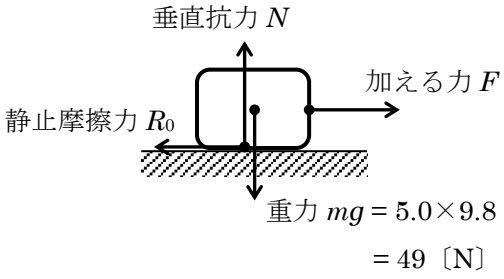
(2) 引く力をだんだん大きくしていったときの、物体がすべりだす直前の状況を考える。ポイントは2つ。

① 引く力と摩擦力はつりあいの関係で常に等しい

② すべりだす直前には、$R_0 = \mu N$となる

すべりだす瞬間を知りたいので公式$R_0 = \mu N$で計算できる。ただし、μNを計算するには今まで立ててきた力学の式をたてる必要がある。 (つりあいとか運動方程式のこと)

・ 物体にはたらく力をすべて書き出すと右図のようになる。



・ それぞれの方向でつりあいの式を立てると、

鉛直方向 $N = 49$ ・・・①

水平方向 $F = R_0$

①式より N が 49 N とわかったので、

公式 $R_0 = \mu N$ に代入すると、

$R_0 = 0.40\times49$

$R_0 = 19.6$

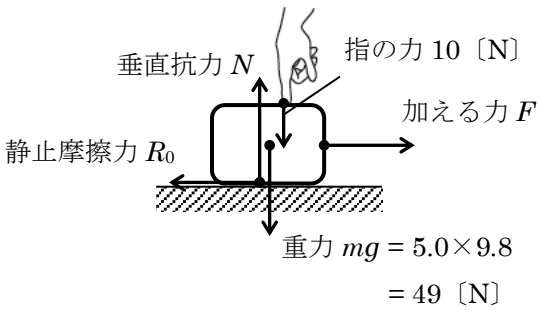
このことから、摩擦力の限界は 19.6 N といえるので、動かすには 19.6 N 以上の力が必要とわかる。有効数字 2 桁に直して、20 N が答えとなる。

(3) (2)と同様に解くが、書き出される力が増えていることに注意する。

つりあいの式を立てると、

鉛直方向 $N = 49+10$ ・・・①

水平方向 $F = R_0$



①式より N が 59 N とわかったので、

公式 $R_0 = \mu N$ に代入すると、

$R_0 = 0.40\times59$

$R_0 = 23.6$ N

このことから、23.6 N 以上の力を加えれば物体は動くことになるので、有効数字 2 桁に直して、24 N が答えとなる。

テーマ 16 動摩擦力

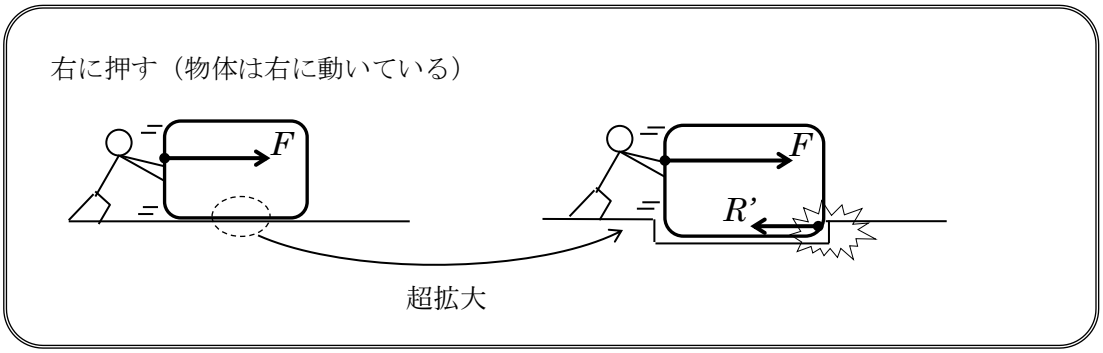
☆ 動摩擦力のポイントまとめ　文字：R' や f'　単位：〔N〕

物体がすべっているとき働く摩擦力は動摩擦力という。文字に『 ’(ダッシュ)』をつけたりする。

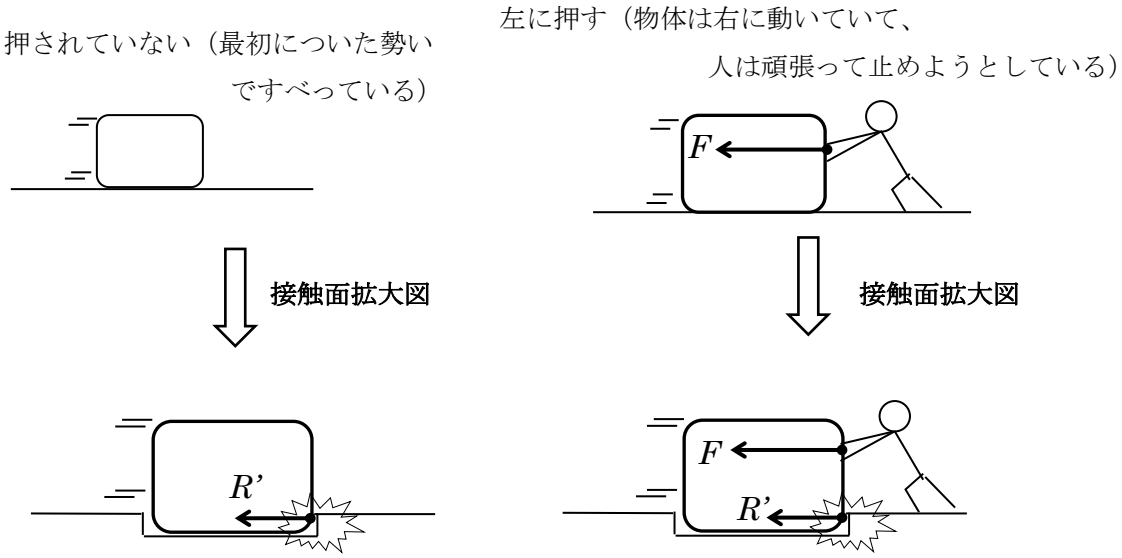
Point① 動摩擦力の向きは、すべる方向と逆向き

でっぱりシステムを用いて、摩擦力の向きを考える。

≪モデル≫粗い水平面上で右向きにすべっている物体がある。



間違えやすいのは、次の 2 パターンの動摩擦力の向きについてである。



外から力を加えても、すべる向きが同じなら、ぶつかるでっぱりはいつも同じ方なのだ。動摩擦力の向きは、加わる力に関係なくすべる方向と逆向きといえる。

Point② 動摩擦力の大きさは常に一定で$\mu'N$

動摩擦力の大きさは引く力に関係なく、常に$\mu'N$で計算ができる。

公式 $R' = \mu'N$ （μ'：動摩擦係数　N：垂直抗力）

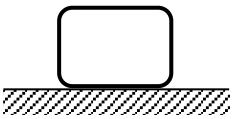
これは実験則なので、暗記事項です(つ・ω・)つ

動摩擦係数μ' ・・・床の材質によって変わる係数。

文字　μ'　読み　ミューダッシュ　（ダッシュを付けないときもある）

問題 34　練習 ≪動摩擦力≫

質量 5.0 kg の物体を、摩擦のある水平面上に置き、右向きに力を加えすべりださせた。重力加速度の大きさを 9.8 m/s²、物体と面との間の動摩擦係数を 0.20 として、次の問いに答えよ。



(1) この物体に働く動摩擦力はどちら向きで何 N か。

(2) すべりださせたあと、物体を進行方向に 15 N で押し続けると加速度はどちら向きで何 m/s² か。

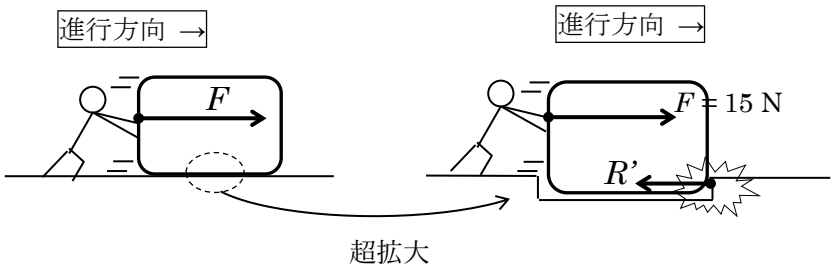
(3) すべりださせたあと、力を加えるのをやめたとすると、この物体に生じる加速度はどちら向きで何 m/s² か。

(4) すべりださせたあと、物体を一定の速さで運動させるには何 N の力で引かなければならないか。

問題 34 解答 (1) 左：9.8 N　(2) 右：1.0 m/s²　(1.04 m/s²) (3) 左：2.0 m/s²　(1.96 m/s²)
(4) 9.8 N

解説

(1) 物体が面上をすべっているときは、公式 $R' = \mu' N$ で動摩擦力の大きさが計算できる。
また、『でっぱりシステム』で考えると、摩擦力が進行方向と逆向きに働くことがわかる。
これを踏まえて力を書き込む。



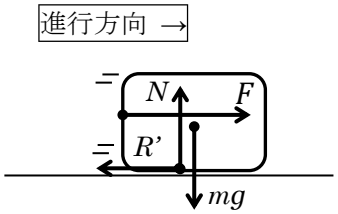
水平方向以外の力もすべて書き込むと、下図のようになり、力の関係式を立てていく。

鉛直方向：つりあいの式が成り立つ

$N = mg$

$N = 5.0 \times 9.8$

$N = 49$・・・①式

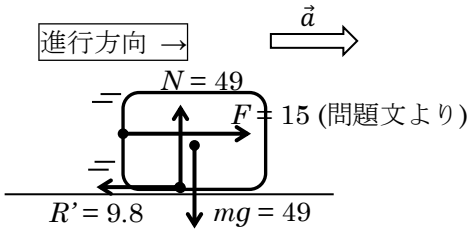


①式　より垂直抗力 N は 49〔N〕とわかるので、公式 $R' = \mu' N$ より

$R' = 0.20 \times 49$

$R' = 9.8$〔N〕

(2) 前問でわかったことなどを図に書き込み、
今度は水平方向の運動方程式を立てる。



水平方向：運動方程式が成り立つ

右向きに 15 N、左向きに 9.8 N の力がはたらき、右向きの力の方が大きいので、加速度 a は右向きに発生する。それを踏まえて立式すると、

$ma = F - R'$

$5.0 \times a = 15 - 9.8$

これを a について解いて、

$a = 1.04$

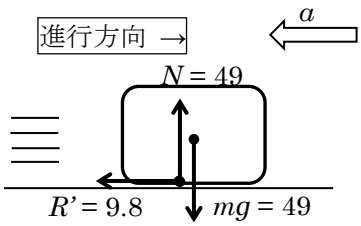
$a \fallingdotseq 1.0$〔m/s²〕

解答は右に 1.0 m/s²

(3) 力を加えるのをやめたので、水平方向に働く力は摩擦力 R'のみ。ブレーキのみがかかり、加速度は左向きとわかる。

＊右向きに動いているが、加速度は左向き、という運動のイメージが難しいかもしれない。
電車が止まるときにブレーキをかけているときの運動と同じです。

＊後ろから押されていなくても、摩擦力は(2)と同様にはたらく!!



立式を行う。

水平方向：運動方程式

$ma = R'$　(a は左向き)

$5.0 \times a = 9.8$

(R' は $\mu' N$ で一定。押されていなくても変化しない。)

これを a について解いて、$a = 1.96 \fallingdotseq 2.0$ m/s²

解答は左に 2.0 m/s²

(4) 一定の速さで動かすということは、加速度 0 で動かすということである。
これは、力がつりあっている状態である。力の勝ち負けがないようにするのだ。

いまブレーキである摩擦が 9.8 N 常に働くので、アクセルも 9.8 N であればよい。
（(2)の図で考えてみよう。摩擦を相殺するには何 N の力でひけばよいか。）

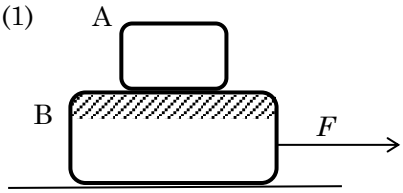
よって 9.8 N が(4)の解答となる。

テーマ 17 問題演習

ConcepTest4

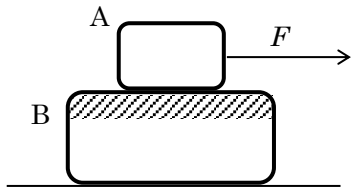
以下の状態で、物体 A に働く摩擦力を図に書き込め。斜面の部分があらい面だとする。

(1)



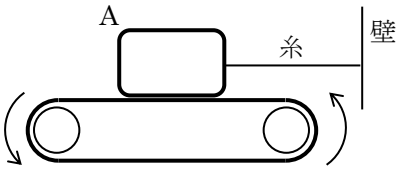
B を右に引っ張る。

(2)



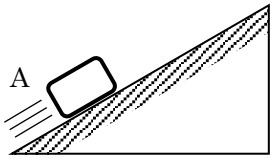
A を右に引っ張る。

(3)



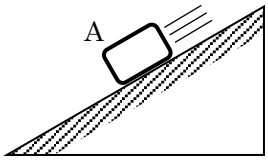
摩擦のあるベルトコンベアー上で
糸に支えられ静止する物体 A

(4)



斜面をすべり上がる物体 A

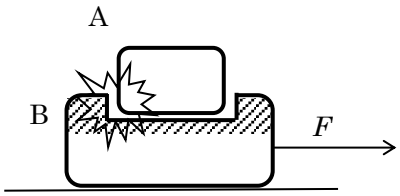
(5)



斜面をすべりおりる物体 A

ConcepTest4 解説　これらの問題は、向きを間違えやすい摩擦の問題である。どのパターンも頭絵に入れておいてほしい。向きに迷ったら『でっぱりシステム』で考えよう。

(1) A と B の接触している部分ででっぱりシステムを使うと、

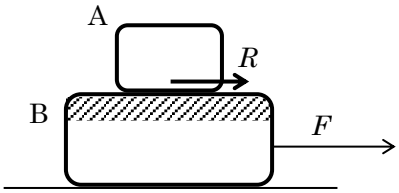


左側の壁面にぶつかる!!

⇒A に働く摩擦力は右向き!!

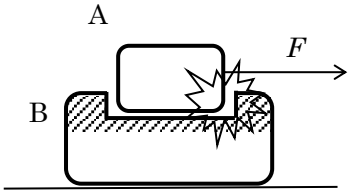
(B にも摩擦力は働き、それは左向き!!)

よって A に働く摩擦力を書き込むと



となる。

(2) (1)と同様にでっぱりで考えると、

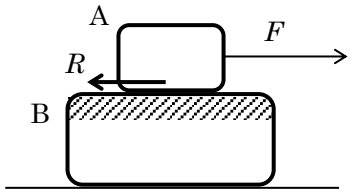


右側の壁面にぶつかる!!

⇒A に働く摩擦力は左向き!!

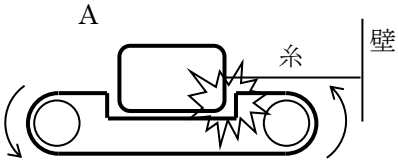
(B に働く摩擦力は右向き)

よって A に働く摩擦力を書き込むと



となる。

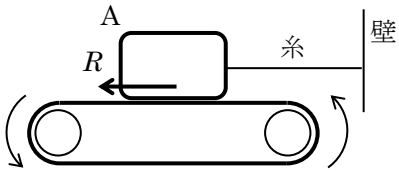
(3) この現象は見慣れないものかもしれないが、しっかり『でっぱり』を意識しよう。



床が左に動き右側の壁面にぶつかる!!

⇒A に働く摩擦力は左向き!!

よって A に働く摩擦力を書き込むと



となる。

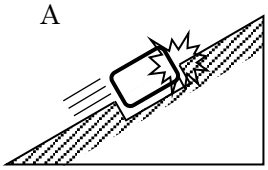
また、(3)で働く摩擦力は、動くベルトコンベアーの上をすべっている状態なので、動摩擦力となる。物体が静止しているが、動摩擦力となるのがややこしい。注目すべきは、面同士がすべりあっているか、なのだ。

ConcepTest4 解説　続き

(1)、(2)、も物体は右に動くが、面同士がすべりあっていないのであれば、働く力は静止摩擦力となる。すべっている問題なのか、すべっていない問題なのか、よく見極めよう。

要注意である(σ・ω・)σ

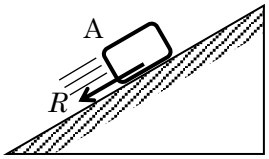
(4) すべりあがる物体



斜面上方の壁面にぶつかる!!

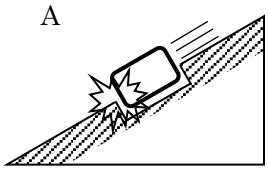
よって摩擦力は斜面下向き

よって



となる。

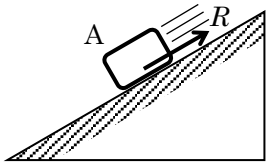
(5) すべりおりる物体



斜面下方の壁面にぶつかる!!

よって摩擦力は斜面上向き

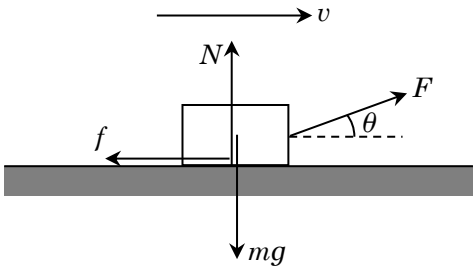
よって



となる。

ConcepTest5

粗い水平面上に置かれた物体を力 F で引っ張った。物体に働く重力を mg、垂直抗力を N、摩擦力を f で示している。



問　一定の速度で運動するように引っ張ったとき、F、mg、N、f の大きさの関係を正しく示しているものを選べ。

ア. $F = f$ 、$N < mg$

イ. $F > f$ 、$N = mg$

ウ. $F > f$ 、$N < mg$

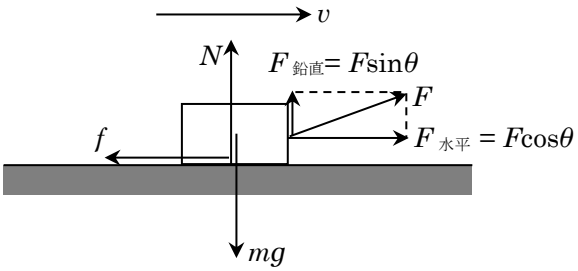
エ. $F < f$ 、$N = mg$

オ. 適切なものはない。

ConcepTest5 解答　ウ

解説

『一定の速度で動いている』これがキーワードである。一定の速度ということは、加速も減速もしていないので、力はつりあっているのだ。力のつりあいから、大小関係を考えると下図のようになる。



水平方向のつりあいより

$f = F_{水平}$

ここで $F_{水平} < F$ なので、

$f < F$

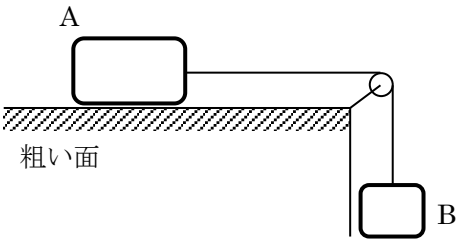
鉛直方向のつりあいより

$N + F_{鉛直} = mg$

よって $N < mg$　　解答はウ

問題 35　練習 ≪摩擦力と 2 物体≫

あらい水平な机の上に、質量5.0 kgの物体Aを置く。これに軽くてじょうぶな糸をつけ、机の端に取り付けたなめらかに回る滑車を通して、質量2.0 kgのおもりBをつるした。物体Aを静かに放したとき、Aが机の上をすべる加速度の大きさと糸の張力を求めよ。ただし、物体Aと机との間の動摩擦係数を0.20とする。



問題 36　練習 ≪臨界角≫

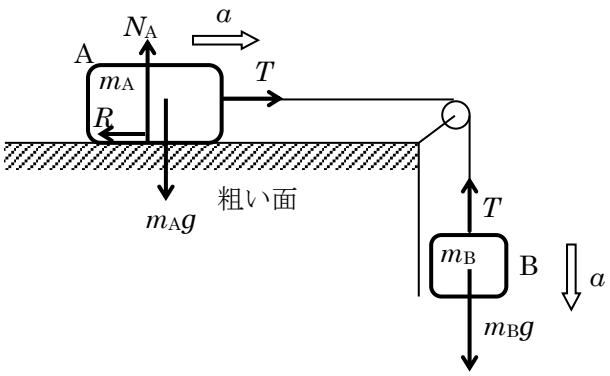
板の上に物体を乗せ、板の傾きをしだいに大きくしていったところ、傾角が30°を越えたとき、物体がすべり出した。板と物体の間の静止摩擦係数 μ を求めよ。

（ヒント：物体の質量を m として考えてみよう。）

問題35 解答　加速度：1.4 m/s²　張力：17 N　(16.8 N)

問題35 解説

物体A、Bの質量をm_A、m_Bとして、力をみいだすと下図のようになる。(これができることが超重要)



そして、それぞれの物体で、それぞれの方向で立式をする。

A
- 進行方向（運動方程式を立てる）
  - $m_Aa = T - R$　⇒　$m_A = 5.0$ kg を代入して、　$5a = T - R$　…(i)
- 進行方向と 90°（つりあいの式を立てる）
  - $N_A = m_Ag$　⇒　$m_A = 5.0$ kg と $g = 9.8$ を代入して、　$N_A = 49$　…(ii)
  - (つりあいの式を運動方程式という形でたてると、$m_A \times 0 = N_A - m_Ag$ となる。こう立式してもよい。)

B
- 進行方向（運動方程式を立てる）
  - $m_Ba = m_Bg - T$　⇒　$m_B = 2.0$ kg、$g = 9.8$ を代入して、　$2a = 19.6 - T$ …(iii)
- ＊『進行方向と 90°』方向は力が働いていないので立式しない。

ここからは摩擦力の問題である。

A はあらい面上をすべっており、面をすべっているときに働く摩擦力は動摩擦力である。

動摩擦力の特徴は、常にその大きさは一定で、$R = \mu' N$となることである。

いま、物体 A と面との間で働く垂直抗力は(ii)式より、49〔N〕であるので、A に働く摩擦力は

$R = \mu' N = 0.20 \times 49 = 9.8$〔N〕と計算できる。これを(i)式に代入すると(i)式は

$5a = T - 9.8$　…(i)' と変形できる。

あとは不明数である、a か T どちらかを消去し解けばいいだけである。

(i)'+(iii)より

$7a = 19.6 - 9.8$

a について解くと、

$a = 1.4$〔m/s²〕

これを(i)' 式に代入し、

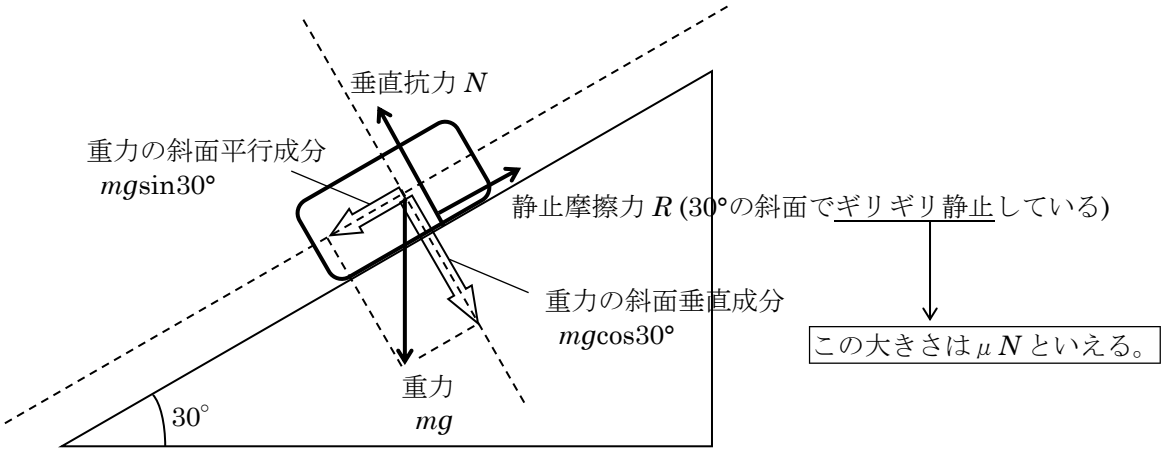
$5.0 \times 1.4 = T - 9.8$

T について解いて、$T = 16.8 \fallingdotseq 17$〔N〕

問題36 解答　$\mu = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

問題36 解説　今回の問題は、『すべり出した瞬間』を聞かれている。これは、『ギリギリ静止しているとき』である。この物体には静止摩擦力が働くのだと理解してから問題にとりかかろう。

さて、あとはセオリー通り
①物体に働く力をすべて書き出し、
②予想される進行方向と、進行方向と90°の方向に力を分解する。
③運動方程式や、つりあいの式を用いて力の関係をみる。
を実践するところから始める。
←定番3ステップ^(∀*)/



さて、上図のように力を見出すことができただろうか。そして今回物体は『静止』しているので(ギリギリではあるが)、すべての方向で力はつりあっている。

斜面垂直方向の式：$N = mg\cos 30°$ … ①　（運動方程式で書くと、$m\times 0 = N - mg\cos30°$）
斜面平行方向の式：$R = mg\sin 30°$ … ②　（運動方程式で書くと、$m\times 0 = R - mg\sin30°$）

いま、摩擦力R はすべりだすギリギリなので、$R = \mu N$といえ、①式の$N = mg\cos 30°$を代入すると、
$R = \mu \times mg\cos30°$ といえ、かつ、②式から、Rは$mg\sin30°$ でもあるといえる。
($N = mg$ としてしまうミスが多い!!　$N = mg$という公式はなく、垂直方向のつりあいで求めるのだ。)

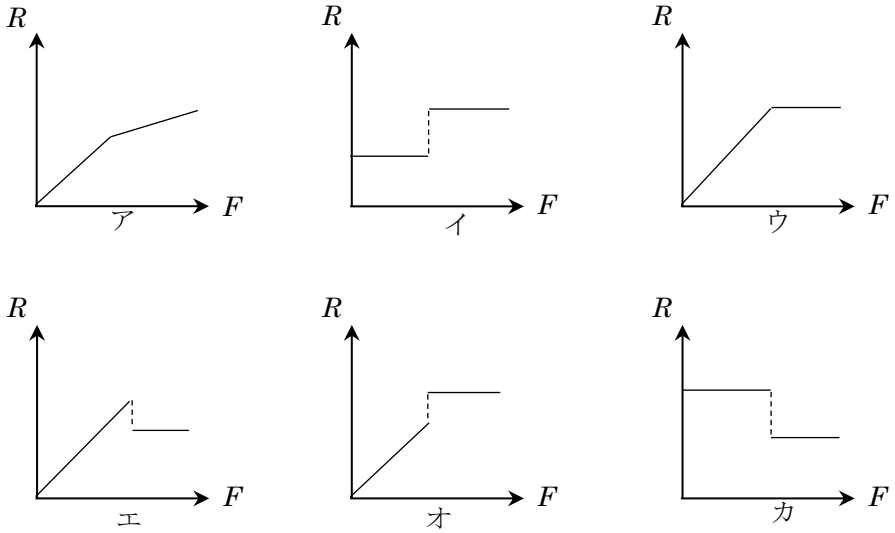
Rは、$\mu mg\cos30°$ であり、$mg\sin30°$ でもあるといえるのだ。よって、
$\mu mg\cos 30° = mg\sin 30°$ と立式でき、これをμについて解くと、

$$\mu = \frac{mg\sin30°}{mg\cos30°} = \frac{\sin30°}{\cos30°} = \tan30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$$ となる。

一般に問題 37 のような作業をし、すべりだすギリギリの角度を θ_0 とすると、
θ_0 を最大摩擦角　と呼び、
静止摩擦係数 $\mu = \tan\theta_0$　の関係がある。

ConcepTest6

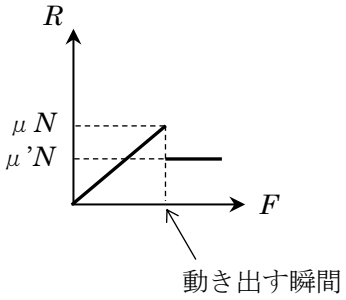
粗い水平面上に置かれた物体を力 F で引っ張る。引っ張る力を０から少しづつ大きくしていったときの摩擦力の大きさ R はどのように変化するか。選択肢の中から選びなさい。ただし、静止摩擦係数 μ と、動摩擦係数 μ' は、$\mu > \mu'$ の関係にある。



ConcepTest6 解説　解答はエ

静止摩擦力は、引く力に応じて変化して、打ち消すようにはたらくので、F が大きくなるなるほど大きくなっていき、$F=\mu N$ となったところですべりだしてしまう。

いったんすべり始めたら、引く力 F に関係なく、$\mu' N$ の力がはたらくので、横一直線のグラフに変化する。



テーマ 18 圧力

水中や空気中など「流体」の中に物体があるときに「浮力」が発生する。浮力を考えるためには、「圧力」という概念が必要なので、そこから学ぼう。

定義

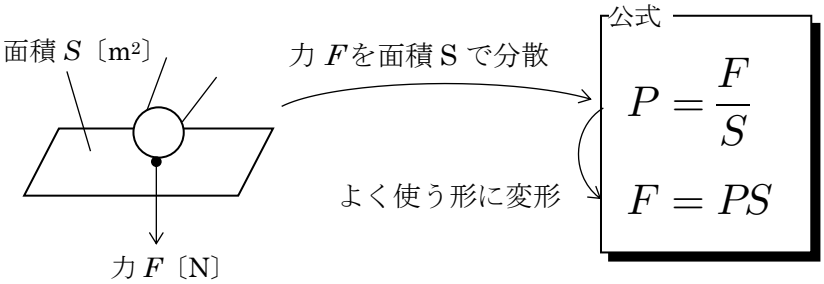
圧力・・・単位面積あたりにかかる力　⇒1 m² あたり何 N かかるか

文字：P プレッシャーの頭文字

単位：〔N/m²〕 読み：ニュートン毎平方メートル

〔Pa〕 読み：パスカル　　〔hPa〕 読み：ヘクトパスカル

≪公式の導出≫



＊〔N/m²〕と〔Pa〕は完全に同じ意味の単位。1 N/m² = 1 Pa である。N/m² だと読みが長すぎるから Pa という単位ができたのかも？

＊〔hPa〕の h(ヘクト)は 100 という意味。100 Pa = 1 hPa である。

＊ 地球の気圧（気体による圧力）は平均で 1013 hPa である。これを 1 気圧という。
1013 hPa = 1 気圧　である。『気圧』という単位があるのだ。

問題 37 ≪圧力の定義≫

以下の問いに答えよ。ただし、重力加速度の大きさを 9.8 m/s² とする。

(1) 面積 0.50 m² の下敷きに 5.0 kg のレンガを置いた。レンガによって下敷きにかかる圧力は何 Pa か。

(2) 面積 0.50 m² の下敷きを机の上に置いた。大気圧により下敷きにかかる力は何 N か。ただし、大気圧の大きさを 1013 hPa とする。

問題 37 解答　(1) 98 Pa　（単位は N/m² でもよい）　(2) 5.1×10^4 N (51000 N)

問題 37 解説

(1) 5.0 kg のレンガにかかる重力 W は

$W = mg$ より

$W = 5.0\ \mathrm{kg} \times 9.8\ \mathrm{m/s^2} = 49\ \mathrm{N}$

49 N の力が 0.50 m² の面にかかっているといえる。圧力は 1 m² にかかる力のことで、公式

$$P = \frac{F}{S}$$

で計算できる。（「圧力の定義」をよく読み、公式を自分で書き出せるようにしよう）

$$P = \frac{49}{0.50} = 98$$

よって、98 Pa　（98 N/m² と書いてもよい）

(2) 1013 hPa は、101300 Pa のことで、これは 101300 N/m² のことである。

これは 1 m² に 101300 N の力がかかっていることを示す。

単位の換算と、単位の意味の読み取りをできるようになっておこう。

1 m² に 101300 N の力がかかっているので、0.50 m² は半分の 50650 N と暗算でも出せる。これを公式で求めると、

$F = PS$ より

$F = 101300 \times 0.50 = 50650\ \mathrm{N} \fallingdotseq 5.1\times10^4\ \mathrm{N}$

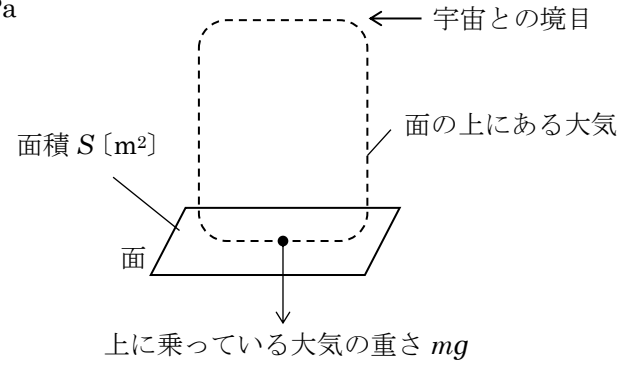
≪読み物≫大気圧の大きさ P_0

大気圧の大きさは、標準状態で 1013 hPa であり、これを 1 気圧といいます。
そして、大気が面を押す力は、面の上にある大気の重さとなります。

すると、大気圧の大きさ P_0 は、

$$P_0 = \frac{(\text{大気の重さ}mg)}{(\text{面の面積}S)}$$

と計算でき、これが 1013 hPa なのだ。



テーマ 19 密度と水圧

大気中で面にかかる圧力を大気圧、水中で面にかかる圧力を水圧という。水圧を考えるときは、「密度」がキーワードになるので、まずは密度の定義を頭に入れよう。

定義

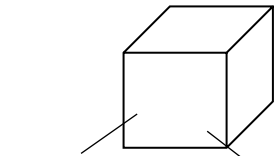
密度・・・単位体積あたりの質量　⇒1 m^3 あたり何 kg か

文字：ρ　読み：ロー

単位：〔kg/m^3〕 読み：キログラム毎立法メートル

〔g/cm^3〕 読み：グラム毎立法センチメートル

≪公式の導出≫



体積 V〔m^3〕

質量 m〔kg〕

体積 1m^3 あたりの質量が密度 ρ

公式

$$\rho = \frac{m}{V}$$

よく使う形に変形

$$m = \rho V$$

ちなみに水の密度は、1 g/cm^3　有名な値なので覚えておこう。

1 m^3 あたりを考えると、1 m^3 = 1000000 cm^3 なので、質量は 1000000 g だといえる。

よって、1 m^3 あたり 1000 kg となり、水の密度 ρ =1 g/cm^3 = 1000 kg/m^3 とかける。

問題 38 ≪密度の定義≫

以下の問いに答えよ。ただし、重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。

(1) 体積 0.50 m^3 の物体の質量が 5.0 kg だった。物体の密度はいくらか。

(2) サラダ油の密度は 0.96 g/cm^3 である。サラダ油を 100 cc 測りとったとすると、サラダ油の質量は何 g となるか。（1 cc = 1 cm^3 である。）

問題 38 解答　(1) 10 kg/m³　(2) 96 g

問題 38 解説

(1) 単位体積あたりの質量が密度 ρ なので、公式は

$$\rho = \frac{m}{V}$$

となる。代入して、

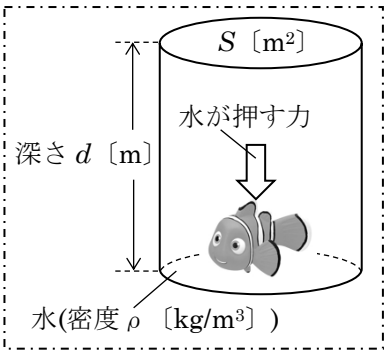
$$\rho = \frac{5.0}{0.50} = 10\ \mathrm{kg/m^3}$$

(2) 密度 0.96 g/cm³ というのは、1 cm³ あたり 0.96 g であるという意味である。
今回 100 cm³ なので、100 倍の 96 g と暗算できる。
公式で考えると、
$m = \rho V$ より
$m = 0.96 \times 100$
$m = 96$ g

問題 39 重要≪水圧の公式の導出≫

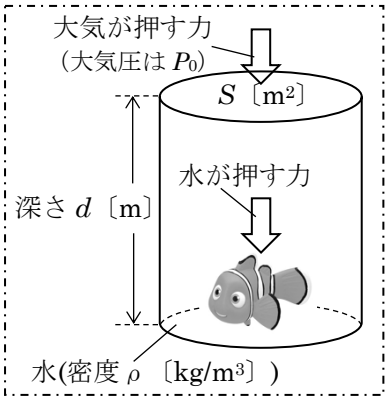
以下の文章は水圧の公式を導く流れを示した文章である。空欄に当てはまる数式を答えよ。

大気圧 P_0〔N/m²〕の環境で、密度 ρ〔kg/m³〕の水の中の、深さ d〔m〕の点での水圧 P〔N/m²〕を求めたい。重力加速度の大きさを g〔m/s²〕とする。



まず、図のように水面から、深さ d〔m〕のところまでの高さをもつ断面積 S〔m²〕の「水の柱」を考える。

ここで、水柱の体積は［ア］であり、質量は［イ］となる。そして、この水柱の底面には水にかかる重力がかかるので、底面が水に押される力は［ウ］となる。



また、水柱の底面は、水柱のさらに上にある大気にも押される。大気圧が P_0 なので、水柱は大気圧により［エ］の力で押される。つまり、底面は、水の重さ［ウ］と、大気の重さ［エ］の合計である［オ］の力で押される。

合計の力［オ］で押されている圧力を水圧といい、断面積 S の底面が［オ］で押されているので、深さ d での水圧の大きさは、［カ］と計算できる。

問題 39 解答　(ア) Sd〔m³〕　(イ) ρSd〔kg〕　(ウ) ρSdg〔N〕
(エ) P_0S〔N〕　(オ) $P_0S+\rho Sdg$〔N〕　(カ) $P_0+\rho dg$〔N/m³〕

問題 39 解説

(ア)〜(オ)までは、誘導に従い、落ち着いて求めよう。定義通りである。

(カ)について
面積 S〔m²〕が $P_0S+\rho Sdg$〔N〕で押されているので、それによる圧力は

$$P=\frac{F}{S}$$

より

$$P=\frac{P_0S+\rho Sdg}{S}$$

$$P=P_0+\rho dg$$

このように水圧（水と大気の合計の力による圧力）を求めることができる。

公式まとめ

丸暗記ではなく、プリントで紹介したイメージから自力で組み立てるようになっておこう。

圧力の公式　$P=$

$F=$

密度の公式　$\rho=$

$m=$

水圧の公式　$P=$

（大気圧を P_0 とする）

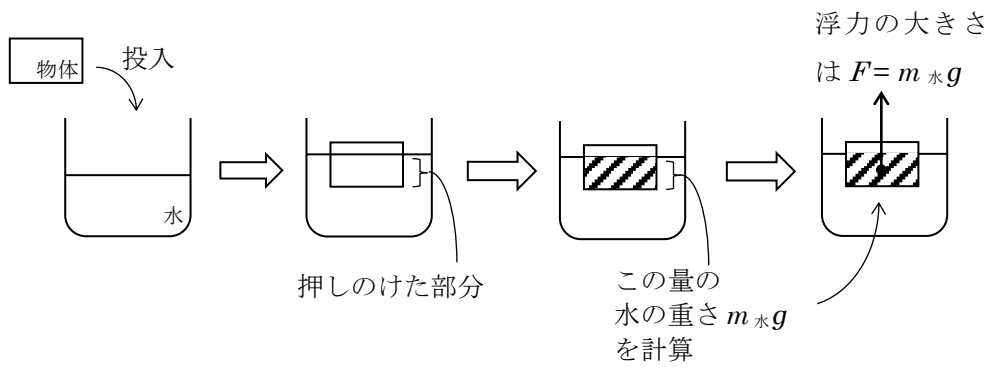
テーマ 20 浮力

浮力の公式は、アルキメデスの原理で説明される。

アルキメデスの原理

浮力の大きさは、物体が押しのけた流体の重さ（mg）と等しい

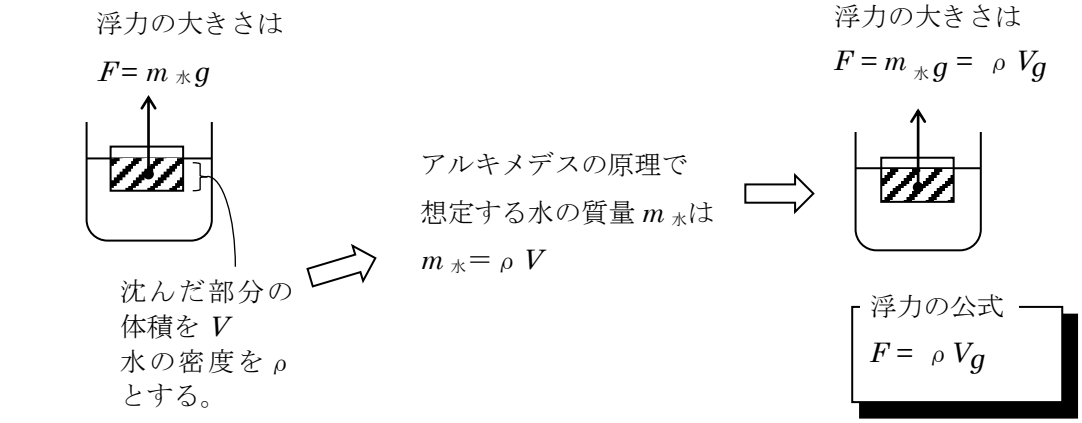
《イメージ》



アルキメデスの原理は以下のように公式化されている。

浮力の公式

《イメージ》



浮力の公式は、記号をいっぱい設定されて、どれを使っていいか分からなくなることが多い。
次のように整理できるようにしよう。

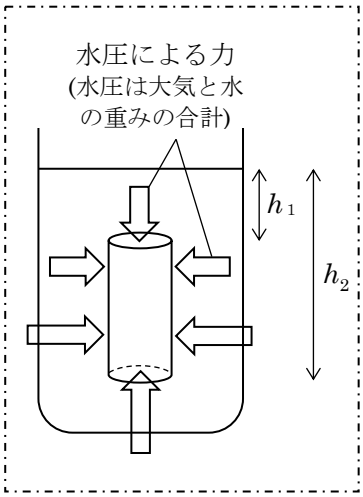
ρは　物体の密度？ 水の密度？　← どっちでしょう。　← 水の密度

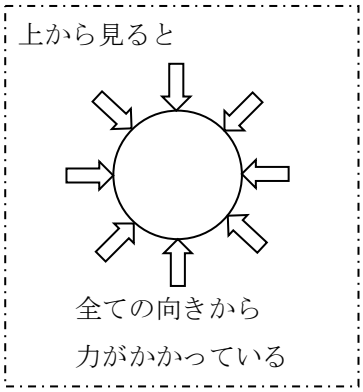
Vは　物体の体積？ 水の体積？　← どちらも違いますよ。← 沈んでる部分の物体の体積

問題 40 重要≪浮力の公式の導出≫

以下の文章は浮力の公式を導く流れを示した文章である。空欄に当てはまる数式を答えよ。

大気圧 P_0〔N/m²〕の環境で、密度 ρ〔kg/m³〕の水を用意した。ここに断面積 S〔m²〕、質量 m〔kg〕の物体を完全に沈めた。すると、物体の上面は深さ h_1、下面は深さ h_2 の位置にあった。この時、物体は水圧により力を受ける。受ける力をイメージすると図のようになる。





ここで、水深を x とおいて、水圧の大きさを文字で示すと、［ア］となる（水圧の公式）。

式より、深さが深いほど、水圧の大きさは大きくなるといえる。

下の図は、物体を上から見た図であるが、向かい合う面は、同じ力で反対向きに押されているので、力は打ち消しあうといえる。

しかし、物体の上面と下面にはたらく力はそうならない。上面と下面では、深さが違うせいで水圧の大きさが違うのだ。

上面での水圧は、［イ］であり、よって上面にかかる力の大きさは［ウ］となる。

下面での水圧は、［エ］であり、よって下面にかかる力の大きさは［オ］となる。

力の大きさを考えると、［ウ］と［オ］の力の合計は［カ］向きに［キ］となる。これが浮力の大きさとなる。

また、物体の体積 V を S、h_1、h_2 で示すと、

$V=$［ク］となる。

これを先ほど出した浮力の式［キ］に代入すると、

浮力の公式　$F=$［ケ］となる

問題 40 解答　(ア) $P_0+\rho xg$〔N/m²〕　(イ) $P_0+\rho h_1g$〔N/m²〕　(ウ) $P_0S+\rho h_1Sg$〔N〕
(エ) $P_0+\rho h_2g$〔N/m²〕　(オ) $P_0S+\rho h_2Sg$〔N〕
(カ) 上　(キ) $\rho(h_2-h_1)Sg$〔N〕　(ク) $(h_2-h_1)S$〔m³〕　(ケ) ρVg〔N〕

問題 40 解説

(ア) 水圧の公式である。水圧は、水だけでなく大気と水の両方の重みのことなので、大気圧 P_0 を忘れないようにしよう。

(イ) 前問(ア)の公式に代入して求めよう。深さ h_1 での水圧は $P_0+\rho h_1g$〔N/m²〕

(ウ) 水圧は、「力」ではなく、「1 m² あたりにかかる力」なので、実際に面にかかる力は、$F=PS$ で計算する必要がある。よって力の大きさは、S をかけて $P_0S+\rho h_1Sg$〔N〕

(エ) 前問(イ)と同様。深さ h_2 での水圧は $P_0+\rho h_2g$〔N/m²〕

(オ) 前問(ウ)と同様。深さ h_2 での力の大きさは $P_0S+\rho h_2Sg$〔N〕

(カ) 下面の方が深い位置にあるので、下面の水圧の方が大きく、力も大きい。よって力を合計すると上向きになる。

(キ) 力の差し引きを（上向きの力）−（下向きの力）で計算する。よって

合力 F $=(P_0S+\rho h_2Sg)-(P_0S+\rho h_1Sg)$

$=\rho h_2Sg-\rho h_1Sg$

$=\rho(h_2-h_1)Sg$〔N〕

(ク) 体積 V は、（断面積）×（高さ）で求まるので、$V=S(h_2-h_1)$〔m³〕

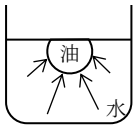
(ケ) 前問(ク) $F=\rho(h_2-h_1)Sg$ に、$V=S(h_2-h_1)$を代入すれば

$F=\rho Vg$〔N〕

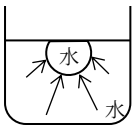
これが、浮力の公式の導出である。

読み物　アルキメデの原理のもう１つの考え方

アルキメデスの原理は、「物体が押しのけた流体の分、浮力を得る」というものだが、次のように考えると、「確かにそうだ」というイメージがわくかもしれない。



油は水よりも軽く
(油の重さ)<(浮力)
となるので、油は浮く。



仮に水を浮かべたら、浮かびも、沈みもしないはずである。つまり
(丸い水の重さ) = (浮力)

これはアルキメデスの原理を示しているではないか！

ConcepTest 7

上皿てんびんに綿 10 kg と、鉄 10 kg を置いて、重さを比べた。どうなるか。

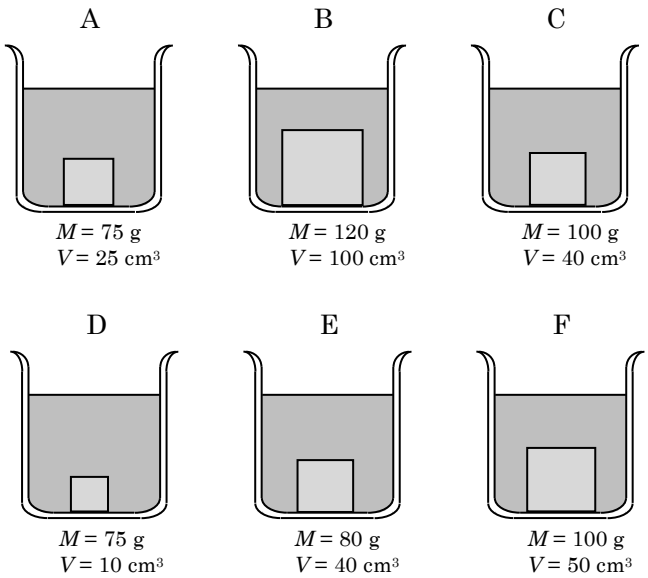
(ア) 綿を置いた皿が下がる。

(イ) つりあい、皿は水平になる。

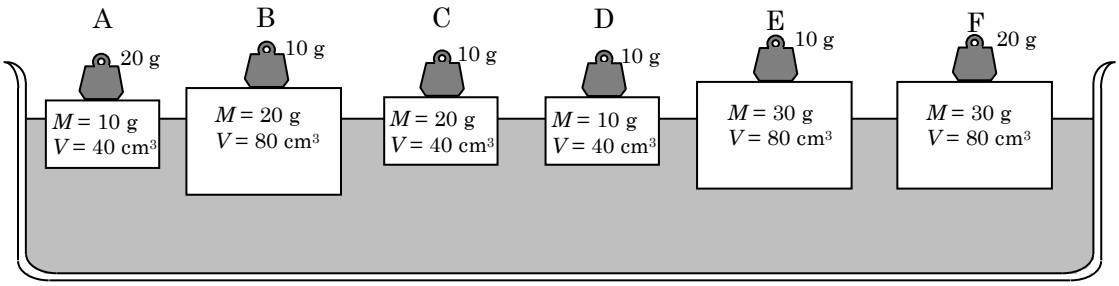
(ウ) 鉄を置いた皿が下がる。

ConcepTest 8

(1) 下図は、金属でできたブロックを水中に沈めたことを示した図である。ブロックは水中で静止している。ブロックに働く浮力の大きさが大きい順に A〜F を＞、＝ を用いて並び替えよ。



(2) 下図は、木でできたブロックの上に、違った質量のおもりを乗せ、水面に浮かべたことを示した図である。ブロックは静止している。ブロックに働く浮力の大きさが大きい順に A〜F を＞、＝ を用いて並び替えよ。



ConcepTest 7 解答《空気の浮力》ウ

引っ掛けポイントがたくさんある。まず、綿 10 kg と、鉄 10 kg は同じ重さである。鉄の方が重いと考えないように注意してほしい。

そして、この引っ掛けポイントに気づくとイを選びたくなるが、それも違う。

綿 10 kg の方が、鉄 10 kg よりも体積が大きいはずで、そうなると、空気による浮力で棉の方が多くの浮力を受ける。（空気も水と同じ流体で、押しのけられた空気の分、浮力を発揮するのだ）

すると、綿の方が空気に持ち上げられるので、鉄の皿が下がる。解答はウ。

ConcepTest 8 解答《浮力とつりあい》(1) B > F > E = C > A > D　(2) F > E > A = B = C > D

(1) 浮力は物体が押しのけた流体の重さに等しい（公式 $F = \rho Vg$）。今回物体はすべて液体中に沈んでいるので、体積が大きい順に、受ける浮力も大きい。

よって B > F > E = C > A > D

(2) 今回の場合、物体がすべて沈んでいるわけではないので、物体が押しのけた液体の体積がわからないので、ρVg の公式で考えることはできない。

しかし、『物体はすべて浮かべられている』ということから、それぞれの物体の重力と浮力がつりあっているということがわかる。

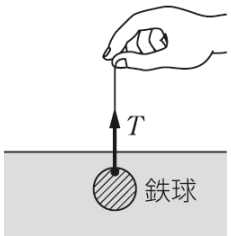
つまり、物体＋おもりの質量が大きいものほど、大きな浮力を受けているといえる。

よって、F > E > A = B = C > D

公式にとらわれることなく、力学的な目を養っていこう。

問題 41 ≪浮力とつりあい≫

質量 m〔kg〕、密度 ρ〔kg/m³〕の鉄球を軽い糸でつるし、つり下げた状態で密度 ρ_0〔kg/m³〕の液体の中に全体を沈め静止させた。このとき、糸が鉄球を引く力の大きさ T〔N〕を求めよ。ただし、重力加速度の大きさを g〔m/s²〕とする。



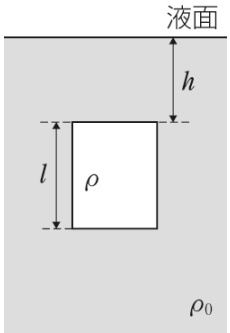
問題 42 ≪浮力と運動方程式≫

図のように、高さ l、底面積 S、密度 ρ の円柱形の物体の上面を、密度 ρ_0($\rho < \rho_0$)の液体の液面より h だけ下げて手で固定した。重力加速度の大きさを g とする。

(1) この物体にはたらく浮力の大きさ F を求めよ。

(2) 図の状態から静かに手をはなしたところ、物体はまっすぐに上昇を始めた。手をはなしてから物体の上面が液面に達するまでの時間 t を求めよ。ただし、液体の抵抗を無視するものとする。

(3) 物体の上面が液面に達したときの速さ v を求めよ。

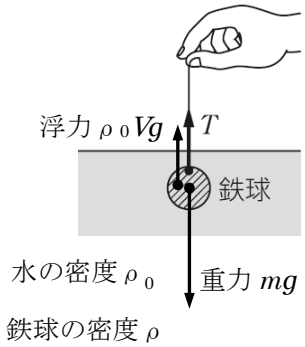


問題 41 解答

$$\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right)mg$$

問題 41 解説

鉄球にはたらく力を見出して、つりあいの式を立てる。
はたらく力を書き出すと右図のようになる。



つりあいの式を立てると、

$\rho_0 Vg + T = mg$

となる（浮力の式には水の密度が入るので気をつける）。

T について解くと、

$T = mg - \rho_0 Vg$ ・・・①

ここで、V が問題で与えられていないので、他の文字で示す必要がある。

物体の密度 ρ と、質量 m を用いて、密度 V を示すと、$m = \rho V$ を変形して、

$$V = \frac{m}{\rho}$$

これを①式に代入すると、

$$T = mg - \rho_0 \frac{m}{\rho} g$$

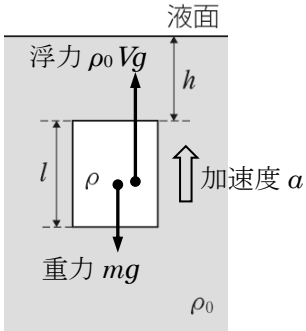
mg でくくって整理すると、

$$T = \left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right)mg$$

＊ここで、$\rho < \rho_0$ となると、T の値が負になってしまう。これは、鉄球が浮かび上がってきてしまい、糸がたるむことを示す。

問題 42 解答 (1) $\rho_0 Slg$ (2) $\sqrt{\frac{2h}{g}\left(\frac{\rho}{\rho_0-\rho}\right)}$ (3) $\sqrt{2hg\left(\frac{\rho_0-\rho}{\rho}\right)}$

問題 42 解説



(1) 浮力の公式 $F=\rho Vg$ より

$F=\rho_0 Slg$

(2) 問題全体の流れは、『運動方程式で加速度 a を求める⇒等加速度運動の公式で t を求める。』である。

物体にはたらく力を見出すと、右図のようになり、上昇したということは、上向きの力の方が大きいということである。上向きの方が大きいことを意識して運動方程式 $ma=F$ を立式すると、

$ma=\rho_0 Vg-mg$

ここで、*物体の*体積 V と質量 m が問題で与えられていないので、$V=Sl$、$m=\rho Sl$ を代入し、a について解く。

$\rho Sla=\rho_0 Slg-\rho Slg$

$$a=\frac{\rho_0 Slg-\rho Slg}{\rho Sl}$$

$$a=\frac{\rho_0-\rho}{\rho}g$$

ここからは等加速度運動の問題になる。

$$x=v_0 t+\frac{1}{2}at^2$$

より

$$h=0+\frac{1}{2}\left(\frac{\rho_0-\rho}{\rho}g\right)t^2$$

$$t^2=\frac{2h}{g}\left(\frac{\rho}{\rho_0-\rho}\right)$$

$$t=\sqrt{\frac{2h}{g}\left(\frac{\rho}{\rho_0-\rho}\right)}$$

(3) $v=v_0+at$ より

$$v=0+\frac{\rho_0-\rho}{\rho}g\times\sqrt{\frac{2h}{g}\left(\frac{\rho}{\rho_0-\rho}\right)}$$

$$v=\sqrt{2hg\left(\frac{\rho_0-\rho}{\rho}\right)}$$

テーマ 21　空気抵抗

空気抵抗は、物体の形と、物体の速度によって変化する。
《イメージ》

バドミントンのシャトルの方が
空気抵抗は大きい

勢いよくあおいだ時の方が、空気
の反発の感触が大きい

どちらも空気の粒との衝突に関わっている。衝突の量と、衝突の勢いが多くなると、空気抵抗が大きくなるのだ。

空気抵抗の公式（ほとんどの場合、問題文で示される）

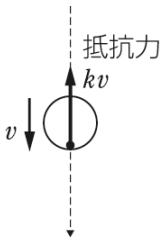
$$F = kv$$

速さが大きいと、空気抵抗 F も大きくなることを意味している。

『空気抵抗に関する比例定数』という。
シャトルだと大きくなり、ボールだと小さいイメージ

問題 43　≪空気抵抗と終端速度≫

質量 m〔kg〕の小球が空気中を落下するとき、空気の抵抗力は小球の速さ v に比例し、kv〔N〕であるとする(k は比例定数)。重力加速度の大きさを g〔m/s²〕とする。



(1) 小球の速さが v〔m/s〕である瞬間の加速度の大きさ a〔m/s²〕を求めよ。
(2) 小球の速さはやがて一定になる。その速さ(終端速度)v_f〔m/s〕を求めよ。
(3) 小球のおおよその v-t 図をかけ。

問題 43 解答 (1) $g-\dfrac{kv}{m}$ (2) $\dfrac{mg}{k}$ (3) 解答参照

問題 43 解説

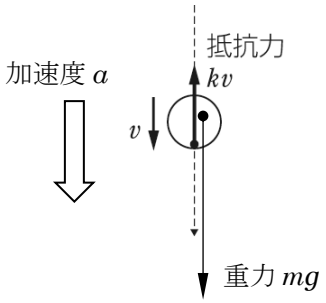
(1)

物体の速度が v のときに物体にはたらく空気抵抗は kv であり、物体にはたらく力を書き出すと、右図のようになる。下向きを正として、運動方程式を立てると、

$$ma = mg - kv$$

a について解いて

$$a = g - \frac{kv}{m}$$



この式は、v が小さいとき、加速度は大きく、v が大きくなると、加速度は小さくなるということを示している。

静かに手放したら、最初は $v=0$ なので加速度が g になり、v が大きくなっていくと、加速度 g が小さくなっていく。だんだん加速しなくなっていくのだ。

(2)

終端速度は、空気抵抗がある空間で落下するとき、速度が一定となる時の速度である。

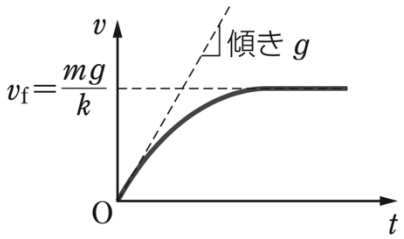
落下による加速で、v がどんどん大きくなっていき、いつか重力とつりあってしまう。その時の速度が終端速度 v_f である。重力と空気抵抗のつりあいの式を立てると、

$$mg = kv_f$$

v_f について解いて

$$v_f = \frac{mg}{k}$$

(3)



最初は加速度があり、速度が上がってしまうと、加速度が小さくなる。なので、時間がたつほど、速度の上がり方がゆっくりになる。速度の上がり方がゆっくりになると、v–t グラフの傾きが緩やかになる。そして、最終的には前問(2)の終端速度に達する。すると左のようなグラフが書ける。

＊v–t グラフの傾きは加速度を示すので、最初の傾きが g であることをグラフでは示しているが、解答に書く必要は特にない。v_f の記載は必要。