§ ドップラー効果

テーマ１　準備

音をだすもの（音源）、または音を聞くもの（観測者）が動いていると、聞こえる音の周波数が変化する。この現象をドップラー効果という。

覚えておこう

音源は Souce(ソース)の頭文字をとり **S** で表し、

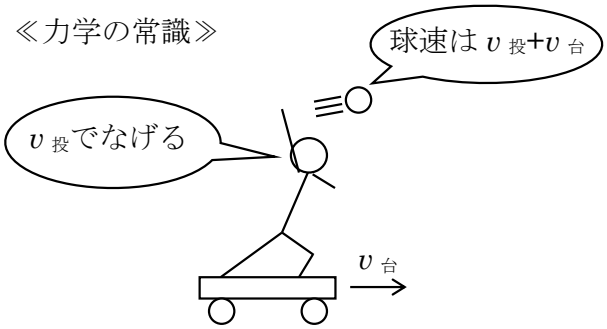
観測者は Observer(オブザーバー)の頭文字をとり **O** で表す。

⇩

音源の動く速さ・・・v_s　　**観測者の動く速さ・・・v_o** ←ブイオー。ブイゼロではない

間違えやすい大前提

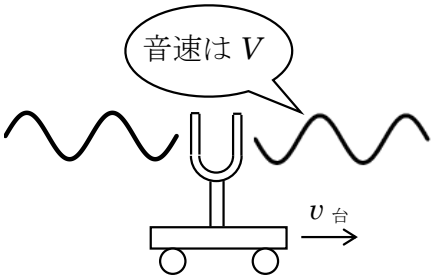
≪力学の常識≫



球の速度は $v_{投}+v_{台}$ になる。

動きながら球を投げると球速は速くなる

≪波動の常識≫

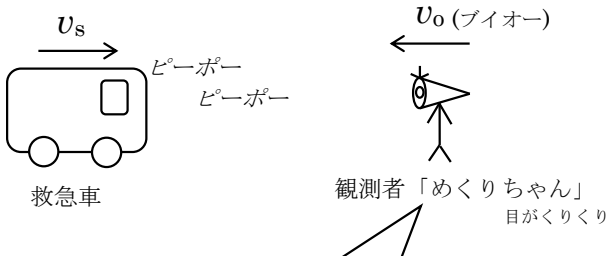


音速は $V+v_{台}$ にはならない!!

動きながら音を出しても音速は加速しない

ドップラーで持っておくべきイメージ

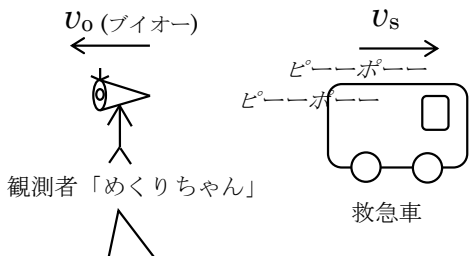
≪近づくとき≫



音は高く聞こえる。

ピーポーはテンポが速く聞こえる。

≪遠ざかるとき≫



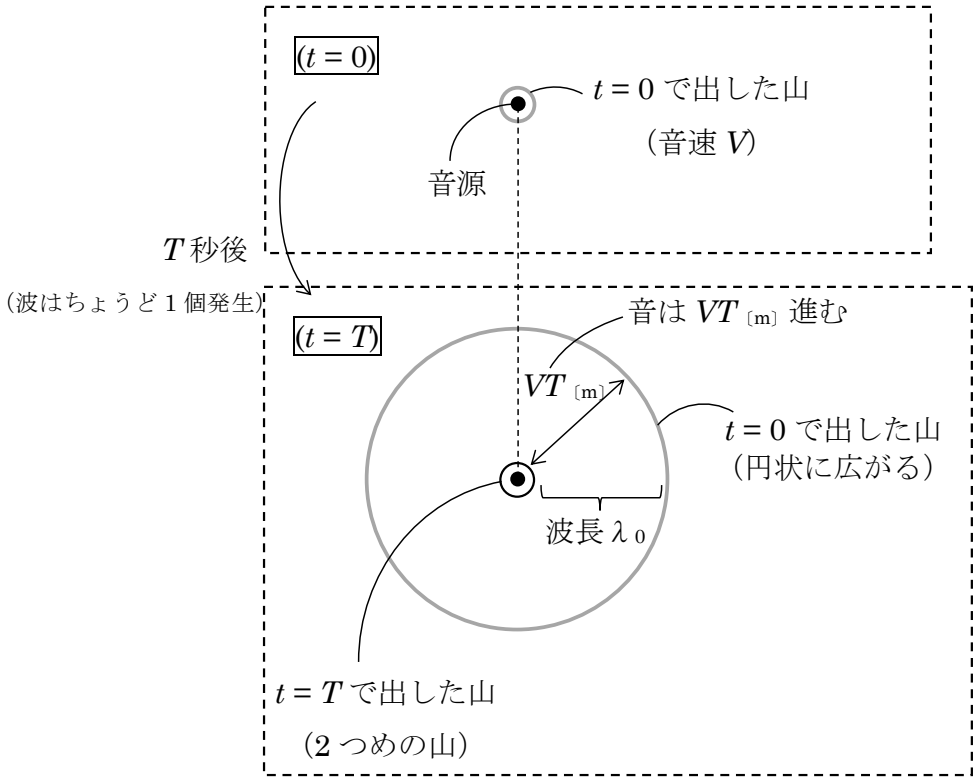
音は低く聞こえる。

ピーポーはテンポが遅く聞こえる。

テーマ２　音源が動く場合

≪音源が動かない場合≫（準備）

$t = 0$ で、音速 V〔m/s〕、振動数 f_0 (エフゼロ)の音を発生させる。音源は、最初に山(灰色の円)を発生させたとする。

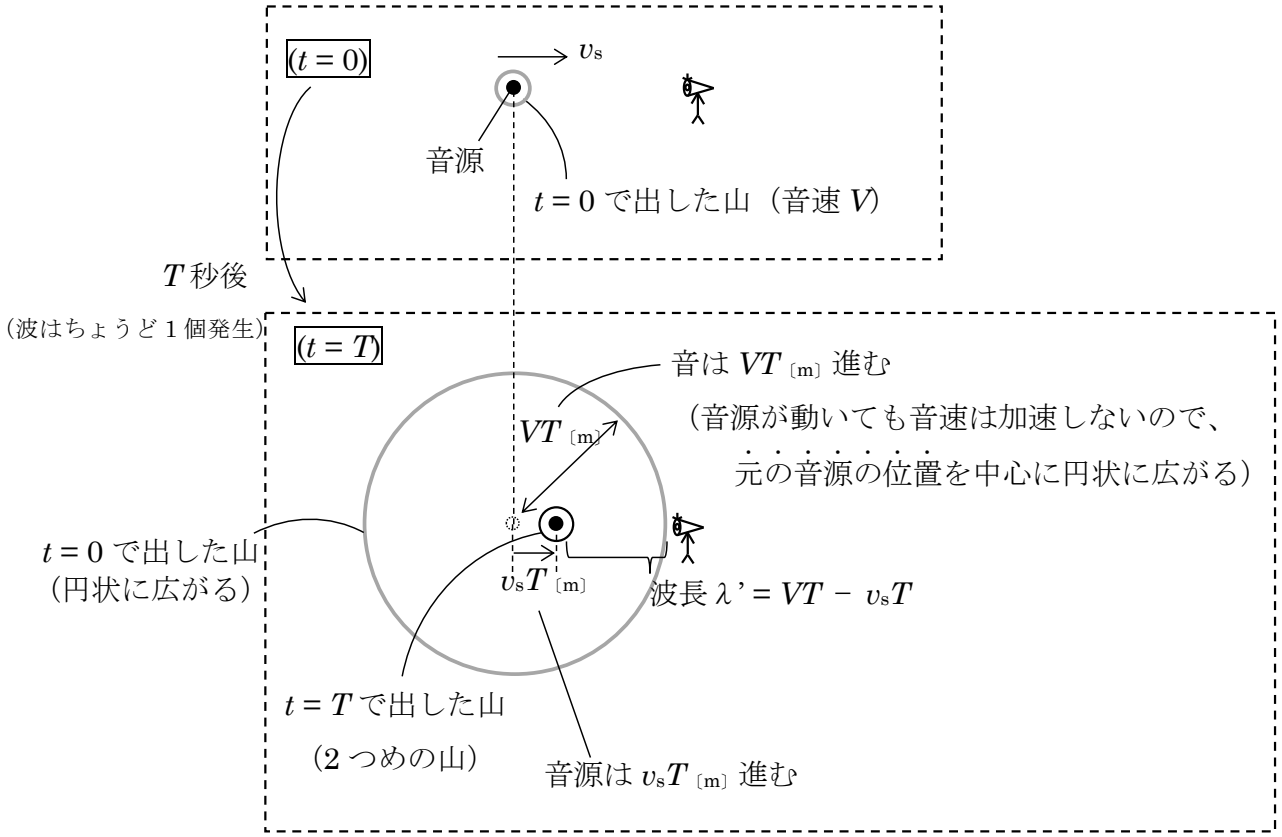


T 秒間(１周期)で、波は１個発生しているので $t = T$ での音源周辺では、2 つ目の山（黒色の円）が発生している。すると、山から山までの距離が VT〔m〕といえ、このときの音の波長 λ_0 (ラムダゼロ)は

$\lambda_0 = VT$〔m〕といえる。

この考え方を基本に、音源が v_s で動く場合を考えてみよう。

≪音源が v_s で近づく場合≫



音源が観測者に近づく場合、山から山までの距離が $VT-v_sT$〔m〕になっていて、
波長は元よりも短くなっている。圧縮されているイメージである。
音の波長が $\lambda' = VT-v_sT$ になっていることに注意して、波の式 $v = f\lambda$ から、観測者が聞く音の振動数 f' を求める。

$$V = f' \times (VT - v_sT)$$

$$f' = \frac{V}{VT - v_sT} = \frac{V}{(V - v_s)T}$$

ここで、$\frac{1}{T} = f_0$ なので

$$f' = \frac{V}{(V - v_s)T} = \frac{V}{V - v_s} f_0$$

『$f' = ○ \times f_0$』の形で、○の部分が、
分母＜分子、という関係なので、1 より大きいので、元の振動数 f_0 よりも大きくなることがわかる。近づくときは音が高くなるのだ。

問題 1　音源が遠ざかる場合のドップラー効果

このページのモデルを参考に、以下のステップで音源が観測者から遠ざかる際の音波の波長と振動数を考えよ。困ったら次ページの解説をヒントにしながら進めよ。

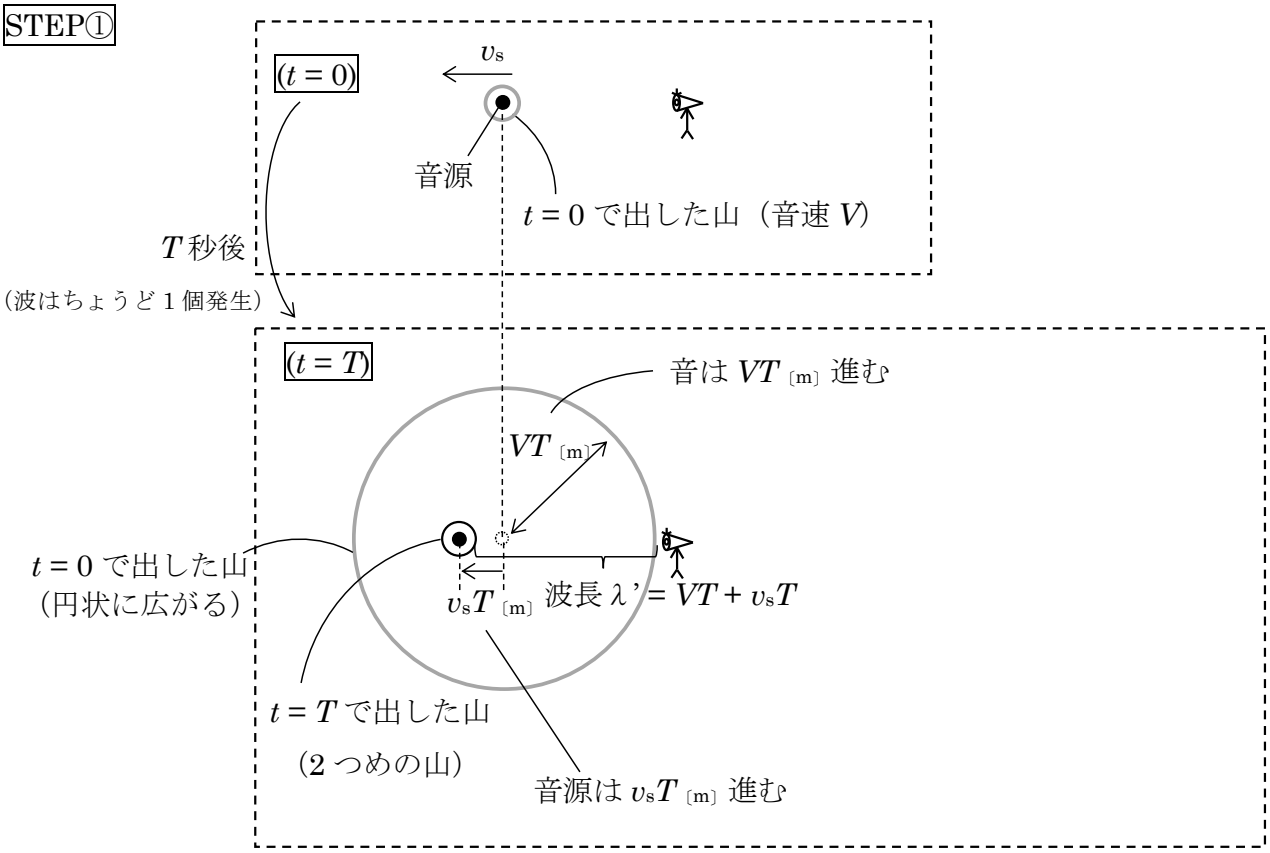
STEP①　$t = 0$ と、$t = T$ での音波と音源の位置を作図で示せ。

STEP②　観測者が聞く音の波長 λ' を V、v_s、T で示せ。

STEP③　観測者が聞く音の振動数 f' を V、v_s、f で示せ。

問題１ 解答　《音源が遠ざかる場合のドップラー効果》

STEP①



STEP②

上の図より、波長は $\underline{\underline{VT + v_sT}}$〔m〕

元の波長より引き伸ばされているイメージである。

STEP③

波の式　$v = f\lambda$　より

$$V = f' \times (VT + v_sT)$$

$$f' = \frac{V}{VT + v_sT} = \frac{V}{(V + v_s)T}$$

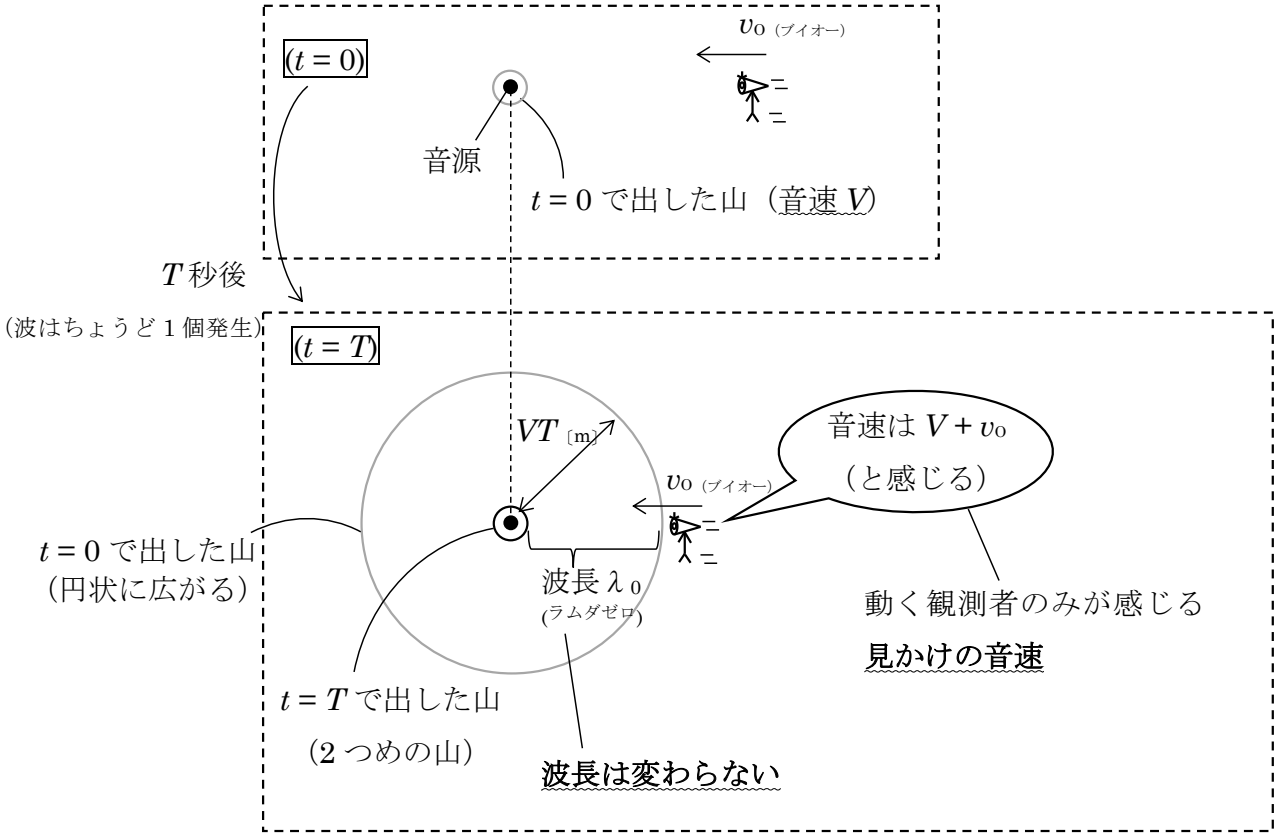
ここで、$\frac{1}{T} = f_0$ なので

$$f' = \frac{V}{(V + v_s)T} = \frac{V}{V + v_s} f_0$$

『$f' =$ ○$\times f_0$』の形で、○の部分が、1 より小さいので、元の振動数 f_0 よりも小さくなることがわかる。遠ざかるときは音が低くなるのだ。

テーマ３　観測者が動く場合

≪観測者が v_o（ブイオー）で近づく場合≫



ここで、波長 λ_0 は変化せず音速が $V+v_o$ になっていることから、変化後の振動数 f' を求める。

$v=f\lambda$ より

$V+v_o=f'\lambda_0$

f' について解いて

$f'=\frac{V+v_o}{\lambda_0}$

これが、観測者の聞く音の高さである。

ただし、音速を $V+v_o$ と感じている観測者のみが、この f' の振動数で聞こえていて、周囲の人みんながこの音の高さで聞こえているわけではない。

＊　λ_0 を消去する。波の式 $v=f\lambda$ より

$V=f_0\lambda_0$

$\rightarrow\ \lambda_0=\frac{V}{f_0}$

これを求めた式 $f'=\frac{V+v_o}{\lambda_0}$　に代入

$$f'=\frac{V+v_o}{\frac{V}{f_0}}=\frac{V+v_o}{V}f_0$$

『$f'=$ ○×f_0』の形で、○の部分が、1 より大きく、元の振動数 f_0 よりも大きくなっていることがわかる。近づくときは音が高くなるのだ。

問題 2　観測者が遠ざかる場合のドップラー効果

前ページのモデルを参考に、以下のステップで観測者が音源から遠ざかる際の振動数を考えよ。困ったら解説をヒントにしながら進めよ。

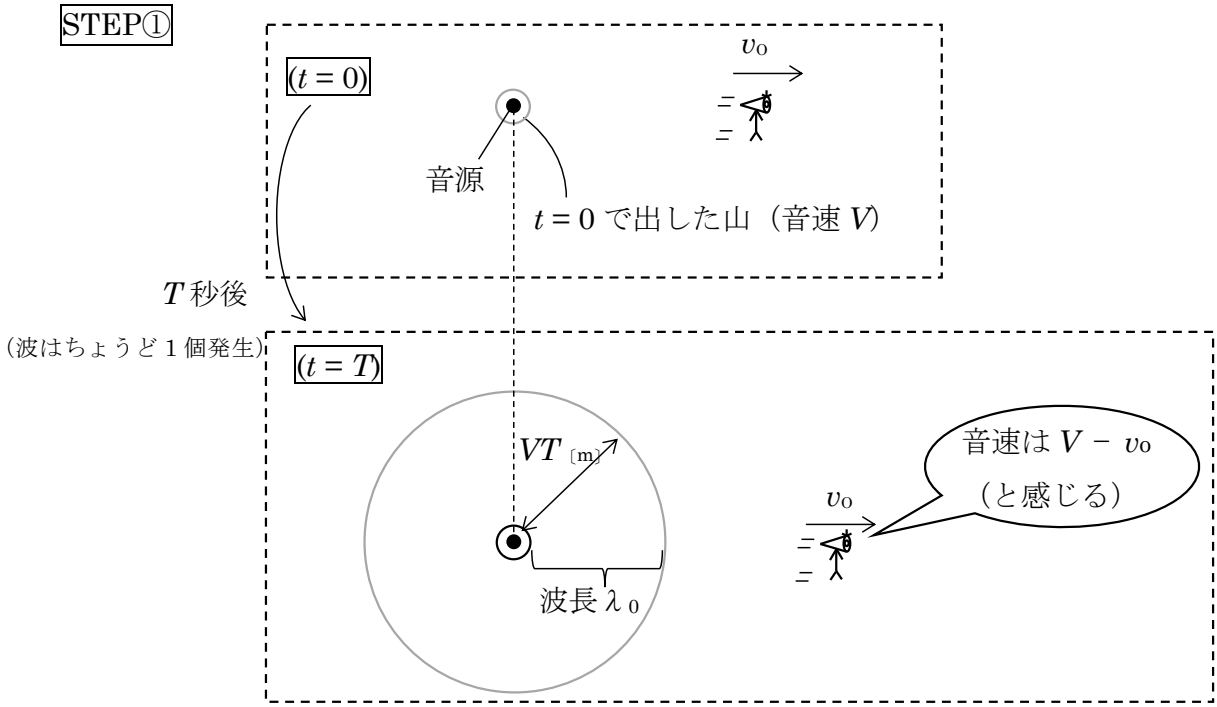
STEP①　$t = 0$ と、$t = T$ での音波と音源の位置を作図で示せ。

STEP②　観測者が聞く音の振動数 f' を V、v_0、λ_0 で示せ。

STEP③　波の式 $v = f\lambda$ を用いて、STEP②の式から λ_0 を消去した形で示せ。

問題 2 解説　≪観測者が遠ざかる場合≫

STEP①



STEP②

ここで、波長 λ_0 は変化せず、音速が $V - v_0$ になっていることから、変化後の振動数 f' を求める。

$v = f\lambda$ より

$V - v_0 = f'\lambda_0$

f' について解いて

$f' = \frac{V - v_0}{\lambda_0}$

STEP③

λ_0 を消去する。波の式 $v = f\lambda$ より

$V = f_0\lambda_0 \rightarrow \lambda_0 = \frac{V}{f_0}$

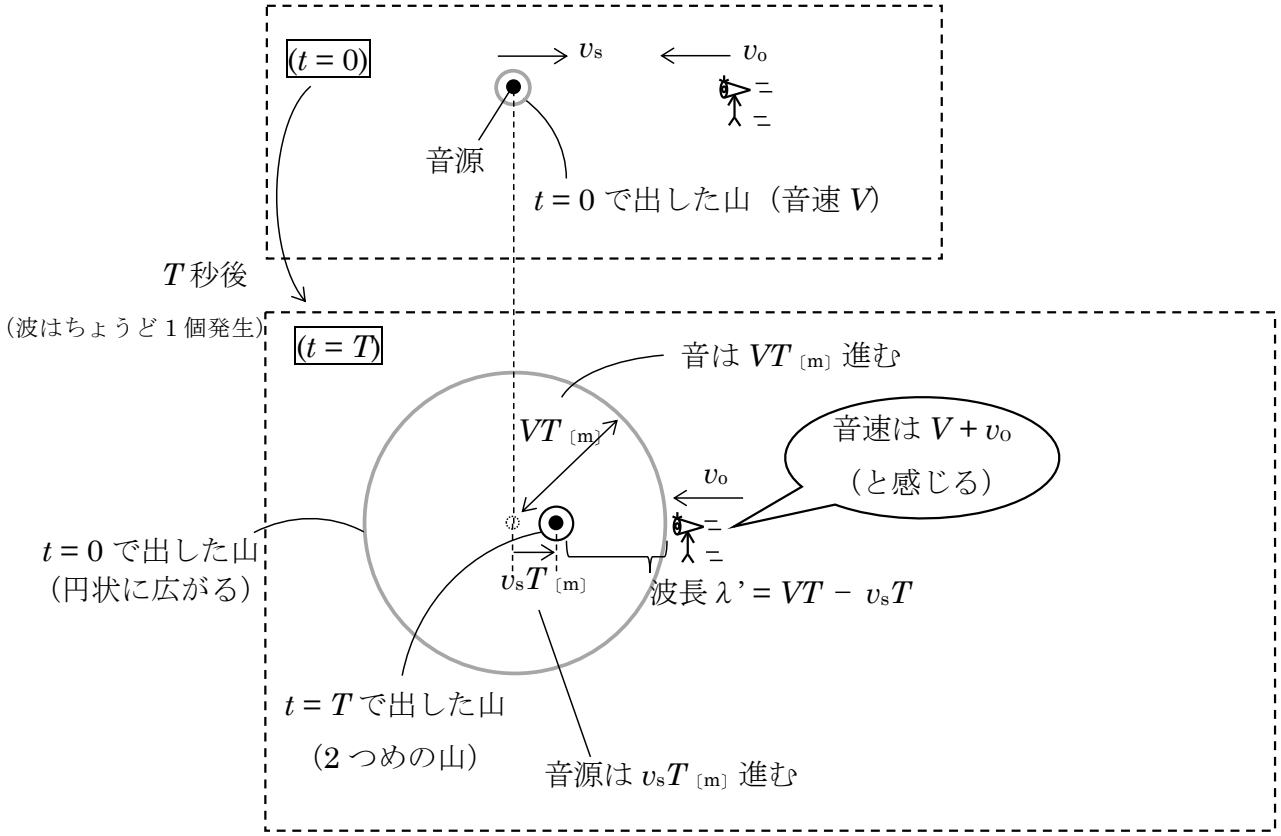
これを $f' = \frac{V - v_0}{\lambda_0}$　に代入

$$f' = \frac{V - v_0}{\frac{V}{f_0}} = \frac{V - v_0}{V} f_0$$

『$f' = ○ \times f_0$』の形で、○の部分が、1 より小さく、元の振動数 f_0 よりも小さくなっていることがわかる。遠ざかるときは音が低くなるのだ。

テーマ４　音源も観測者も動く場合

≪音源が v_s で近づき、観測者が v_o で近づく場合≫



音源の動きにより、波長が $VT-v_sT$〔m〕に変化し、観測者が動くことで見かけの音速が $V+v_0$ に変化する。2 点の変化に注意して、観測者にとっての波の式 $v=f\lambda$ の式を立て、観測者が聞く音の振動数 f' を求める。波の式 $v=f\lambda$ より、

$$V+v_0=f'\times(VT-v_sT)$$

$$f'=\frac{V+v_o}{VT-v_sT}=\frac{V+v_o}{(V-v_s)T}$$

ここで、$\frac{1}{T}=f_0$ なので

$$f'=\frac{V+v_o}{(V-v_s)T}=\frac{V+v_o}{V-v_s}f_0$$

音源が近づく場合の式　$f'=\frac{V}{V-v_s}f_0$ と

観測者が近づく場合の式　$f'=\frac{V+v_o}{V}f_0$ を

合わせたような形になる。

＊補足　ドップラー効果の導出について

ドップラー効果の導出は、様々な方法があり、すべてのパターンをマスターしようと思うと大変です。そしてあまり意味はありません。１つのやり方を完全に理解しておけば、概念の理解はできているはずなので、いろいろな導出に手を出すのではなく、１つを完全に理解しましょう。そうしておけば、穴埋めの導出問題などで、別パターンを聞かれても、誘導の文章に対応できます。

テーマ 5　ドップラー効果の公式

ドップラー効果の原理はもちろん重要だが、近づく、遠ざかる、片方が動く、両方が動くなど、パターンがとても多いので、ひとまず計算問題に対応できるように、ひとまとめにした公式を覚えてしまおう。

ドップラー効果の公式

$$f' = f_0 \times \frac{V \bigcirc v_o}{V \bigcirc v_s}$$

（○にはプラスかマイナスかのどちらかが入る）

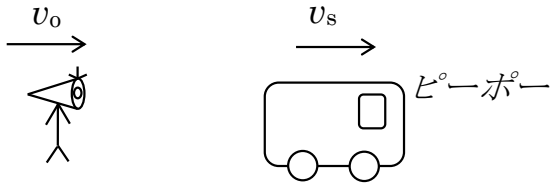
上の式を見て、式の構造として、

観測される周波数 f' ＝ 元の周波数 f_0 × 速さが含まれる分数 となっていることに注目。

速さが含まれる分数が 1 よりも大きければ音は高くなり、1 よりも小さければ音は低くなるのだ。

○にはプラスかマイナスのどちらかが入るが、音源や観測者の動きが、『音を高くする効果』があるのか、『低くする効果』があるのかで考えることができる。

(例)



観測(O)は音源に近づこうとしている
⇒音を高くする効果
⇒v_o は分子。増えた方が f は大きくなる!!
⇒v_o の手前の○は『＋』

音源(S)は観測者から遠ざかろうとしている
⇒音を低くする効果
⇒v_s は分母。増えた方が f は小さくなる!!
⇒v_s の手前の○は『＋』

この場合観測者が聞く音は ⇩

$$f' = f_0 \times \frac{V + v_o}{V + v_s}$$

ドップラー効果の公式を、様々な場合分けで整理しようとすると、覚える量が多く大変!!
上のような構造で覚えてしまおう!!分数の形さえ覚えてしまえば簡単な形だ。

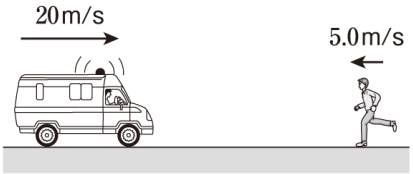
分数は v_o が上。語呂合わせ『王様（ブィオー）が上』と覚えよう。

問題 3　ドップラー効果の公式の練習

静止した音源が、振動数 440Hz の音を出している。図のように、観測者が速さ 10m/s でこの音源に近づく場合と、速さ 10m/s で音源から遠ざかる場合のそれぞれについて、観測者が聞く音の振動数を求めよ。ただし、音速を 340m/s とする。

問題 4　どちらも動く場合のドップラー効果

図のように、直線道路で、音源が 640Hz の音を出しながら 20m/s で走っている。この音源に向かって、観測者が 5.0m/s で近づいているとき、観測者が聞く音の振動数はいくらか。ただし、音速を 340m/s とする。



問題 3 解答　近づく場合：453Hz、遠ざかる場合：427Hz

問題 3 解説

【音源に近づく場合】　観測者が聞く振動数 f_1 は、ドップラー効果の式から、

$$f_1 = \frac{340+10}{340} \times 440 = 452.9[\mathrm{Hz}] \qquad 453\mathrm{Hz}$$

【音源から遠ざかる場合】　観測者が聞く振動数 f_2 は、

$$f_2 = \frac{340-10}{340} \times 440 = 427.0[\mathrm{Hz}] \qquad 427\mathrm{Hz}$$

問題 4 解答　690Hz

問題 4 解説

観測者が聞く音の振動数 f' は、ドップラー効果の式を用いて、

$$f' = \frac{V+v_{\mathrm{O}}}{V-v_{\mathrm{S}}} f = \frac{340+5.0}{340-20} \times 640 = 690[\mathrm{Hz}]$$

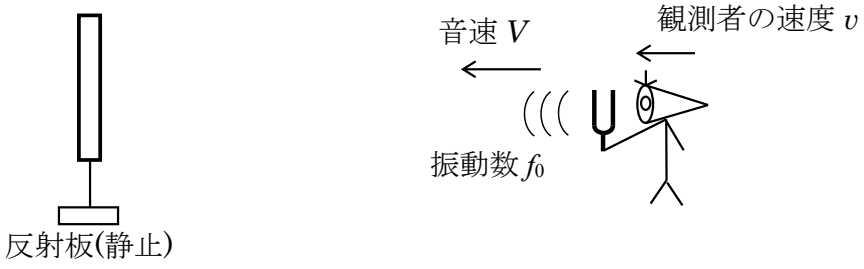
テーマ 6　ドップラー効果の応用問題

反射板があるとき

反射板があるときはワンパターンな解法となるので覚えてしまおう。

① まずは反射板を観測者と見立てて、『反射板が聞く音 $f_{板}$』を求める。
② 次に反射板を『$f_{板}$を出す音源』として見立てて、本来の観測者との式を立てる。

モデル　観測者が音源を持って静止する反射板に近づく場合



① まずは反射板を観測者と見立てて、反射板が聞く音 $f_{板}$ を計算する

$f_{板}$ = ア　$\times f_0$

(⇒ $f_{板}$の音が壁に当たることで、壁がその振動数で揺らされて、$f_{板}$の音を出す音源となる。)

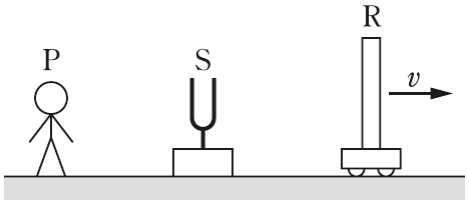
② 次に反射板を $f_{板}$ を出す音源と見立てて、観測者が聞く音 $f_{観}$ を計算する。

$f_{観}$ = イ　$\times f_{板}$ = ウ　$\times f_0$

ア：$\frac{V}{V-v}$ ($\times f_0$)　イ：$\frac{V+v}{V}$ ($\times f_{板}$)　ウ：$\frac{V+v}{V-v}$ ($\times f_0$)　＊イの $f_{板}$ にアの答えを代入している

問題 5　反射板があるときのドップラー効果

振動数が f_0 のおんさ S の両側に観測者 P と反射板 R がある。P と S は静止し、R が速さ v で S から遠ざかるように動くと、P にはうなりが聞こえた。音の速さを $V(V>v)$ とする。



(1) P が聞く R からの反射音の振動数 f_2 を求めよ。

(2) P が聞く、1 秒当たりのうなりの回数 N を求めよ。

問題 5 解答

(1) $\dfrac{V-v}{V+v}f_{\mathrm{O}}$　　(2) $\dfrac{2v}{V+v}f_{\mathrm{O}}$

問題 5 解説

(1)

最初に反射板 R を観測者と見立てて、おんさ S とのドップラー効果の式を立てる。

$$f_{板}=\frac{V-v_{\mathrm{O}}}{V}f_{\mathrm{O}}=\frac{V-v}{V}f_{\mathrm{O}}$$

次に、反射板 R を $f_{板}$ の音をだす音源として振る舞い、観測者 P とのドップラー効果の式を立てる。

$$f'=\frac{V}{V+v_{\mathrm{S}}}f_{板}=\frac{V}{V+v}f_{板}$$

ここで、

$$f_{板}=\frac{V-v}{V}f_{\mathrm{O}}$$

を代入して、

$$f'=\frac{V}{V+v}\times\frac{V-v}{V}f_{\mathrm{O}}=\frac{V-v}{V+v}f_{\mathrm{O}}$$

(2)

うなりの回数 N は、振動数の差で計算できる。おんさ S から直接観測者 P に届く音は f_0 なので

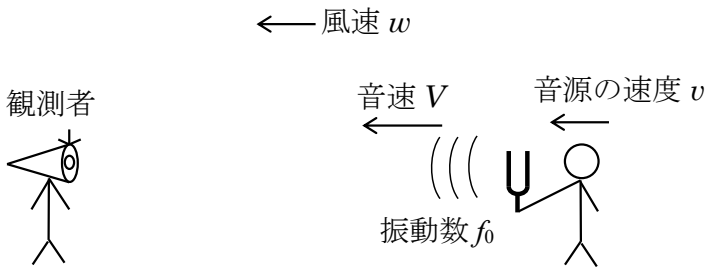
$$N=f_{\mathrm{O}}-\frac{V-v}{V+v}f_{\mathrm{O}}=\left(\frac{V+v}{V+v}-\frac{V-v}{V+v}\right)f_{\mathrm{O}}=\frac{2v}{V+v}f_{\mathrm{O}}$$

(反射音の方が低い音なので、f_o-f' という順番で計算する)

風があるとき

風があるときは、音速 V が風の速さ w〔m/s〕分だけ変化する。
公式の V に変化させた後の音速を代入する。

モデル　観測者が音源を持って静止する観測者に近づく場合



① 観測者が受け取る音の速さ V'を求める。

V' = ア

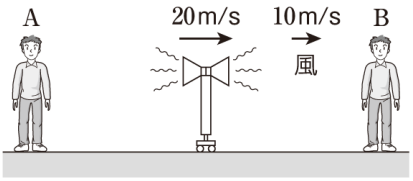
② ドップラー効果の公式の V に、①で求めた V'を代入して観測者の聞く振動数を求める。

f' = イ

解答　ア：$V+w$　　イ：$\frac{V+w}{V+w-v}f_0$

問題 6　風があるときのドップラー効果

図のように、観測者 A、B と 400Hz の音源が一直線上に並んでおり、音源は右向きに 20m/s で動いている。また、右向きに一定の速さ 10m/s の風が吹いている。風がないときの音速を 340m/s とする。



(1)　観測者 A が聞く音の振動数はいくらか。

(2)　観測者 B が聞く音の振動数はいくらか。

問題 6 解答　(1)　377Hz　(2)　424Hz

問題 6 解説

(1)　音源から観測者 A に向かう向きは風の向きと逆なので、この場合の音速は、

340－10＝330〔m/s〕

観測者 A が聞く振動数 f_1 は、音源が移動する場合のドップラー効果の式から

$$f_1 = \frac{V}{V+v_S} f = \frac{330}{330+20} \times 400 = 377.1[\mathrm{Hz}] \qquad 377\mathrm{Hz}$$

(2)　音源から観測者 B に向かう向きは風の向きと同じなので、この場合の音速は、

340＋10＝350〔m/s〕

観測者 B が聞く振動数 f_2 は、音源が移動する場合のドップラー効果の式から、

$$f_2 = \frac{V}{V-v_S} f = \frac{350}{350-20} \times 400 = 424.2[\mathrm{Hz}] \qquad 424\mathrm{Hz}$$

《補足》

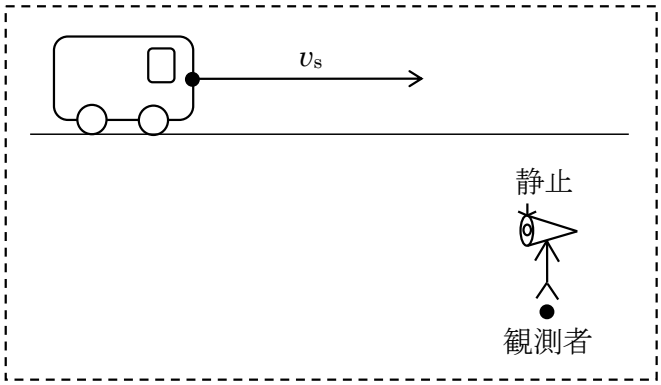
・向かい風のときは音速が小さく、追い風のときは音速が大きくなる。

・音源は観測者 A から遠ざかっており、音源の速度は負の値－20m/s となる。

・音源は観測者 B に近づいており、音源の速度は正の値 20m/s となる。

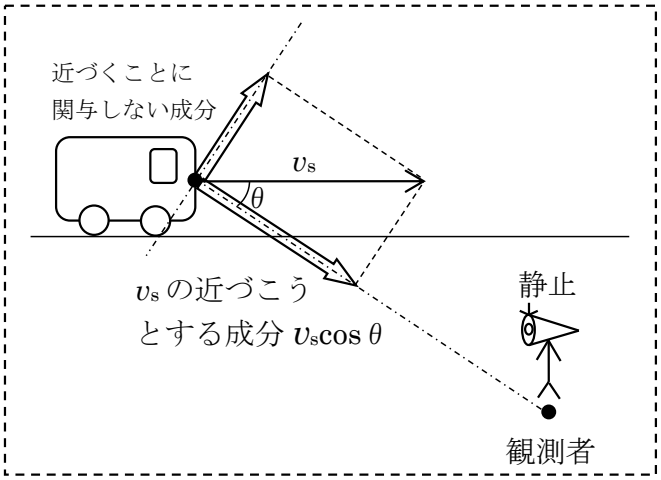
斜め方向の移動のとき

斜め方向のドップラー効果では、速度を、『近づこう・遠ざかろうとしている成分』と『それにまったく関与しない成分』にわけることがポイントとなる。



① 音源と観測者を直線で結び、軸を作る。

② 速度を分解し、近づく成分でドップラー効果の式を立てる。

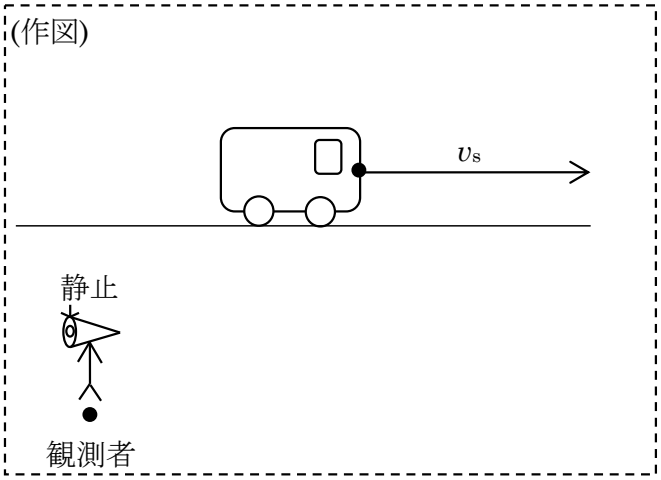


観測者が聞く音の振動数は

$$f' = \frac{V}{V - v_s\cos\theta} f_0$$

≪観測者を通り過ぎた後を考えてみよう≫

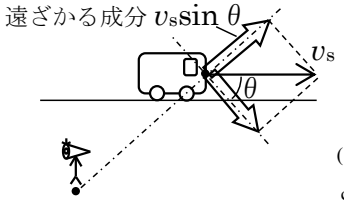
(作図)



観測者が聞く音の振動数は

$f' =$ ア

解答　作図：

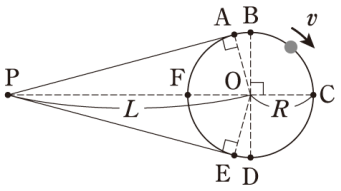


ア：$\frac{V}{V + v_s\sin\theta} f_0$

(θ の設定場所次第で、$\cos\theta$ にもなる。どちらでも OK)

問題 7　斜め方向のドップラー効果

図のように、点 O を中心とした半径 R の円周上で、音源が、振動数 f の音を出しながら、速さ v で時計まわりに等速円運動をしている。この音源から発生する音波を、点 O から距離 L はなれた点 P で観測した。円周上の点 A、B、C、D、E、F で音源から発せられた音波が、点 P で観測されるときの振動数をそれぞれ求めよ。ただし、音速を V とし、$V>v$ とする。



問題 7 解答

A：$\dfrac{V}{V+v}f$、B：$\dfrac{V}{V+\dfrac{L}{\sqrt{L^2+R^2}}v}f$、C：$f$　D：$\dfrac{V}{V-\dfrac{L}{\sqrt{L^2+R^2}}v}f$、E：$\dfrac{V}{V-v}f$、F：$f$

問題 7 解説

【A】　直線 AP 方向の速度成分を考えると、音源は、速さ v で観測者から遠ざかっている(図 1)。点 A で発せられた音が点 P で観測されるときの振動数を f_A とすると、音源が移動する場合のドップラー効果の式から、

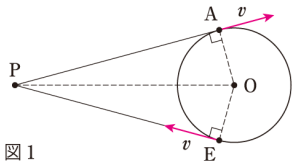


図 1

$$f_A = \frac{V}{V+v_S}f = \frac{V}{V+v}f$$

【E】　直線 EP 方向の速度成分を考えると、点 A の場合と逆に、音源は、速さ v で観測者に近づいている(図 1)。したがって、点 E で発せられた音が点 P で観測されるときの振動数 f_E は、

$$f_E = \frac{V}{V-v}f$$

【B】　直線 BP 方向の速度成分を考える。図 2 のように、∠BPO＝ϕ とすると、音源は速さ $v\cos\phi$ で観測者から遠ざかっている。したがって、点 B で発せられた音が点 P で観測されるときの振動数を f_B とすると、音源が移動する場合のドップラー効果の式から、

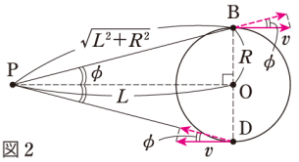


図 2

$$f_B = \frac{V}{V-v_S}f = \frac{V}{V-(-v\cos\emptyset)}f = \frac{V}{V+\dfrac{L}{\sqrt{L^2+R^2}}v}f$$

【D】　直線 DP 方向の速度成分を考える。∠DPO＝ϕ であり、点 B の場合とは逆に、音源は $v\cos\phi$ で観測者に近づいている。したがって、点 D で発せられた音が点 P で観測されるときの振動数 f_D は、

$$f_D = \frac{V}{V-\dfrac{L}{\sqrt{L^2+R^2}}v}f$$

【C・F】　音源と観測者を結ぶ方向の速度成分は 0 なので、ドップラー効果はおこらず、観測者が観測する振動数は、f

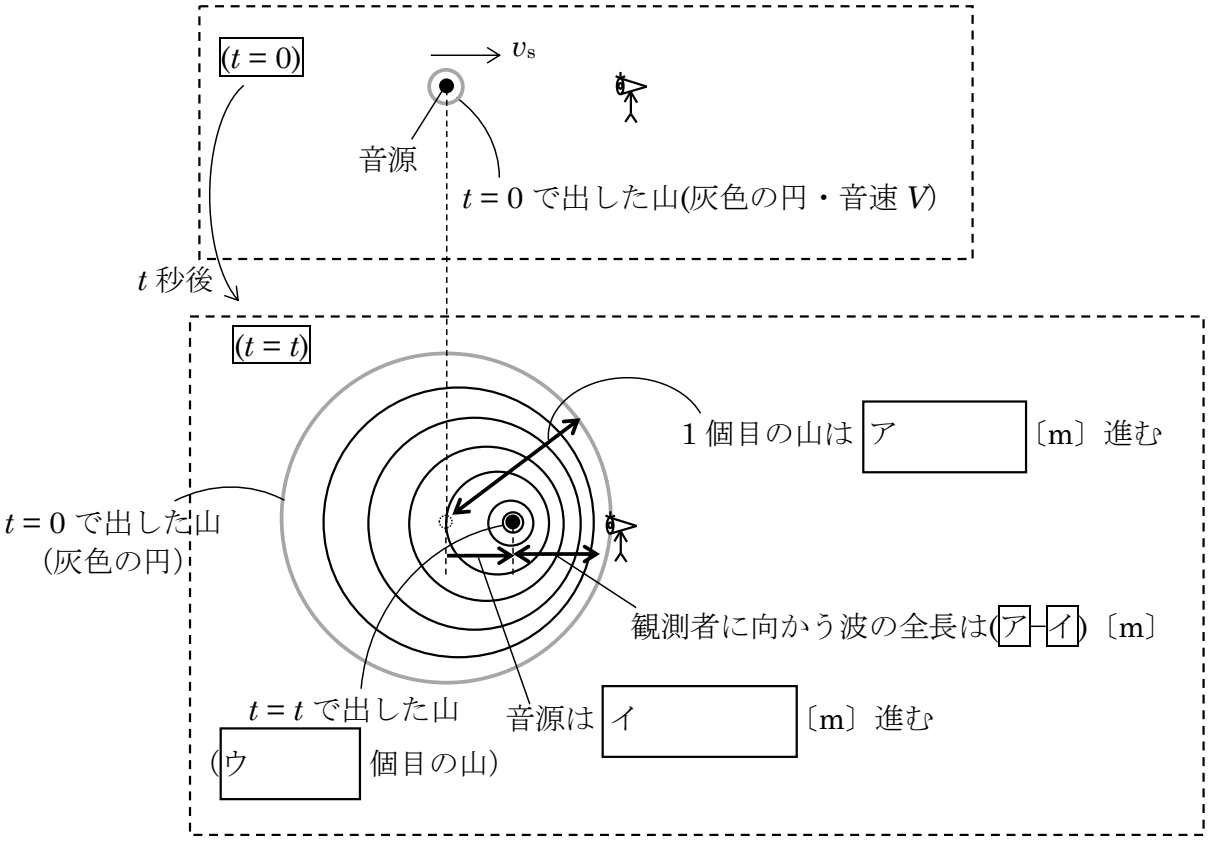
原理の導出の別パターン 発展　教科書とかに載っているのはこちらの方法。これをできるようになるのは高２以降でもよい。

テーマでの原理の導出と別パターンの導出を紹介しておきます。

問題 95 $t = 0$ と任意の時間 $t = t$ を比較して求めるドップラー効果

以下の空欄に入る適切な式を答えよ。

≪音源が v_s で近づく場合≫ $t = 0$ で音源が山を発生させたとする。



ウについて

音源は、振動数 f_0 の音を出しているので、1 秒間に f_0 個の波を出しているといえる。よって、t〔s〕間でだす波の数はウ個といえる。

変化する波長 λ'について

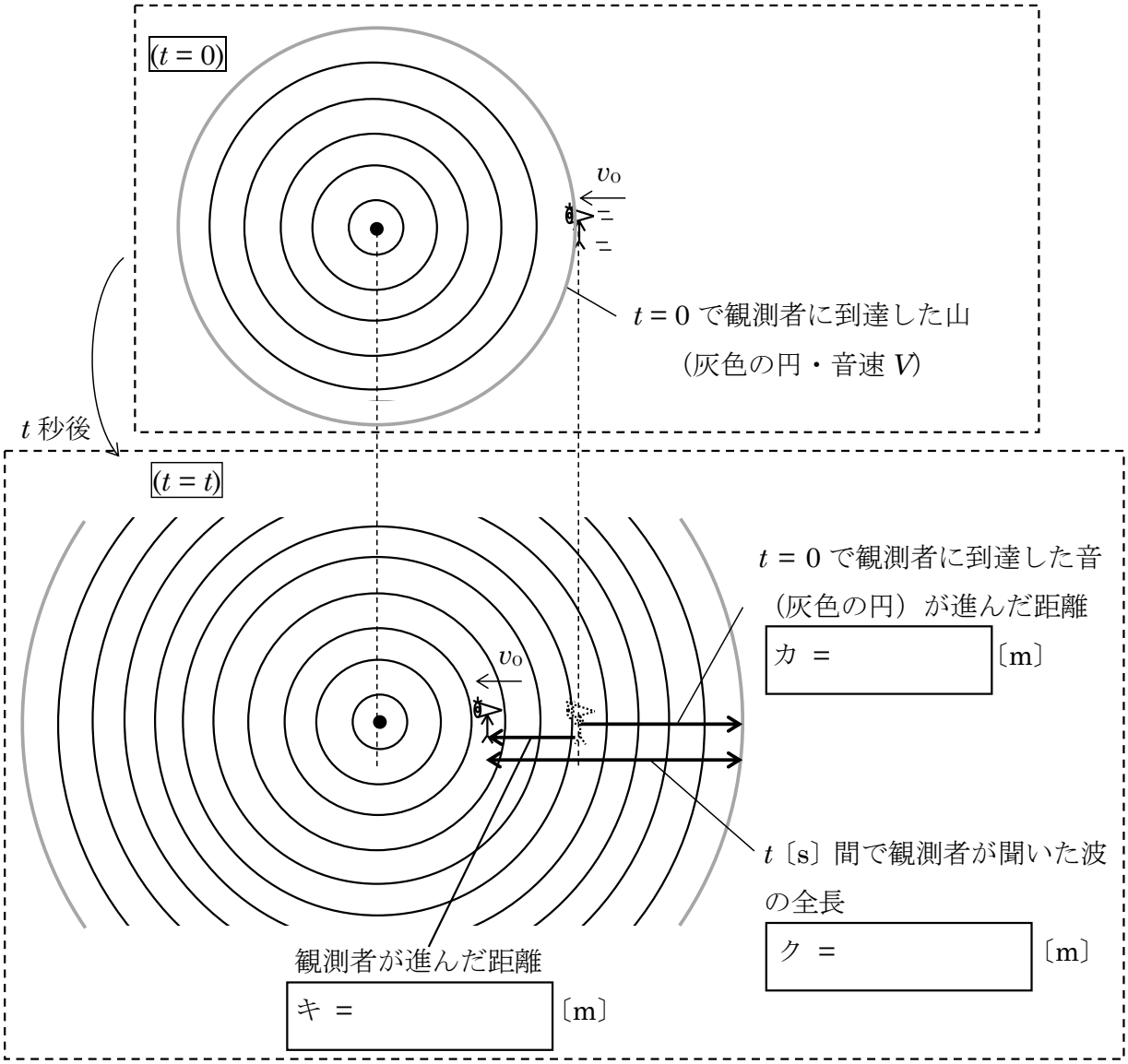
さて、観測者に向かっている波の全長(ア−イ)〔m〕に、全部でウ個の波があるので、1 個分の波の長さは、エ 〔m〕といえる。これが、変化後の波長 λ'といえる。

変化後の音の波長 f'について

波長が λ'に変わった音波を受け取るので、観測者が聞く音の振動数 f'は $v = f\lambda$ より

f' = オ 〔Hz〕

≪観測者が v_o(ブィオー)で近づく場合≫ $t = 0$ で観測者に最初の波が到達したとする。



t〔s〕間で観測者を通過した波の個数を考える。

波長を λ とすると、t〔s〕間で観測者を通過した波の個数は、波の全長が ク〔m〕で、波 1 つあたりが λ_0〔m〕なので ケ　　個　といえる。

観測者が聞く音の振動数について考える。

聞く音の振動数は、1 秒間に通過した波の個数といえるので コ　　〔Hz〕といえる。

$v = f\lambda$ より、$\lambda_0 = \dfrac{V}{f_0}$ といえるので、これを コ に代入すると サ　　〔Hz〕となる。

問題 95 解答　ア： Vt　イ：$v_s t$　ウ：$f_0 t$　エ：$\dfrac{V - v_s}{f_0}$ $\left(= \dfrac{Vt - v_s t}{f_0 t}\right)$　オ：$\dfrac{V}{V - v_s} f_0$

カ： Vt　キ：$v_o t$　ク：$Vt + v_o t$　ケ：$\dfrac{Vt + v_o t}{\lambda_0}$　コ：$\dfrac{V + v_o}{\lambda_0}$ $\left(= \dfrac{Vt - v_o t}{\lambda_0 t}\right)$　サ：$\dfrac{V - v_o}{V} f_0$

ドップラー効果まとめ

ドップラー効果は、内容が多く複雑に見えます。しかし、１つ１つのボリュームが少ない、短い単元がたくさんあるような構造になっています。
ポイントを大まとめに見ずに、以下のように１つずつ区別しながらチェックしていき、整理していきましょう。

□ 音源が動く場合で、変化後の波長を求めることができる。（テーマ２）
□ 音源が動く場合と、観測者が動く場合、どちらも動く場合で、変化後の振動数を原理に従って求めることができる。(テーマ２　テーマ３　テーマ４)
□ 王様が上、の公式で変化後の振動数を出すことができる。(テーマ５)
□ 反射板があるときのドップラー効果を計算できる。(テーマ６)
□ 風があるときのドップラー効果の計算ができる。(テーマ６)
□ 斜め方向の速度をもつときのドップラー効果の計算ができる。テーマ６)

おまけ　ドップラー効果で波長を求める際の裏技
例えば、次のような問題では、変化後の波長が聞かれている。

問題 7　音源が動くドップラー効果

静止している観測者に向かって、自動車が 20 m/s で近づきながら、160 Hz の警笛を 10 s 鳴らした。音速を 340 m/s とする。

(1) 観測者が聞く音の波長はいくらか。
(2) 観測者が聞く音の振動数はいくらか。
(3) 観測者は、自動車の警笛を何 s 間聞くか。

まずは解いてみよう。

問題 7 解説

(1)の波長を出す際は、ドップラー効果の原理に従って作図して計算するのが王道だが、原理がわからず『王様が上』の公式だけわかる、という場合は先に(2)を求めてしまおう。

先に(2) 解説

音源が近づいているので、v_sは音を高くする効果があり、公式 $f' = f_0 \times \dfrac{V \bigcirc v_o}{V \bigcirc v_s}$ の v_s の符号はマイナスであるとわかる（v_oは 0 である）。よって、

$$f' = f_0 \times \frac{V}{V - v_s} = 160 \times \frac{340}{340-20} = \underline{170\ \mathrm{Hz}}$$

次に(1) 解説

観測者が聞いている音の振動数が 170 Hz なので、波の式 $v = f\lambda$ から観測者に届く音の波長を計算すると、

$$\lambda' = \frac{v}{f'} = \frac{340}{170} = \underline{2.0\ \mathrm{m}}$$

このように、原理に自信がなくても解ける。（邪道である。）

しかし！！ここに引っ掛けトラップがある！！

この邪道の解き方で注意が必要なのが、観測者も動いている場合である。

仮に、観測者も 20 m/s で近づいているときに、邪道の解き方をしてしまうと、次のようになる。

$$f' = f_0 \times \frac{V + v_o}{V - v_s} = 160 \times \frac{340+20}{340-20} = 180\ \mathrm{Hz}$$

$$\lambda' = \frac{v}{f'} = \frac{340}{180} = 1.88\cdots = \underline{1.9\ \mathrm{m}}$$

しかし、これは誤り！！

観測者の動き v_oは音の波長の変化に関わらないので、観測者が動いても、変化後の波長は元の問題の計算結果と同じ 2.0 m になる！！（音源だけが動いているときと一緒）

邪道を使う際は、観測者が動いていても v_oを 0 として f'を出し、そこから λ を逆算する。というのがポイントである。

おまけのおまけ(3) 解説

(3)は、セミナーの解説では波の個数を数えるような解法になっている。『振動数が f_0』というのは、『1 秒間に f_0 個の波を出している』という意味であり、

(音源が出す音の波の個数) = (観測者が聞く音の波の個数)　　という立式をする。よって

$$f_0 t = f' t'$$

$$160 \times 10 = 170 \times t'$$

となる。