§ 波動　　音波

テーマ 1　音の要素

音は振動する音源から発せられる縦波（疎密波）である。波の１種なので、今までならってきた波と性質は同じだが、各要素と音とのつながりをまとめよう。

☆ 振幅　・・・　音の大きさに関わる。**振幅**が大きいほど**音量**が大きい

☆ 周波数　・・・　振動数と同じ意味。音波を考えるときは周波数と呼ぶときが多い。
周波数が大きいほど**音の高さ**が高くなる。
人が聞くことのできる周波数はおよそ 20 Hz～20000Hz（可聴音）
これより高い音を超音波という。

☆ 波形　・・・　波の形のこと（波長ではなく形そのもの）。音色に関わる。

☆ 音速　・・・　音の速さは伝わる**媒質**と、**気温**によって変化する。

空気中より、水中の方が速く進む。気温は高い方が速く進む。

空気中を伝わる音波の速さの式は暗記しよう。

公式
音速 $V = 331.5 + 0.6t$

(大文字 V は音速、t は気温)
（語呂合わせ）さーさーいこう

テーマ 2　音波特有の現象

☆ 共鳴　・・・　共振ともいう。音波の場合は共鳴という言葉を用いることが多い。
物体は、物体ごとに固有振動数という値を持ち、それに等しい周期で力が加わると、大きな振動をする。

例）・ブランコで足を周期的に曲げるだけで、大きく揺れる
・管楽器・弦楽器などは固有振動数を変化させて音の高さをコントロールしている。
・周波数の同じ２つの音さで片方だけ鳴らすと、もう片方も鳴り始める。

☆ うなり　・・・　周波数がわずかに違う２つの音で、波の重ね合わせが起きると、周期的に音の大小が発生する。（うわんうわんする）

公式
（１秒あたりの）うなりの回数 f ＝ ２つの音の振動数の差 $|f_1 - f_2|$

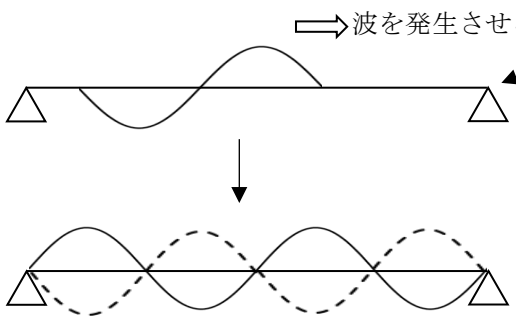
絶対値つきの公式として考えるのではなく、大きい方から小さい方を引く公式と考えよう。

テーマ３　弦の振動

弦は、はじくことで固有振動数の音を出す。

モデル　弦の固有振動数を考える。

《弦で発生する定常波》

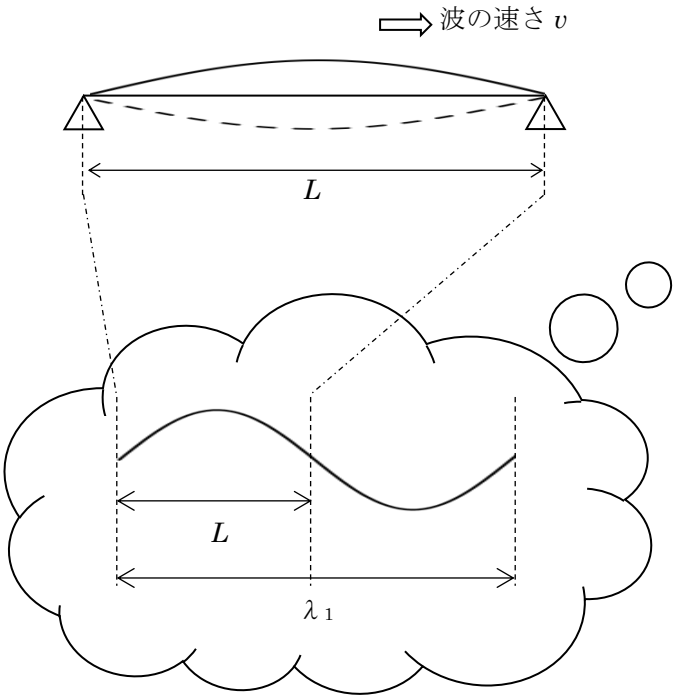


端（両端）で固定端反射する
⇒同じ形の波が逆向きに進む
⇒定常波が発生

定常波が、空気を振動させて、
音波をだす。
両端がぴったり節になる波長
でないと、これは起きない。

《基本振動》

弦の長さを L、弦を伝わる波の速さを v とする。



こんな図をイメージできるようにしよう

STEP１　作図をしてみる

左図が最も波長が長いときの
定常波となる（端が必ず節）。

STEP２　波の波長 λ を考える

この定常波を作る波の波長 λ_1 は、

$$\lambda_1 = 2L$$

STEP３　定常波の振動数 f を考える

弦を伝わる波の速さが v であるなら、波の式 $v = f\lambda$ より

$$v = f_1 \lambda_1$$

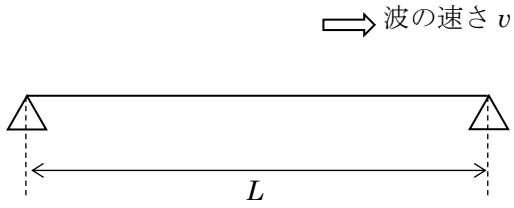
$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2L}$$

弦はこの振動数の音を出す。
この弦の固有振動数の１つが、この f_1 であると言える。

これを『基本振動』という。

問題 1 弦の固有振動①

前ページのモデルの手順で、基本振動以外の、弦の固有振動数を求めてみよう。



STEP 1 (1)作図をしてみる

基本振動から波長を 1 段階短くしたときの作図をする（両端が節で腹 2 つ）

STEP 2 波の波長 λ を考える

この定常波を作る波の波長 λ_2 は、

$\lambda_2 =$ (2)

STEP 3 定常波の振動数 f を考える

弦を伝わる波の速さが v であるなら、

波の式 $v = f\lambda$ より

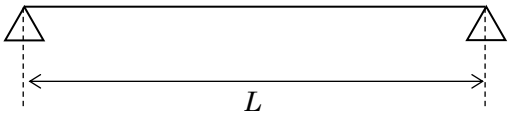
$v = f_2 \lambda_2$

$f_2 =$ (3)

これは基本振動の振動数 f_1 の (4) 倍といえるので『(4) 倍振動』という。

同様に、腹が 3 つのときの固有振動数を求める。

(5)作図



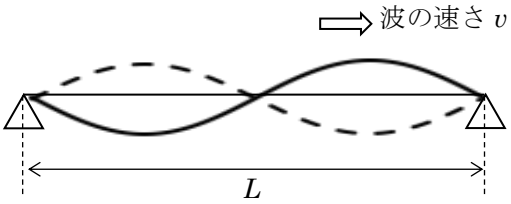
$\lambda_3 =$ (6)

$f_3 =$ (7)

これは (8) 倍振動

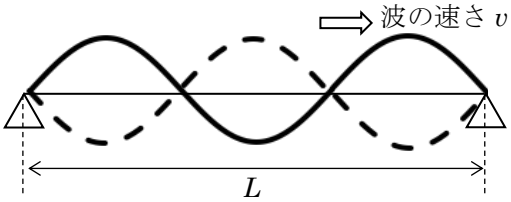
問題 1 解答

(1) 作図



(2) $\lambda_2 = L$ (3) $f_2\ (= \frac{v}{\lambda_2}) = \frac{v}{L}$ (4) 2 (倍)

(5) 作図



(6) $\lambda_3 = \frac{2}{3}L$ (7) $f_3\ (= \frac{v}{\lambda_3}) = \frac{3v}{2L}$ (8) 3 (倍)

問題 2 弦の固有振動②

弦が m 倍振動しているときの波長 λ_m と固有振動数 f_m を、弦の長さ L、弦を伝わる波の速さ v、整数 m で示せ。

問題２ 解答　波長 λ_m : $\dfrac{2L}{m}$　振動数 f_m : $\dfrac{mv}{2L}$

問題２ 解説

考え方は様々あるので、自分にあうものを見つけよう。

《考え方①》基本（1 倍）、2 倍、3 倍を並べて規則性を見つける。

m	λ	f
基本振動　($m = 1$)	$\lambda_1 = 2L\ (= \dfrac{2L}{1})$	$f_1 = \dfrac{v}{2L}$
2 倍振動　($m = 2$)	$\lambda_2 = L\ (= \dfrac{2L}{2})$	$f_2 = \dfrac{v}{L}\ (= \dfrac{2v}{2L})$
3 倍振動　($m = 3$)	$\lambda_3 = \dfrac{2L}{3}$	$f_3 = \dfrac{3v}{2L}$
m 倍振動　($m = m$)	λ_m ＝ ?	f_m ＝ ?

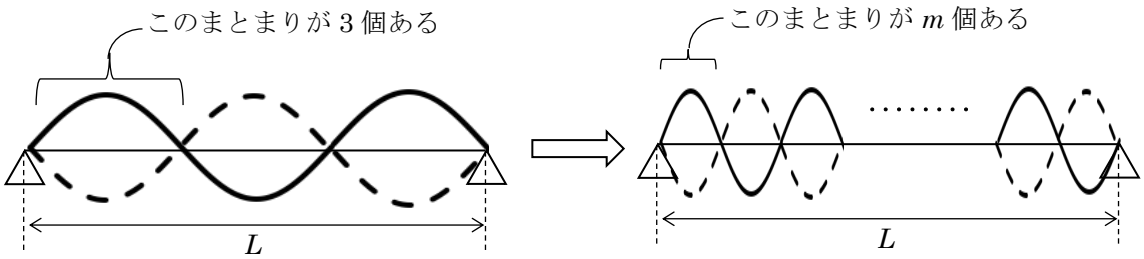
左の表のように並べると、λ、f の式の中で、m と対応している数字の場所がわかり、

$\lambda_m = \dfrac{2L}{m}$ 、f_m : $\dfrac{mv}{2L}$

と判断できる。

《考え方②》m 倍振動の図をイメージする。(3 倍振動の図と比較してみる。)

3 倍振動　　m 倍振動



m 倍振動のときの波長 λ_m を図から考える。

←これ 1 つあたりの長さが $\dfrac{L}{m}$ といえて、λ_m はこれの 2 つ分なので、

$\lambda_m = \dfrac{2L}{m}$ となる。

あとは波の式 $v = f\lambda$ に λ_m を代入し計算すると、

$f_m = \dfrac{mv}{2L}$ となる。

読み物　音色（波形）を作る『倍音』

弦は前ページで求めたような固有振動数を発生させます。弦の固有振動数は『〇倍振動』と示されるように、同じ弦でも複数存在します。このように、振動数が整数倍になっているような音を『倍音』といいます。

さて、下の図１は音さの波形、図２はバイオリンの波形です。音さは、図１のような綺麗な sin カーブ（正弦波）となっており、このような音を聞くと、人は機械的で無機質な音であると感じます。図２のバイオリンのように、綺麗な sin カーブではないときに、人は『音色』の違いを感じ、その波形により心地よさや不快感を感じたりします。

しかし実は、バイオリンの波形(図 2)は、図３のように基本振動と３倍振動の音の合成でできていたりします。弦は、固有振動数の原理に基づいて、倍音のみしか発生させられません。１回のはじきで、色々な倍音が同時に発生し、その重ね合わせで波形が作られるのです。

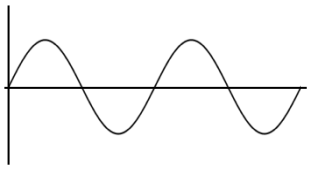


図１（音さ）

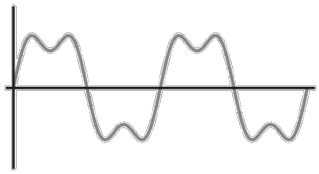


図２（バイオリン）

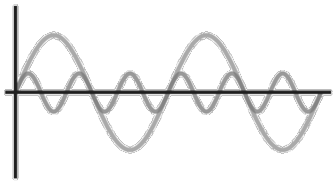


図 3(図２の重ね合わせ前の音)

弦楽器や管楽器は種類により音色が違いますが、元々は全て綺麗な sin カーブの重ね合わせであり、楽器の種類や、弦の押さえ具合、息の吹きかたにより、倍音の配合具合を変化させているのです。元の音が全て綺麗な sin カーブであるということに美しさを感じます。
また、問題中では弦などで同時に複数の倍音は発生しないものとしているので、このことは気にしないで大丈夫です。

テーマ4　弦を伝わる波の速さ

弦を伝わる波の速さは、弦の線密度（1m あたりの質量)、張力によって変化する。

公式（暗記）

弦を伝わる波の速さの式

$$v=\sqrt{\frac{S}{\rho}}$$

ρ：線密度の文字　　読み：ロー　単位：〔kg/m〕
1 m あたりの質量。材質にもよるけれど、1 番の要因は太さ。太い方が 1 m あたりが重くなる。

S：張力
文字は T でもよいが、弦では S を使うことが多い。

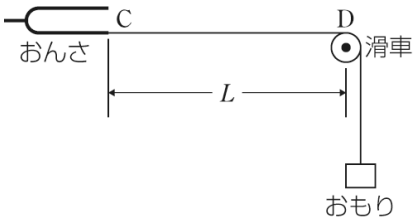
《式の暗記ではなく、現象のイメージで覚えよう》

線密度高い	←→	線密度低い	張力大きい	←→	張力小さい
（太い）		（細い）	（強く張る）		（ゆるく張る）
低い音		高い音	高い音		低い音
遅い	弦の波の速さ	速い	速い	弦の波の速さ	遅い
ρ が大きい（重い）ほど遅い←ρ は分母			S が大きいほど速い←S は分子		

＊波の式 $v=f\lambda$　より、$f=\frac{v}{\lambda}$

これより、v が速いほど、f が高くなるので、音が高くなる関係といえる。

問題 3 発展　弦を伝わる波の速さ



振動数 5.0×10^2 Hz のおんさの腕を水平にして、片方の腕の先端 C に、1 m 当たりの質量(線密度という)が 5.0×10^{-4} kg/m の弦を固定した。弦の他端には滑車 D を介しておもりをつるし、弦を水平に張った。

(1) 弦を伝わる波の速さ v〔m/s〕は、張力を S〔N〕、線密度を ρ〔kg/m〕とすると、$v=\sqrt{\frac{S}{\rho}}$ と表される。弦の張力を 80 N としたとき、弦を伝わる波の速さ v は何 m/s か。

(2) (1)の条件でおんさを振動させたところ、CD 間に基本振動の定常波が生じた。このとき、CD の長さ L〔m〕はいくらか。

(3) CD 間に腹が 2 個ある定常波を生じさせるためには、張力 S を何 N にすればよいか。

問題 3 解答　(1) 4.0×10^2 m/s (2) 0.40 m　(3) 20 N

問題 3 解説

(1) 公式　$v=\sqrt{\dfrac{S}{\rho}}$　に代入して、

$$v=\sqrt{\frac{80}{5.0\times10^{-4}}}=\sqrt{16\times10^4}=\underline{4.0\times10^2\text{m/s}}$$

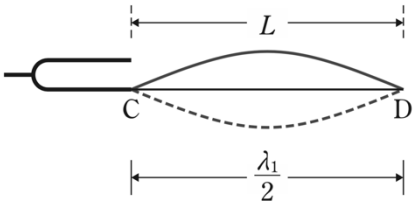
(2) 基本振動の作図より、$\lambda_1=2L$

波の式 $v=f\lambda_1$ より、

$4.0\times10^2=5.0\times10^2\times2L$

L について解いて

$$L=\frac{4.0\times10^2}{2\times5.0\times10^2}=\underline{0.40\text{ m}}$$



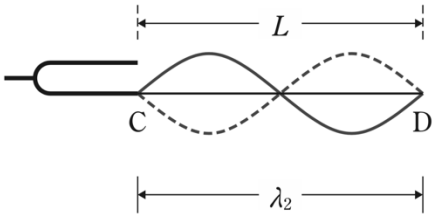
(3) 音さを変えていないので、音さの振動数が変わらないことがポイント。振動数が変わらっていないので、波の式 $v=f\lambda$ から考えると、v を変えて λ を変えていると判断できる。

腹が 2 つのときの作図より、$\lambda_2=L$

このときの波の速さを v_2 とおくと、波の式 $v=f\lambda$ より、

$v_2=fL$

$v_2=5.0\times10^2\times0.40=2.0\times10^2$



公式　$v=\sqrt{\dfrac{S}{\rho}}$　に代入して、

$$2.0\times10^2=\sqrt{\frac{S}{5.0\times10^{-4}}}$$

S について解いて、

$$(2.0\times10^2)^2=\frac{S}{5.0\times10^{-4}}$$

$$S=(2.0\times10^2)^2\times5.0\times10^{-4}$$

$$=\underline{20\text{ N}}$$

(3) 別解

今回の問題では、$v=f\lambda$ の式の f が変化せずに、λ が半分になっている。そのことから v が半分になっているとわかる。v を半分にするために S をいくらにするか考える。

公式 $v=\sqrt{\dfrac{S}{\rho}}$　で、v を半分にするためには、S は$\dfrac{1}{4}$になればよい。よって、<u>20 N</u>。

読み物発展　次元と単位系

2 次元といえば絵のことで、3 次元といったら立体のこと、というイメージがあると思います。今回は、このことの正確な意味を知りましょう。2 次元は縦と横の長さ、3 次元は縦と横と高さの長さの要素が入っています。単位にすると 2 次元は〔m^2〕、3 次元は〔m^3〕となります。次元とは『何かの量を示すとき、基本量（質量、長さ、時間など）がいくつ入っているか』を示しているのです。

力などの物理量の次元を見てみましょう。力は運動方程式 $ma = F$ で示されるので

m〔kg〕・a〔m/s²〕 $= F$〔N〕

力 F は〔kg〕、〔m〕、〔s²〕の要素でできているといえます。単位〔N〕は基本量の単位で示すと〔(kg・m)/s²〕といえます。力は 4 次元の量といえます。（〔s²〕は要素 2 つ分）

この『次元』という考え方を使うと、ここまでの物理の勉強が少し深まります。

① なぜ単位を〔kg〕、〔m〕、〔s〕に直すのか

力の単位〔(kg・m)/s²〕をひとまとめにして〔N〕という単位としました。基準にした単位が〔kg〕、〔m〕、〔s〕の 3 種類だったので、〔g〕や〔cm〕で運動方程式を立てると、力の単位〔N〕が使えなくなってしまうのです。このように、基本量の単位で〔kg〕、〔m〕、〔s〕を使うことを「MKS 単位系（エムケーエス単位系）」と言います。メートル、キログラム、秒(セコンド)の頭文字です。

〔N〕を使うために〔kg〕、〔m〕、〔s〕に直しているので、逆にいえば、力 F〔N〕や、力から発展した単位〔J〕などが出てこないときは、直さなくてもよいといえますね。

② 計算ミスのチェック　その１

例えば『加速度を求めなさい』という問いで、答えの次元が加速度になっていないなら、どこかで計算ミスをしていることがわかります。（単位のチェックで見直しができるのだ）

正しい加速度の解答例	誤った加速度の解答例
$\frac{3}{2}g$、$\frac{5mg}{M}$、$\frac{v}{t}$、$\sqrt{\frac{g^2}{2}}$	$\frac{3}{2}mg$ (mg は重力なので力の次元)、$\frac{v^2}{t}$(この次元の物理量はない)

（m と M で〔kg〕が約分されて、g だけの次元が残る。g は加速度。）

③ 計算ミスのチェック　その２

速さと速さは足し算できるが、速さと質量は足し算できないというように、次元が違うと足し算をしてはいけません。なので、

$\frac{(m+M)g}{m}$ などの計算はしてよいのですが、$\frac{m+Mg}{m}$ などの計算はしてはいけません。

このような式になったら、どこかで計算をミスしている可能性があります。文字をくくるのには、次元を見やすくする効果があるので、普段から気を使ってみるとよいでしょう。また、$\sin\theta$ や $\cos\theta$ 、μ などは単位がない量なので、$mg + \mu mg\cos\theta$ という計算は OK です。

問題 4 発展　次元の解析と、弦を伝う公式の導出

速さの単位は〔m/s〕であるが、これを分数にすると〔$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$〕なのでこれを〔$\mathrm{m}^1 \cdot \mathrm{s}^{-1}$〕と示すことにする。以下の問いに答えよ。

(1) 力の単位〔N〕を〔$\mathrm{kg}^{\alpha} \cdot \mathrm{m}^{\beta} \cdot \mathrm{s}^{\gamma}$〕の形で示したとき、$\alpha$、$\beta$、$\gamma$（ガンマ）に入る数値を答えよ。

(2) エネルギーの単位〔J〕を〔$\mathrm{kg}^{\alpha} \cdot \mathrm{m}^{\beta} \cdot \mathrm{s}^{\gamma}$〕の形で示したとき、$\alpha$、$\beta$、$\gamma$に入る数値を答えよ。

(3) 弦を伝う公式 $v=\sqrt{\frac{S}{\rho}}$ の右辺、$\sqrt{\frac{S}{\rho}}$ の単位を整理すると、速度の単位〔$\mathrm{m}^1 \cdot \mathrm{s}^{-1}$〕となることを確かめよ。

問題 4 解答　(1) $\alpha=1$、$\beta=1$、$\gamma=-2$　(2) $\alpha=1$、$\beta=2$、$\gamma=-2$　(3) 解説参照

問題 4 解説

(1) 運動方程式 $ma=F$ から単位を考えると、

m〔kg〕・a〔m/s²〕 $=F$〔N〕

〔kg・m/s²〕＝〔N〕

これを分数にすると、〔$\frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$〕

これを〔$\mathrm{kg}^{\alpha} \cdot \mathrm{m}^{\beta} \cdot \mathrm{s}^{\gamma}$〕の形で示すと〔$\mathrm{kg}^1 \cdot \mathrm{m}^1 \cdot \mathrm{s}^{-2}$〕よって $\alpha=1$、$\beta=1$、$\gamma=-2$

(2)〔J〕が出てくる式を思い浮かべて考える。今回は W〔J〕$=F$〔N〕・x〔m〕を用いてみる。

単位に注目すると、〔J〕＝〔N〕・〔m〕となる。

前問(1)より〔N〕は〔$\frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$〕なので、これを代入して、

〔J〕＝〔$\frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$〕・〔m〕＝〔$\frac{\mathrm{kg} \cdot m^2}{\mathrm{s}^2}$〕

〔$\mathrm{kg}^{\alpha} \cdot \mathrm{m}^{\beta} \cdot \mathrm{s}^{\gamma}$〕の形で示すと〔$\mathrm{kg}^1 \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-2}$〕　よって $\alpha=1$、$\beta=2$、$\gamma=-2$

別解(2)　運動エネルギーの公式で考えてみる。

K〔J〕$=\frac{1}{2}$ m〔kg〕・v〔m/s〕^{2}

〔J〕＝〔kg〕・〔m/s〕^{2} ＝〔$\frac{\mathrm{kg} \cdot m^2}{\mathrm{s}^2}$〕

〔$\mathrm{kg}^{\alpha} \cdot \mathrm{m}^{\beta} \cdot \mathrm{s}^{\gamma}$〕の形で示すと〔$\mathrm{kg}^1 \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-2}$〕　よって $\alpha=1$、$\beta=2$、$\gamma=-2$

＊運動エネルギーと仕事の次元が同じことがわかるので、名称は違うけれど、足し算していい量といえます。

問題 4 解説　続き

(3) $v=\sqrt{\dfrac{S}{\rho}}$ の右辺に関して、単位を考えてみる。

張力 S は力なので〔N〕。基本量の単位にして〔$\dfrac{\mathrm{kg\cdot m}}{\mathrm{s^2}}$〕

線密度 ρ は 1m あたりの質量〔kg〕なので、単位は〔kg/m〕　分数にすると〔$\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}}$〕

$v=\sqrt{\dfrac{S}{\rho}}$ の右辺を単位をつけて示すと、

$$v=\sqrt{\frac{S\,[\,\frac{\mathrm{kg\cdot m}}{\mathrm{s^2}}\,]}{\rho\,[\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}}\,]}}$$

単位の分数を整理する。

$$\sqrt{\frac{\mathrm{kg\cdot m^2}}{\mathrm{kg\cdot s^2}}}$$

kg を約分する。

$$\sqrt{\frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s^2}}}$$

ルートがとれるので

$\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ =〔m/s〕　となり、速さの単位になっていることが確かめられる。

この考え方は、弦を伝わる波の速さの公式を忘れてしまった際、思い出すヒントになります。S と ρ のどっちが分母だったっけ、というようなときなど実際に分数にしてみて、単位を確かめれば正しいほうがどちらか判断できます。

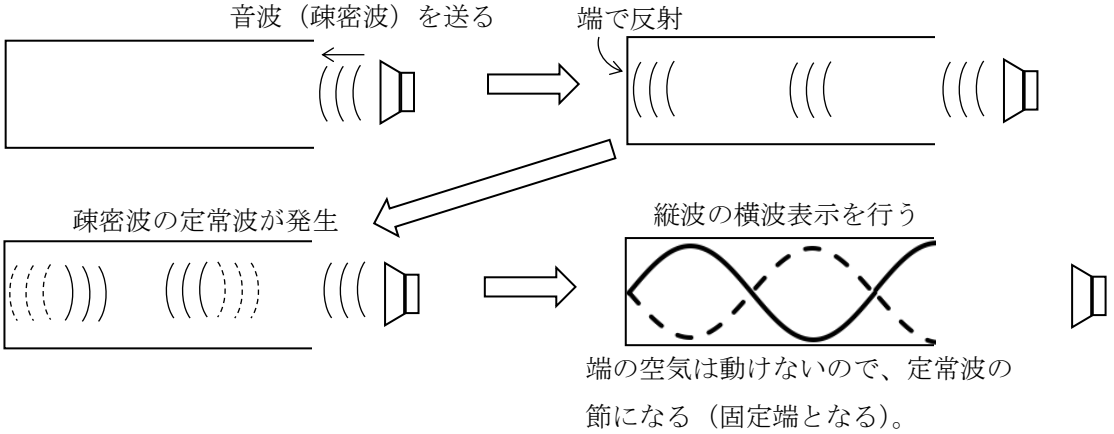
テーマ５ 気柱の共鳴① ～閉管～

管の近くで振動を起こした際、共鳴して管内の空気も振動し大きな音が鳴る。これを気柱の共鳴という。管楽器では引き込み口の近くで唇や、リードなどを振動させ、共鳴を起こし大きな音をだしているのだ。

モデル 閉管の固有振動数を考える。

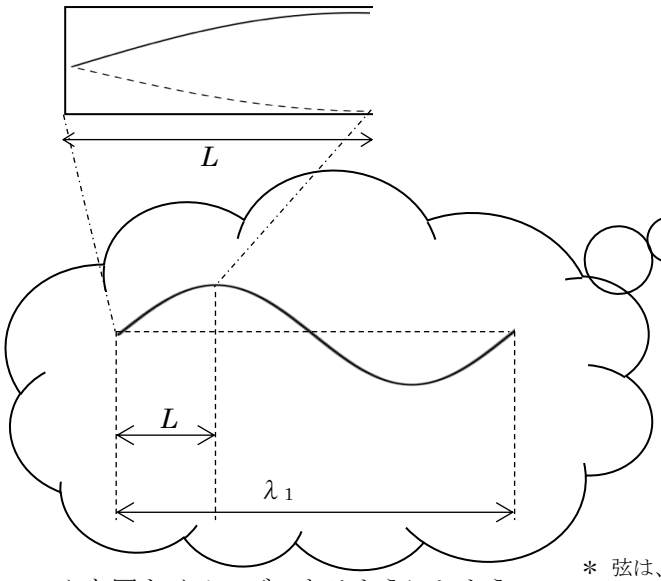
閉管とは、片方の口が閉じ、片方の口が開いた管のことである。

《定常波の発生》



《基本振動》

管の長さを L、空気中を伝わる音の速さを V とする。



こんな図をイメージできるようにしよう

STEP１ 作図をしてみる

左図が最も波長が長いときの定常波となる。(閉じている側は節)

STEP２ 波の波長λを考える

この定常波を作る波の波長 λ_1 は、

$\lambda_1 = 4L$

STEP３ 定常波の振動数 f を考える

管内の音の速さが V であるから、

波の式 $v = f\lambda$ より

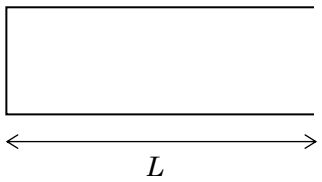
$V = f_1 \lambda_1$

$$f_1 = \frac{V}{\lambda_1} = \frac{V}{4L}$$ （基本振動）

＊ 弦は、『弦が振動→周囲の空気を揺らす』だったが管は、『内部の空気が振動→周囲の空気を揺らす』なので速度は音速 V なのだ。

問題 5 閉管の固有振動①

前ページのモデルの手順で、基本振動以外の、閉管の固有振動数を求めてみよう。



STEP 1 (1)作図をしてみる

基本振動から波長を 1 段階短くしたときの作図をする（閉じている側が節で開いている側に 2 つ目の腹がある）

STEP 2 波の波長 λ を考える

この定常波を作る波の波長 λ_2 は、

$\lambda_2 =$ (2)

STEP 3 定常波の振動数 f を考える

管内の音の速さが V であるから、

波の式 $v = f\lambda$ より

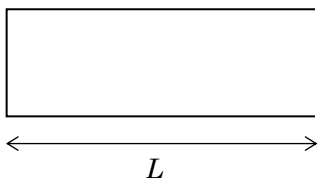
$v = f_2 \lambda_2$

$f_2 =$ (3)

これは基本振動の振動数 f_1 の (4) 倍といえるので『(4) 倍振動』という。

同様に、開いた口に 3 つ目の腹がある固有振動数を求める。

(5)作図



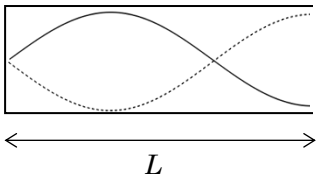
$\lambda_3 =$ (6)

$f_3 =$ (7)

これは (8) 倍振動

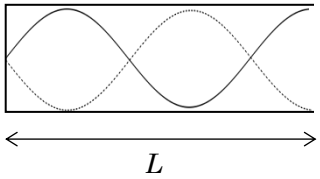
問題 5 解答

(1) 作図



(2) $\lambda_2 = \frac{4}{3}L$ (3) $f_2\ (= \frac{v}{\lambda_2}) = \frac{3V}{4L}$ (4) 3 (倍)

(5) 作図



(6) $\lambda_3 = \frac{4}{5}L$ (7) $f_3\ (= \frac{v}{\lambda_3}) = \frac{5V}{4L}$ (8) 5 (倍)

＊ 閉管に 2 倍、4 倍振動は存在しないのだ！！
3 倍振動である(1)の状態のときを λ_3 や f_3、
5 倍振動である(5)の状態のときを λ_5 や f_5 と
置くこともある。

問題 6 閉管の固有振動②

閉管が m 倍振動しているときの波長 λ_m と固有振動数 f_m を、管の長さ L、空気中を伝わる音の速さ V、整数 m(1、3、5…)で示せ。

問題 6 解答　波長 λ_m : $\dfrac{4L}{m}$　振動数 f_m : $\dfrac{mV}{4L}$

問題 6 解説

弦とときと同様に、２通りの考え方で求めてみよう。

《考え方①》基本（1 倍)、3 倍、5 倍を並べて規則性を見つける。

m	λ	f
基本振動　($m = 1$)	$\lambda_1 = 4L\ (= \dfrac{4L}{1})$	$f_1 = \dfrac{V}{4L}$
3 倍振動　($m = 3$)	$\lambda_3 = \dfrac{4}{3}L$	$f_3 = \dfrac{3V}{4L}$
5 倍振動　($m = 5$)	$\lambda_5 = \dfrac{4L}{5}$	$f_5 = \dfrac{5V}{4L}$
m 倍振動　($m = m$)	λ_m = ?	f_m = ?

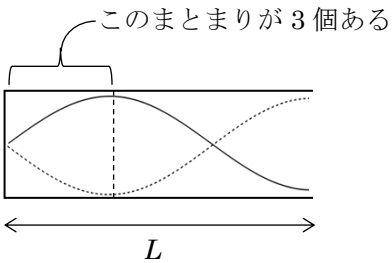
左の表のように並べると、λ、f の式の中で、m と対応している数字の場所がわかり、

$\lambda_m = \dfrac{4L}{m}$ 、f_m : $\dfrac{mV}{4L}$

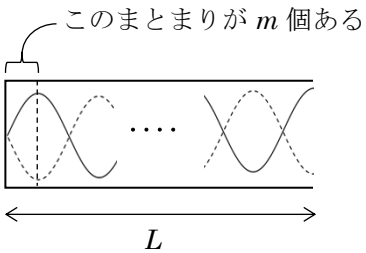
と判断できる。

《考え方②》m 倍振動の図をイメージする。(3 倍振動の図と比較してみる。)

3 倍振動



m 倍振動



図から m 倍振動のときの波長 λ_m を考える。

←これ 1 つあたりの長さが $\dfrac{L}{m}$ といえて、λ_m はこれの 4 つ分なので、

$\lambda_m = \dfrac{4L}{m}$　となる。

あとは波の式 $v = f\lambda$ に λ_m を代入し計算すると、

$f_m = \dfrac{mV}{4L}$　となる。

＊補足　閉管では、基本（1 倍）、3 倍、5 倍…と振動をしていくので、整数 m を $m=1$、3、5… として立式をしていった。しかし、これは整数 m というより、奇数 m といった方が正しくなってしまう。そこで、1、3、5…という奇数を『$2m-1$』と示して整数 $m=1$、2、3…を代入していくようにすることがある。このような形で示すと、以下のように表の式が変化する。

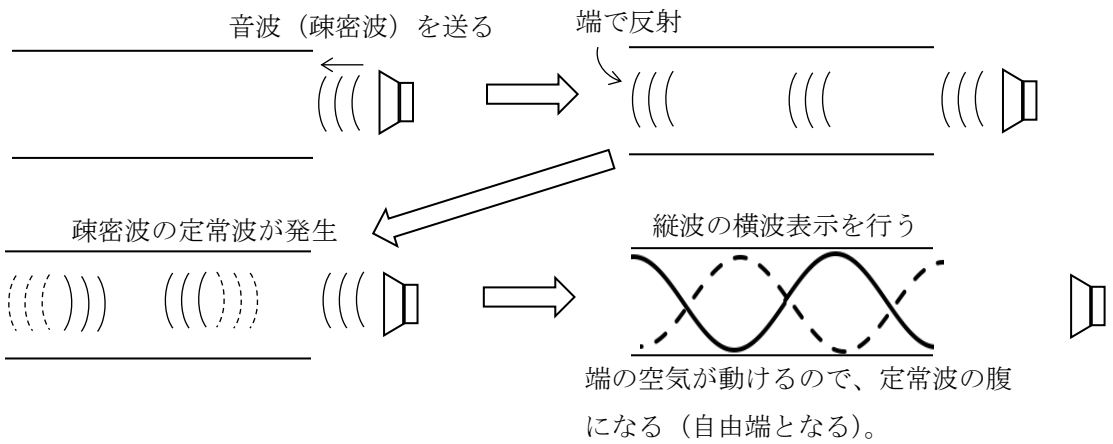
m	λ	f
基本振動　$(m=1)$	$\lambda_1 = 4L\ (=\frac{4L}{1})$	$f_1 = \frac{V}{4L}$
3 倍振動　$(m=\dot{2})$	$\lambda_3 = \frac{4}{3}L$	$f_3 = \frac{3V}{4L}$
5 倍振動　$(m=\dot{3})$	$\lambda_5 = \frac{4L}{5}$	$f_5 = \frac{5V}{4L}$
$\dot{2}m-\dot{1}$ 倍振動　$(m=m)$	$\lambda_m = \frac{4L}{2m-1}$	$f_m = \frac{(2m-1)V}{4L}$

テーマ 6　気柱の共鳴②　～開管～

モデル　開管の共鳴

両端が開いている管を開管といい、開管でも共鳴が起こる。

《定常波の発生》



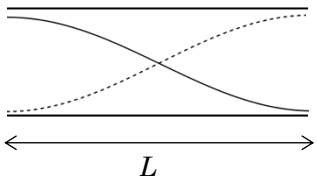
Q：管の開いている端で、なぜ音波が反射するのでしょうか？

A：管の外の空気はとても量が多く、管の中の空気は量が少ないことで、それぞれ別の振る舞い方をするからです。管の外の空気は、柔らかい壁のように振る舞います。

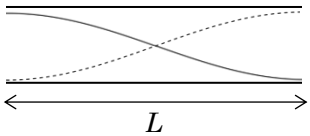
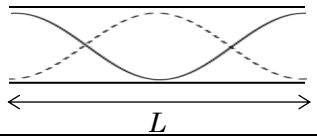
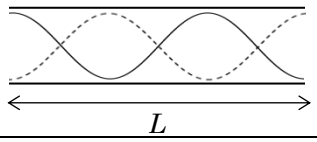
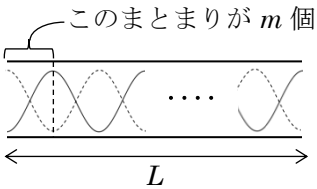
問題 7 開管の共鳴

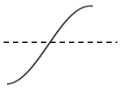
開管の基本振動、2 倍振動、3 倍振動、m 倍振動しているときの波長 λ と固有振動数 f を、管の長さ L、空気中を伝わる音の速さ V、整数 m で示せ。ただし、開管では、両側が開いているので、両側が腹になるような定常波が発生する。下記の基本振動しているときの図を参考にして考えよ。

《基本振動》



問題 7 解答

m	作図	λ	f
基本振動 ($m = 1$)		$\lambda_1 = 2L\ (= \frac{2L}{1})$	$f_1 = \frac{V}{2L}$
2 倍振動 ($m = 2$)		$\lambda_2 = L\ (= \frac{2L}{2})$	$f_2 = \frac{V}{L} (= \frac{2V}{2L})$
3 倍振動 ($m = 3$)		$\lambda_3 = \frac{2L}{3}$	$f_3 = \frac{3V}{2L}$
m 倍振動 ($m = m$)		$\lambda_m = \frac{2L}{m}$	$f_m = \frac{mV}{2L}$


←これ１つあたりの長さが $\frac{L}{m}$ といえて、λ_m はこれの２つ分

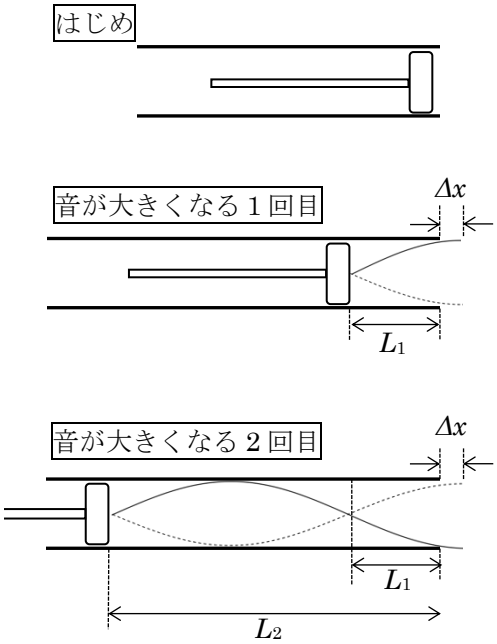
テーマ７ 開口端補正

管の共鳴で、端が開いている側（開口端）では腹ができる。しかし、厳密には開口端からほんの少し外側に腹ができる。これを開口端補正 Δx という。

（このときのΔは、『差』ではなく、『わずかな大きさ』という意味で使われている。）

（開口端補正は、管の直径により変化する。音による変化はない。）

モデル　ピストンを動かすことで、自由な長さの閉管を作れる装置の近くで、振動数 f の音さを鳴らす。ピストンを引きながら管の長さを変化させていくと、音が大きくなる瞬間が何回かあった。空気中の音速を V、開口端補正は Δx であるとする。



音が大きくなる１回目の図を用いると、

１個分が ①　　〔m〕 であり

波長λはこれ ②　　個分なので

λ ＝ ③　　〔m〕 と示せる。

しかし、問題では、Δx がわからない状態の出題が多いので、Δx を使わない形式で、λを示したい。

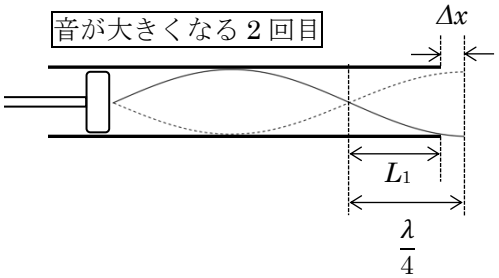
音が大きくなる２回目の図を用いると、

１個分が ④　　〔m〕

であり波長λはこれ ⑤　　個分なので

λ ＝ ⑥　　〔m〕 と示せる。

開口端補正 Δx が不明の問題では、この後 Δx を求める流れになる。



左図のように作図ができるので、

L_1 とλを用いて示すと、

Δx ＝ ⑦　　〔m〕 と示せる。

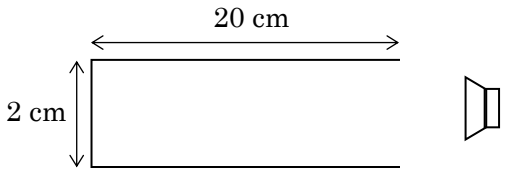
⇒ セミナーP183 基本例題 49
⇒P186 373 374 ⇒P186 376

モデル 解答　① $L_1 + \Delta x$　② 4 (個)　③ 4 $(L_1 + \Delta x)$

④ $L_2 - L_1$　⑤ 2 (個)　⑥ 2 $(L_2 - L_1)$　⑦ $\frac{\lambda}{4} - L_1$

ConcepTest1 定常波の振幅

太さ 2.0 cm、長さ 20 cm の閉管の近くで、音を発生させると、5 倍振動が発生した。発生している定常波の波長と振幅として、正しいものを以下の選択肢からそれぞれ選べ。

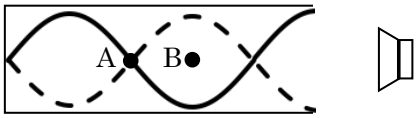


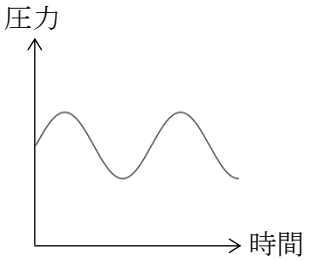
ア. 16 cm　イ. 12 cm　ウ. 8 cm　エ. 4 cm　オ. 2 cm　カ. 1 cm

キ.情報が足りず答えられない。

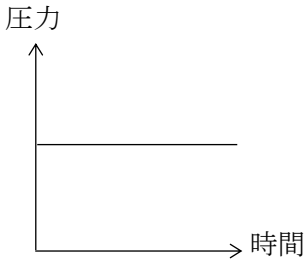
ConcepTest2 気柱内の疎密

右図は、閉管で 5 倍振動の共鳴が起きている図である。A 点、B 点での空気の圧力（空気の疎密）と、時間経過のグラフとして正しいものを以下の選択肢のそれぞれどちらか。





ア



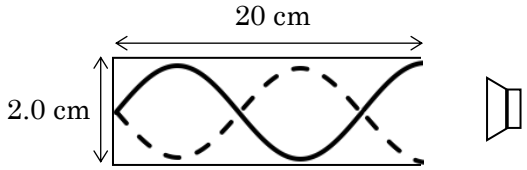
イ

ConcepTest1 解答　　波長：ア（16 cm）　振幅：キ（情報が足りずに答えられない）

ConcepTest1 解説

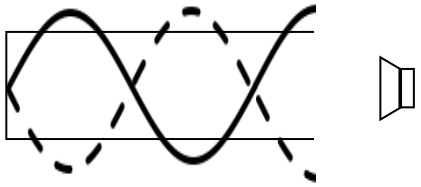
５倍振動の様子を作図すると右のようになる。

この作図より、波長は 16 cm とわかる。



振幅に関しては、作図から 1.0 cm と答えたくなるが、管内で発生している波は、空気の縦波であり、この図でいうと水平方向の振動である。よって振動が管の太さである 2 cm の幅で起きているとは限らないのである。縦波の横波表示に関して、思い出しておこう。

振幅次第では、右図のような図もあり得る。



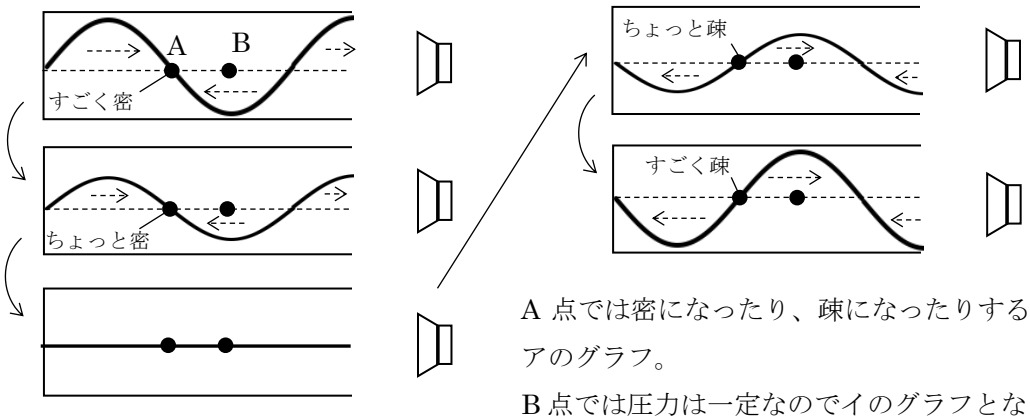
振幅が大きい時の、横波表示

ConcepTest2 解答　　A 点：ア　B 点：イ

ConcepTest2 解説

気柱の作図で書かれている波は、縦波の定常波を横波表示したものである。

そして、定常波は時間経過で下図のように振動していて、A 点では疎密が切り替わることがわかる。B 点では、密度は常に疎と密の中間にいるので一定となる。（厳密にイメージすると、B 点は自分のすぐ隣の分子の動きに合わせて柔軟に動くので、圧力（疎密）が変わらないのだ）



A 点では密になったり、疎になったりするのでアのグラフ。

B 点では圧力は一定なのでイのグラフとなる。