§ 波動　光波

テーマ 1　光の要素

☆ 光の速度 c（光速は小文字 c で示す）

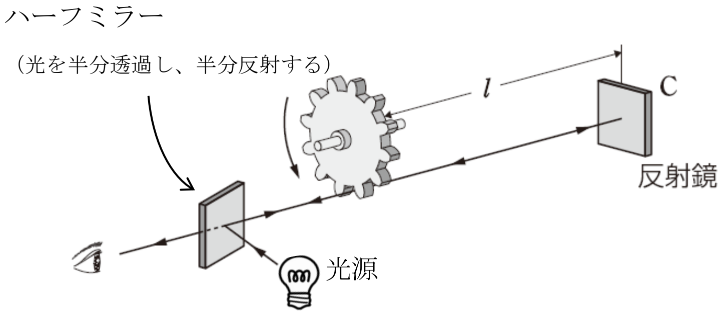
光の速度は真空中で『秒速 30 万キロメートル(3.00×10^{8} m/s)』←暗記しよう。

（水中などでは遅くなる。空気中でも少し遅くなるが真空中と同じ秒速 30 万 km としてよい。）

≪光の速度の測定実験　〜フィゾーの実験〜≫

歯車の隙間に光を通し、ストップウォッチでは測定不能なほどの短い時間間隔を作り出し、光の速度を測定した。

≪実験装置≫



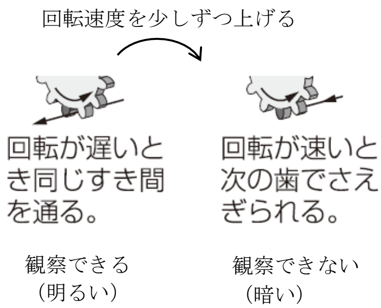
ハーフミラーを通し、左図の目の位置で光が到達するかを観察する。

≪実験の原理≫

最初に歯車の隙間を通った光が、反射鏡 C にあたり反射し戻ってくる。このとき、歯車が止まっていれば通った隙間と同じ隙間を通り、目に光が届く。

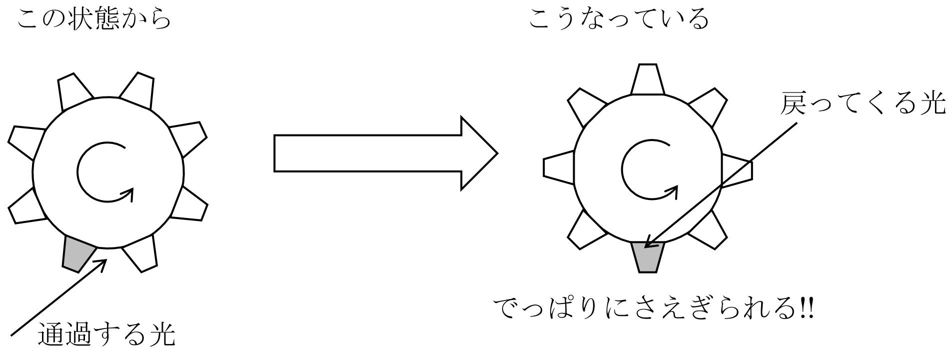
そこから歯車の回転速度を上げていくと、最初に隙間を通った光が反射鏡 C から戻ってくるタイミングで、歯車のでっぱりが光をさえぎるようになる。そうなると目に光が届かなくなる。光が届かなくなるときの回転速度を測定して、光の速度を計算する。

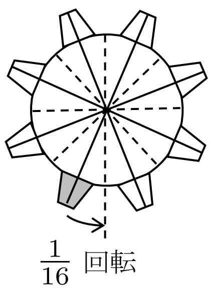
（さらに歯車の回転速度を上げていくと、反射鏡 C から戻ってくるタイミングで、次の隙間を通るようなタイミングに変わる。そうなると目に光が届くようになる。）



≪歯車の回転と時間≫

歯車が停止しているところから、だんだんと回転速度を上げていき、光が到達できなくなったとき、歯車がどれだけ回転しているかというと、





歯車の数を N とすると、$\dfrac{1}{2N}$ 回転しているといえる。

なぜ$\dfrac{1}{2N}$？となる人は左図のように具体的に歯車を書いてみよう。

歯車の数が 8 個だと、もともと隙間だった場所にでっぱりが来るために$\dfrac{1}{16}$回転しているとわかる。

ここで、歯車が一周にかかる時間を T とすれば、$\dfrac{1}{2N}$ 回転には、$\dfrac{T}{2N}$〔秒〕かかるといえる。

≪光の速度の計算≫

まずは、光が見えなくなるように歯車の回転速度を調整し、そのときの T を測定する。すると、光が歯車の隙間を通ってから、反射鏡 C にあたり、再び歯車の場所まで戻ってくるまでに$\dfrac{T}{2N}$秒かかっているといえる。その間に光が進んだ距離は $2l$ なので、光の速度は、

$c = 2l \div \dfrac{T}{2N} = \dfrac{4lN}{T}$ と計算できるのだ。

問題 1 フィゾーの実験

フィゾーが実際に行った実験では、回転速度を上げていき、光が初めて観察できなくなるような条件は、反射鏡までの距離 $l = 8633$ m、歯車の数 $N = 720$ 個、歯車の回転数 n（1 秒で回転する回数）$= 12.6$ 回/s、という値であった。この結果から光速を計算したい。

(1) 歯車が 1 周するのにかかる時間 T を n を使って表せ。

(2) 光速 c を l、N、T を用いて表せ。（なるべく自分で 0 から導出しましょう。）

(3) 光速 c は何 m/s か。(立式までで OK、計算は家で電卓を使おう)

問題１ 解答　(1) $T = \dfrac{1}{n}$ (2) $c = \dfrac{4lN}{T}$（n を用いて表すと $c = 4lNn$）(3) $c = 3.13 \times 10^8$ m/s

問題１ 解説

(1) 回転数 n と１周にかかる時間 T の関係は $T = \dfrac{1}{n}$ となる。(振動数 f と周期 T の関係と同じ)

以下のように具体的に数値を入れて考えると、この式に納得できる。

$n = 2$ の場合は、1 s に 2 回転　→ 1 回転には、0.50 s = ($\dfrac{1}{2}$ s)

$n = 4$ の場合は、1 s に 4 回転　→ 1 回転には、0.25 s = ($\dfrac{1}{4}$ s)

$n = n$ の場合は、1 s に n 回転　→ 1 回転には、$\dfrac{1}{n}$〔s〕

(2) 前ページの導出と同様に考えて、$c = \dfrac{4lN}{T}$

(3) 前問(2)の $c = \dfrac{4lN}{T}$ に、(1)の $T = \dfrac{1}{n}$ を代入し、$c = 4lNn$

これに具体的な値を代入して、

$c = 4lNn = 4 \times 8633 \times 720 \times 12.6 = 313274304 \fallingdotseq 3.13 \times 10^8$ m/s

これは、現在測定されている光速にかなり近く、精度の高い結果であるといえる。

☆ 波長と色

光の色は、光の波長によって変わってくる。また、光速は c で共通なので、振動数の関係も書き出せる。さらに、屈折のしやすさも色によって変わってくるのでついでにまとめよう。

暗記

長い ←――― 波長 λ が ―――→ 短い

赤外線　$\underbrace{\text{赤　橙　黄　緑　青　藍　紫}}_{\text{可視光}}$　紫外線

小 ←――― 振動数 f ―――→ 大

しにくい ←――― 屈折 ―――→ しやすい

真空中の光速 c は色によらず一定

c が一定なので波長 λ の大小関係から $v = f\lambda$ で振動数 f の大小関係がわかる

暗記の手助け

≪色≫

紫外線と赤外線、肌に悪いのは紫外線

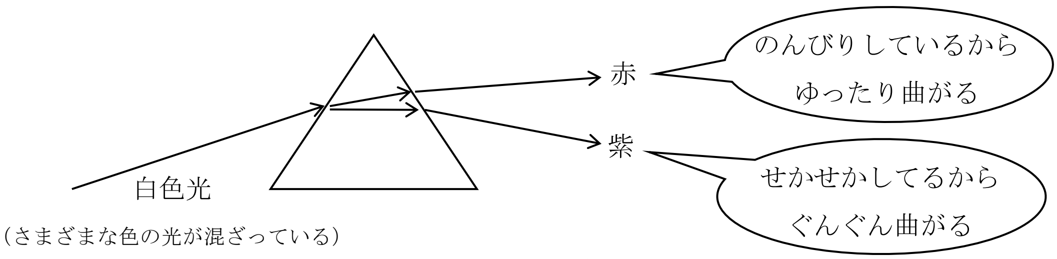
連想して→　紫外線の方がエネルギー大きい

一方で、波長が長い波と短い波を比べると、

⇒うりゃーっとしてる短い波長の方がエネルギーが高そう!!

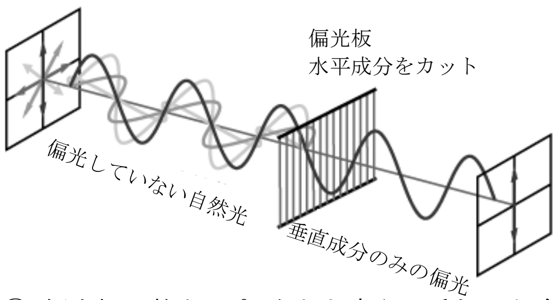
⇒よって、紫のほうが波長が短いと関連づけられる。

≪屈折≫ 色のときと同様に『のんびり』と『うりゃー（せかせか)』のイメージで



ちなみに、色がわかれることを、光の分散という

☆ 偏光



光は、特定の方向に振動している波である。偏光板を通すと､特定の方向成分のみの光が透過する。（その他の成分の光が偏光板が吸収している、が正確。）この特定成分のみの光を偏光という。以下のような現象が有名。

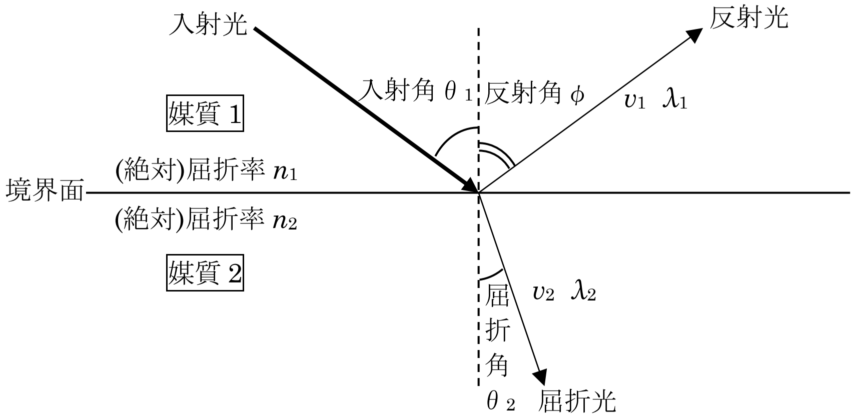
① 偏光板２枚を90°向きを変えて重ねると全ての光をカットして、黒くなる。

② 反射光は偏光した光なので、偏光板１枚で反射光をカットできる。釣り人は水面が光るのを防ぐために、偏光板入りメガネをかけたりする。

③ 偏光板３枚を45°ずつ向きを変えて重ねると、１枚目と３枚目で90°ずれるけれど、真っ黒にならない。(2枚目で斜めの成分の偏光ができて､3枚目を通過する光ができる。)

テーマ2 光の反射・屈折

光は反射、屈折などの現象を起こす。これは波の性質であり、音波や水面波でも起こる。



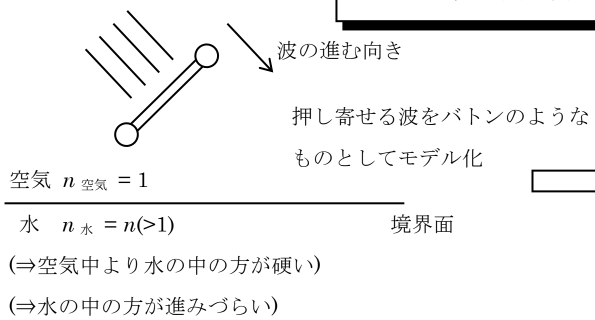
ポイント

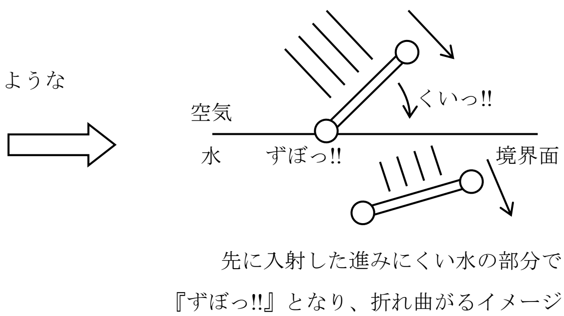
① 異なる媒質の境界面では、反射や屈折が同時に起こる。
(入射した光は、反射光と屈折光に分かれて進む。)

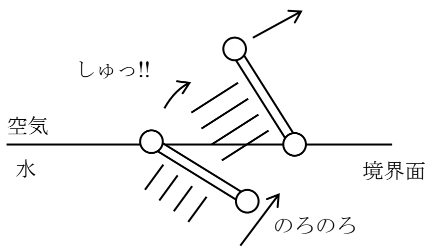
② ここで、「**入射角 θ_1 ＝ 反射角 ϕ (ファイ)**　となる。これを『反射の法則』という。

③ 媒質ごとの光の曲がりやすさの指標として**絶対屈折率 n** がある。これを単に**屈折率**ということもある。同じ媒質でも光の色（波長）によってわずかに違い、色ごとに曲がり方が変わる。(赤色が曲がりにくく、紫が曲がりやすい)

Point 絶対屈折率は、媒質の硬さとイメージしよう。







先に空気にでた部分が『しゅっ!!』となり、
折れ曲がるイメージ

屈折は各媒質での速度の違いが原因で起こる

≪屈折の法則≫

絶対屈折率 n_1、n_2 と、屈折の関係は以下のように示すことができる。

屈折の法則（オススメしない形式）

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{v_1}{v_2}=\frac{n_2}{n_1}\quad(=n_{12})$$

振動数 f は、屈折の前後で変化しない。

＊n_{12} は相対屈折率という値で『媒質 1 に対する媒質 2 の（相対）屈折率』と表現する。

一方、絶対屈折率は『媒質 1 の（絶対）屈折率』と表現する。

屈折率には 2 種類あり、単に『屈折率』といったときは、絶対屈折率を指すのだ。

屈折の法則の公式に関しては原理的な理解よりも暗記の要素が強い。丸暗記してしまおう。

しかし、**分数での暗記は分子と分母を逆にするミスが多発**するので、下の形がおすすめ

屈折の法則（オススメの形式）

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

$$n_1 v_1 = n_2 v_2$$

$$n_1 \lambda_1 = n_2 \lambda_2$$

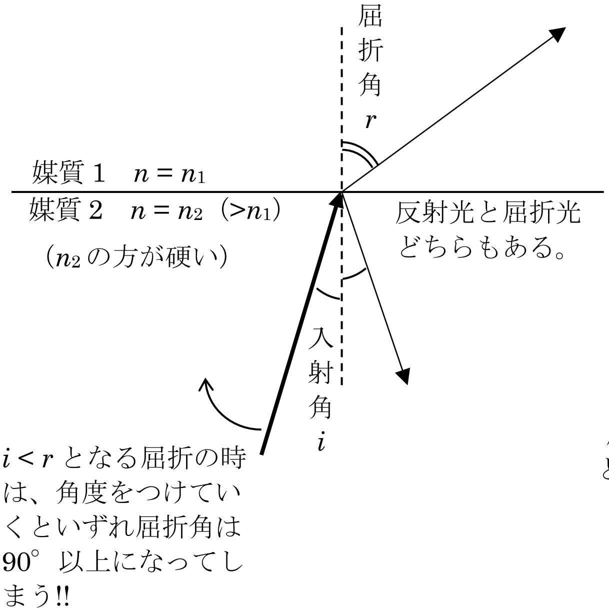
n_1 ×(媒質 1 のパラメータ) ＝ n_2 ×(媒質 2 のパラメータ)

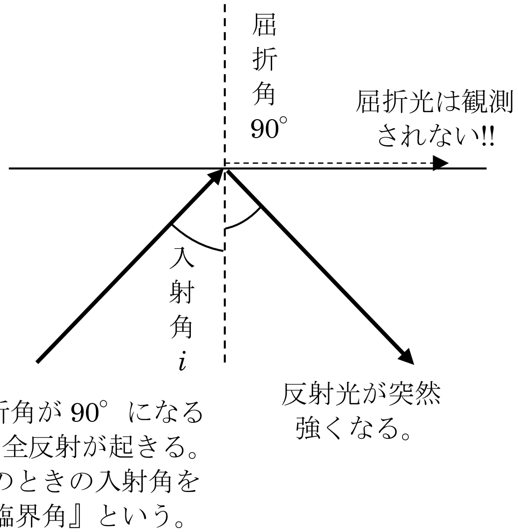
という形で分数にしないで覚えよう。

これらを書き出した後に、$\frac{v_1}{v_2}=\frac{n_2}{n_1}=n_{12}$ などに変形、書き足しをして、相対屈折率の式も組み立てよう。

≪全反射≫

屈折角が 90° 以上になるようなとき、屈折光はなくなり、入射光の 100 パーセントが反射する。これを全反射という。





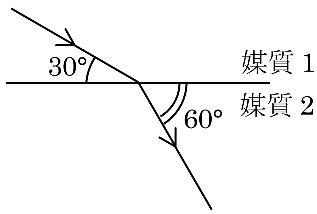
問題 2　屈折の法則

図は媒質 1 から媒質 2 へ波が入射し、境界面で屈折したようすを示している。

(1) 入射角 θ_1、屈折角 θ_2 はいくらか。

(2) 媒質 1 中の波の速さを v_1 とすると、媒質 2 中の波の速さはいくらか。

(3) 媒質 1 中の波の振動数が 20 Hz だとすると、媒質 2 中の波の振動数はいくらか。



問題 3 やや難 屈折の法則

水面上に厚さ一定の平らなガラス板が置かれている。水の屈折率を $\dfrac{4}{3}$ 、ガラスの屈折率を $\dfrac{3}{2}$ として、次の問いに答えよ。答えは分数のままでよい。

(1) 水に対するガラスの屈折率はいくらか。

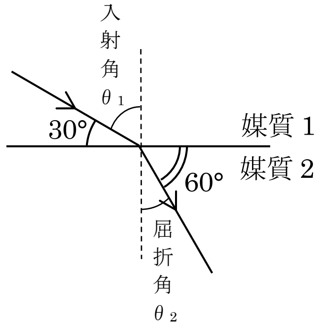
(2) ガラスから空気中に光が進むときの臨界角を θ_C とすると、$\sin\theta_C$ の値はいくらか。

(3) 水中からガラス板に入射する際の入射角を θ_3 とする。光が空気中へ透過できる $\sin\theta_3$ の値の範囲はいくらか。

(水面上にガラス板が置かれている作図をしましょう。)

問題２ 解答　(1) 入射角 $\theta_1 = 60^\circ$　屈折角 $\theta_2 = 30^\circ$　(2) $\frac{1}{\sqrt{3}}v_1$　(3) 20 Hz

問題２ 解説



(1) 入射角、反射角は、境界面の法線からの角度であることに注意する。図で示すと右のようになる。

よって入射角 $\theta_1 = 60^\circ$　屈折角 $\theta_2 = 30^\circ$

(2) 媒質 1、媒質 2 の屈折率を n_1、n_2 とおいて、屈折の法則の公式を立式してみる。

角度について

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

変形して $\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$　・・・①

速さについて

$$n_1 v_1 = n_2 v_2$$

変形して $\frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1}$　・・・②

①式、②式を連立して

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$$

$$v_2 = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}v_1 = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 60^\circ}v_1 = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}v_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}v_1$$

(3) 振動数 f は屈折では変化しないので、20 Hz のままである。

問題３ 解答　(1) $\frac{9}{8}$　(2) $\sin\theta_C = \frac{2}{3}$　(3) $0 \leqq \sin\theta_3 < \frac{3}{4}$

問題３ 解説

(1) 『水に対するガラスの屈折率』というのは相対屈折率のことを聞かれている。しかし、$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$ の覚え方だと、相対屈折率がどういう式だったか迷うかもしれない。

屈折の法則の式を変形して $\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1}$ という形にしてこれに $= n_{12}$ を付け足す練習をして乗り越えよう。(n_{12} と書いたら、媒質 1 に対する媒質 2 の屈折率のことをいう)

＊ 絶対屈折率の定義を覚えてもこの公式を導ける。絶対屈折率の定義は『真空に対する相対屈折率のこと』である。例えば、真空に対する媒質 2 の相対屈折率 $n_{(真空)2}$ は、$n_{(真空)2} = \frac{n_2}{n_{(真空)}}$ と書けて、$n_{(真空)}$ に 1 を代入した時、$n_{(真空)2} = n_2$ となり絶対屈折率の形になる。間違えて分数を逆にしていると、$\frac{n_{(真空)}}{n_2} \Rightarrow \frac{1}{n_2}$ となり、絶対屈折率の定義と違うので誤りだとわかるのだ。

問題3 解説　(1)続き

水に対するガラスの屈折率は、$n_{水ガラス}$とかけて、

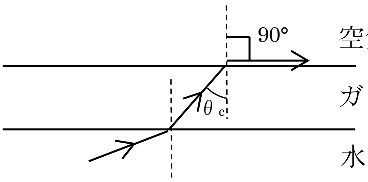
$$n_{水ガラス} = \frac{n_{ガラス}}{n_{水}}$$ とかける。

代入して、

$$n_{水ガラス} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{3}} = \frac{9}{8}$$

(2) 臨界角は、屈折角が 90° になっている際の、入射角である。

これを考えつつ、問題の設定自体の理解をするため、全体の作図をしてみる。



左図のように、水→ガラス→空気と進み2回屈折する。水よりもガラスの方が、屈折率が高いので、左図のように折れ曲がることがわかる。

ガラス→空気の屈折に注目して、屈折の法則の式を立てると、

$n_2 \sin\theta_c = n_1 \sin 90°$

値を代入して $\sin\theta_c$ について解くと、

$$\frac{3}{2} \times \sin\theta_c = 1 \times 1$$

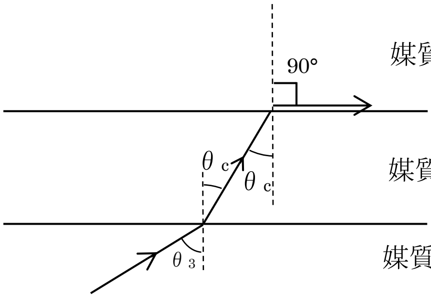
$\sin\theta_c = \frac{2}{3}$　となる。

(3) 範囲を聞かれたときは、次の方針で考えると、少し楽に取り組める。

STEP① 境目になるギリギリの状況を作図し、聞かれている物理量を求める。
STEP② 指定された値がどのように変化すると条件を満たさなくなるか考えて不等号を決める。

実際に、この手順で解いてみる。

$\boxed{\text{STEP①}}$ ギリギリ全反射してしまうときを考える。
全体の図を大きく書くと以下のようになり、錯角により、水→ガラスでの屈折角が θ_c と書ける。



媒質 1（空気 $n_1 = 1$）

媒質 2（ガラス $n_2 = \frac{3}{2}$ ）

媒質 3（水 $n_3 = \frac{4}{3}$ ）

上図の文字を使って、屈折の法則による式を立てると、

$\boxed{\text{水→ガラス}}$

$n_3 \sin\theta_3 = n_2 \sin\theta_c$

値を入れると、

$\frac{4}{3} \sin\theta_3 = \frac{3}{2} \sin\theta_c$ ・・・(i)式

$\boxed{\text{ガラス→空気}}$

$n_2 \sin\theta_c = n_1 \sin 90^\circ$ ((2)と同じ式)

値を入れて整理すると、

$\sin\theta_c = \frac{2}{3}$ ・・・(ii)式 （＊(2)の答え）

(ii)式を(i)式に代入して、

$\frac{4}{3} \sin\theta_3 = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3}$

$\sin\theta_3$ について解いて $\sin\theta_3 = \frac{3}{4}$

この計算により、ギリギリ全反射するときの角度を θ_3 とすると、$\sin\theta_3 = \frac{3}{4}$ となることがわかった。

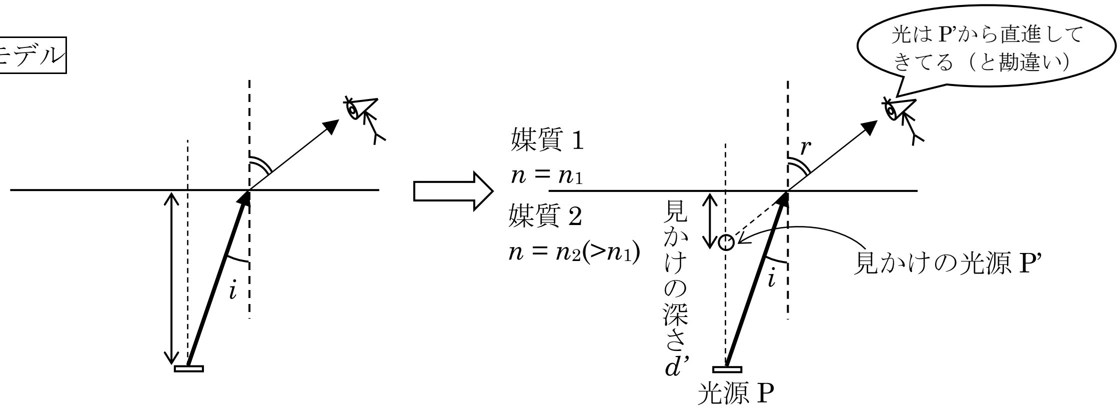
$\boxed{\text{STEP②}}$ 次に、このときの θ_3 がどのようになると、全反射しなくなるかを考える。
θ_3 が大きくなると、より平行な向きで入射するので、より全反射を起こしやすいと考えられる。逆に、θ_3 が小さくなると、より垂直な向きで入射し、全反射はしづらい（空気中に透過する）と考えられる。
よって、求めた θ_3 を境に、より小さくなれば、今回の問題の条件（透過する）を満たすことになる。
$\sin\theta_3 = \frac{3}{4}$ のときがギリギリ全反射を起こしてしまい、θ が小さくなると $\sin\theta$ も小さくなることから、$\sin\theta_3 < \frac{3}{4}$ が今回の問題の条件となる。また、θ_3 が 0° でも光は空気中に抜けていくので、条件式は、

$0 \leqq \sin\theta_3 < \frac{3}{4}$ とまとめられる。

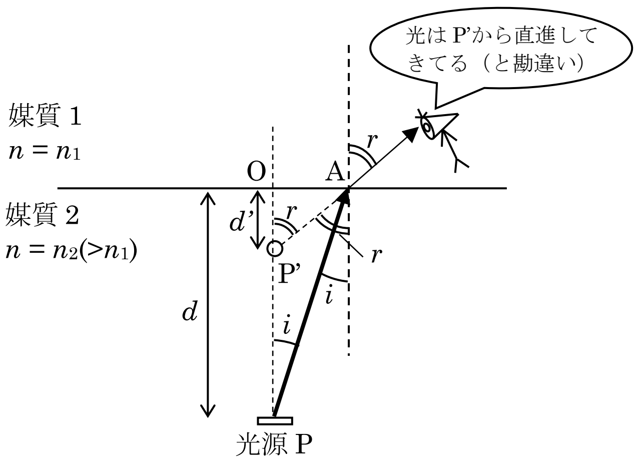
テーマ3 見かけの深さ

屈折光を観察したとき、人は、光が直進してきていると錯覚する。すると、本来の光源の位置からずれた場所に光源があると感じてしまう。

モデル



d'を求めてみる



STEP①

左図のように角度を移動する。

STEP②

△POAと△P'OAについて、

OAの部分の辺が共通であることに注目して立式する。

△POAについて	△P'OAについて
$\overline{\mathrm{OA}} = d\tan i$	$\overline{\mathrm{OA}} = d'\tan r$

STEP③

立てた式を連立してd'について解く

$d\tan i = d'\tan r$

$$d' = \frac{\tan i}{\tan r}\,d$$

Point 光波でよく出る手法

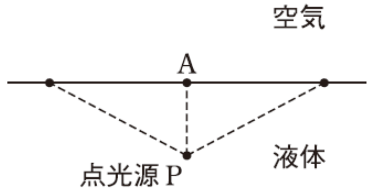
角度と長さの関係を立式するために、**２つの三角形の共通の辺を利用**する。

解き方に困ったら、この手法かもしれない、と考えてみよう。

問題4 見かけの深さ

次の文中の□を正しく埋めよ。

図のように、屈折率 n の液体中、深さ d〔m〕の位置に点光源 P がある。この点光源からの光(真空中での波長 λ〔m〕、振動数 f〔Hz〕)を境界面のすぐ上の空気中で観測する。



(1) 液体中でのこの光の速さは［ア］〔m/s〕である。

(2) 点光源真上の地点 A から見たときの点光源のみかけの深さは［イ］〔m〕である。ただし、角 θ が非常に小さい場合、$\sin\theta \fallingdotseq \tan\theta$ と近似してよい。

(3) この点光源からの光が空気中に出ないようにするには、最小半径［ウ］〔m〕の円板を液面上に置かなければならない。

問題4 解答　(ア) $\dfrac{f\lambda}{n}$　(イ) $\dfrac{d}{n}$　(ウ) $\dfrac{d}{\sqrt{n^2-1}}$

問題4 解説

(1) 波の式より、$c = f\lambda$　・・・①

これは、空気中での光の速度である。液体中に入った後の速度を v とすると、

屈折の法則 $n_1 v_1 = n_2 v_2$ より

$1 \times c = n \times v$

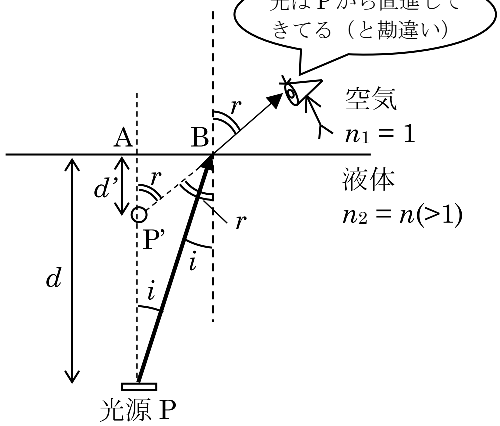
v について解いて

$v = \frac{c}{n}$

①式 $c = f\lambda$ を代入して、

$v = \frac{f\lambda}{n}$

(2) 入射角を i、屈折角を r、見かけの深さを d'として、右図のような作図をする。△PAB と△P'AB について、AB の部分の辺が共通であることに注目して立式する。



△PAB について　　△P'AB について

OA = $d \tan i$　　OA = $d' \tan r$

立てた式を連立して d'について解く

$d \tan i = d' \tan r$

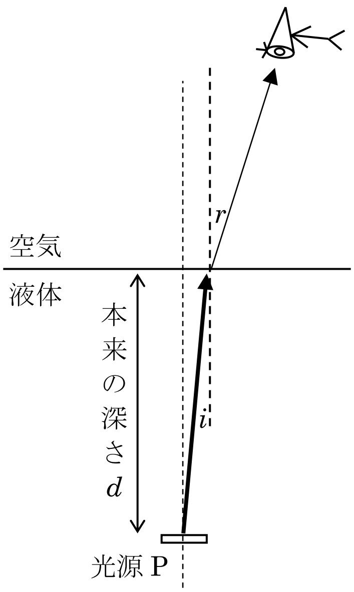
$$d' = \frac{\tan i}{\tan r}\, d$$

問題 4 (2) 解説続き

先ほどの式の i と r は自分で設定した文字なので、解答に使えない。

ここで、$\sin\theta \fallingdotseq \tan\theta$ という近似を行う。

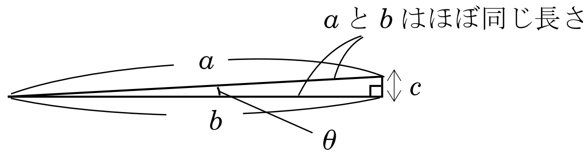
重要　sins $\theta \fallingdotseq \tan\theta$ の近似について



左図のようにほぼ真上から観察すると、

i や r がほぼ 0 になる

これが重要で、下図のように角度がほぼ 0 の角の三角比を考えると、a と b は、ほぼ同じ長さといえて、$a \fallingdotseq b$ といえるのだ。このように『だいたい一緒なものを一緒として考える』ことを『近似する』という。



ここで三角比を考えると、$\sin\theta = \frac{c}{a}$、$\tan\theta = \frac{c}{b}$ となり、

$a \fallingdotseq b$ なので、

$\sin\theta = \frac{c}{a} \fallingdotseq \frac{c}{b} = \tan\theta$ となり、

$\sin\theta \fallingdotseq \tan\theta$ となる。この近似は、問題文で与えられないことがあるので、自分で考えられるようにしておきましょう。

θ が非常に小さい場合 $\sin\theta \fallingdotseq \tan\theta$ と近似できる

では、この近似を用いて、$d' = \frac{\tan i}{\tan r}d$ の式から i と r を消去しよう。

$\sin i \fallingdotseq \tan i$ と近似できるので、

$d' = \frac{\tan i}{\tan r}d \fallingdotseq \frac{\sin i}{\sin r}d$（…①）と近似できる。

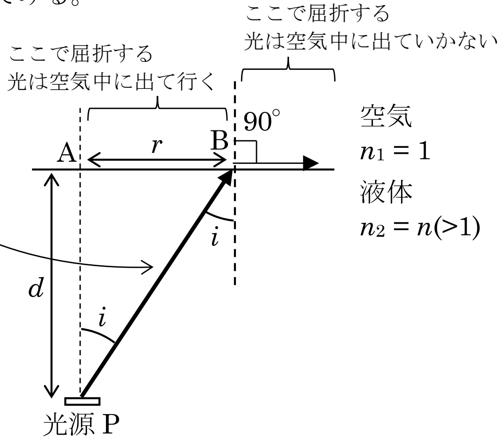
そして、屈折の法則から、$n_1 \sin r = n_2 \sin i$　変形して $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_1}{n_2}$（…②）となる。

①式に②式を代入して、

$d' = \frac{n_1}{n_2}d \fallingdotseq \frac{\sin i}{\sin r}d = \frac{n_1}{n_2}d$ となる。

この問題では、$n_1 = 1$　$n_2 = n$ なので、これを代入して、$d' = \frac{d}{n}$　となる。

(3) この問題は、全反射して、光が空気中に出ていかないシチュエーションを聞かれている。
A点から r までの点までは、全反射が起きず、空気中に光が出てしまうとし、A点から r 離れた点でギリギリ全反射するときの作図をしてみる。



屈折の法則より、

$n_1\sin 90^\circ = n_2 \sin i$

ここで、辺BPが三平方の定理より$\sqrt{r^2+d^2}$

なので $\sin i = \dfrac{r}{\sqrt{r^2+d^2}}$

(i が小さくないので $\sin i \fallingdotseq \tan i = \dfrac{r}{d}$ と近似はできない)

$n_1\sin 90^\circ = n_2\sin i$ に $n_1 = 1$、$\sin 90^\circ = 1$、$n_2 = n$、$\sin i = \dfrac{r}{\sqrt{r^2+d^2}}$ を代入し、

$1\times 1 = n \times \dfrac{r}{\sqrt{r^2+d^2}}$

整理して r について解く

$1 = \dfrac{nr}{\sqrt{r^2+d^2}}$

$\sqrt{r^2+d^2} = nr$

両辺を2乗してルートをとる

$r^2 + d^2 = n^2 r^2$

未知数の r を集める

$n^2r^2 - r^2 = d^2$

未知数の r でくくる

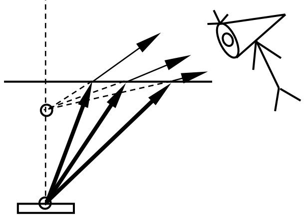
$r^2(n^2-1) = d^2$

$$r^2 = \frac{d^2}{(n^2-1)}$$

$$r = \sqrt{\frac{d^2}{(n^2-1)}} = \frac{d}{\sqrt{(n^2-1)}}$$

$\boxed{\text{読み物}}$ 見かけの光源はなぜ元の光源の真上なのか？

光のコースを1本だけ書くと、見かけの光源の位置は、屈折光の延長線上ならどこでもよさそうである。なぜ、見かけの光源は、実際の光源の真上に作図するのだろう。



よくある作図だと光線を1本しか書かないが、実際は何本も出ていて、目にも複数の光線が入る。その複数の光線が作る見かけの光源を考えると、元の光源のちょうど真上にくるのだ。片目で見ると名に入る光線が少なくなるため、光源の真上という判断ができず、遠近感がない見え方になる。

テーマ 3　ホイヘンスの原理

オランダのホイヘンス(1629~1695)は、波面、素元波という考え方を提唱した。

Point 波面と素元波

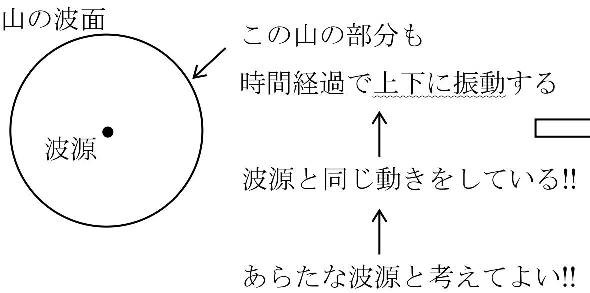
ポイント①　波の『進む向き』は、『波面』と 90°になる。

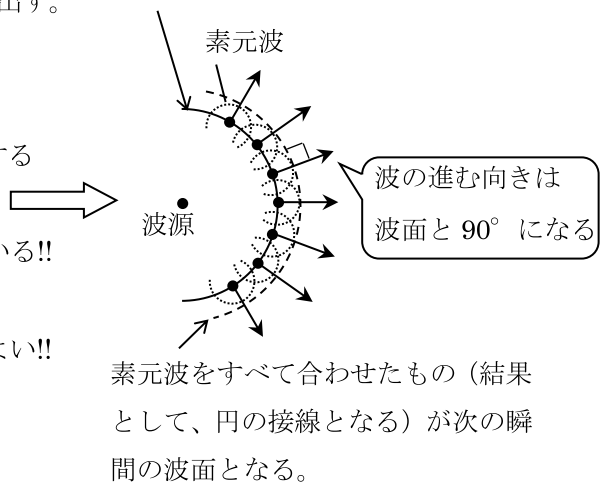
ポイント②　波が伝わり振動している媒質は、波源と同様に振動しているので、あらたな波源となっている。そのあらたな波源からでる波を素元波とよぶ。

モデル　球面波

点波源から球面波を発生させる。

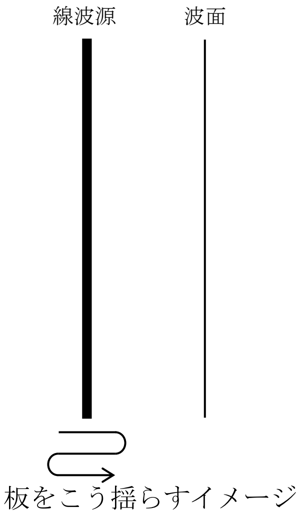
波源は上下に振動し、波を送り出す。





モデル　平面波　線波源(板を振動させるイメージ)で平面波を発生させる。

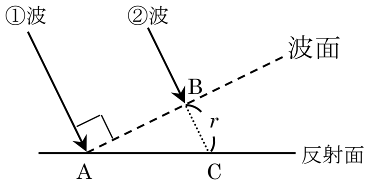
波面からでる素元波を作図してみよう。そして、波の進む向きも作図しよう。



『波の進む向き』は『波面』と 90°になっていることに注目

≪ホイヘンスの原理を使った、反射の法則の証明≫

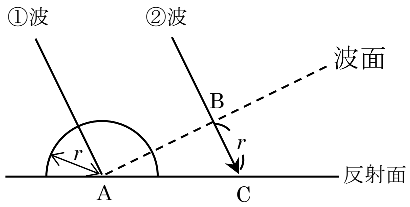
STEP①　反射後の波面をかく。



①波と②波が矢印の向きに進み、点線の波面を作っている。このとき、波の進む向きは波面に垂直になる。

①波が反射面で反射したとき、まだ②波は B の位置にいる。B 点から C 点までの距離を r とする。

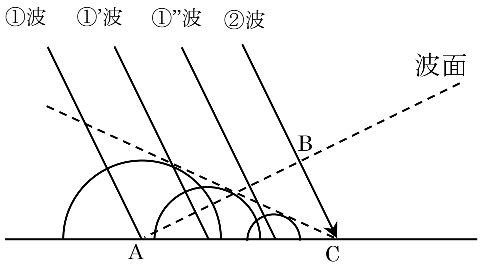
⇩ ②波が反射面に到達するまで時間経過



同じ媒質内を波が進んでいるので、①波と②波の速さは同じである。よって、②波が C 点で反射する時刻では、波①は r だけ進んでいるはずである。

このとき、進む方向が不明だとすると、点 A を中心に r の円を書いた円周上のどこかが、①波の進んだ位置と考えることができる。

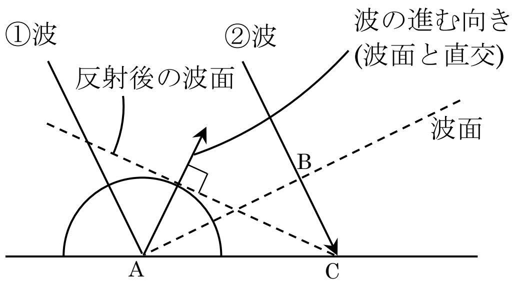
（この表現は正確ではなく、点 A にできる新たな波源から素元波がでていて、それが半径 r まで広がっている。というのがホイヘンスの原理に忠実な説明。でも、こういった方がイメージしやすいのでこう書いている。）



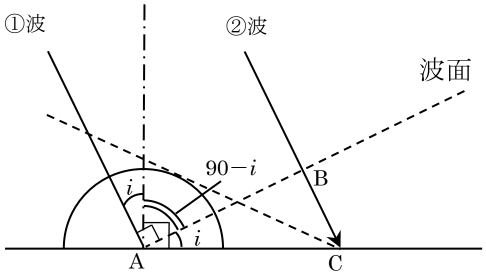
①波と②波の間にある①'波や、①"波も同じように考えるとそれぞれの円をかける。
これらの円に接する線を引くと、②波が C 点に到達した時刻の反射後の波面を描くことができる。

(素元波の接線が次の波面)

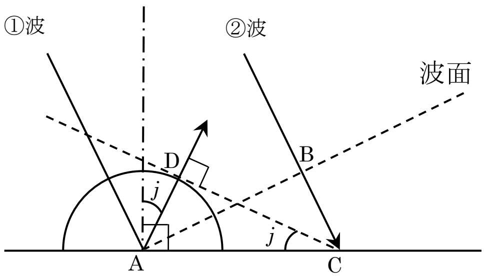
⇩ 反射後の『波の進む向き』を書くと



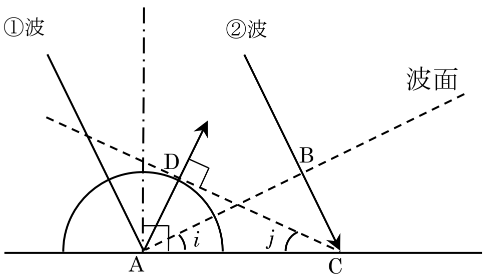
STEP②　角度の検証



入射角をiとすると、波の進む向きに垂直に、波面があることから、∠BAC = iとなる



反射角をjとする。
すると、∠DAC = (90－j)　∠ADC = 90°
よって∠DCA = jとわかる。



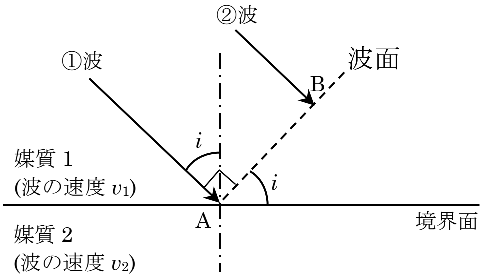
②波がB→Cまで進む間に、①波が進む距離が、A→Dの距離なので、BC、ADの長さは同じである。これをrとする。

ここで△ABC と△CDAを比べるとAD=BC、ACは共通の辺ということで2辺の長さが等しく、直角三角形なので三平方の定理より残りの辺も等しい(BA = DC)といえ、3辺の長さが等しいことから合同だということがわかる。
よって
∠BAC = ∠DCA
　　　$i = j$　となる。
これにより、
$\boxed{\text{反射の法則 入射角 } i = \text{ 反射角 } j}$ が説明できる。
作図法をと角度の検証方法を理解しておこう。

≪ホイヘンスの原理を使った、屈折の法則の証明≫

『反射の法則の証明』はあまり出題されないが、『屈折の法則の証明、作図』は入試頻出である。必ずマスターしておこう。

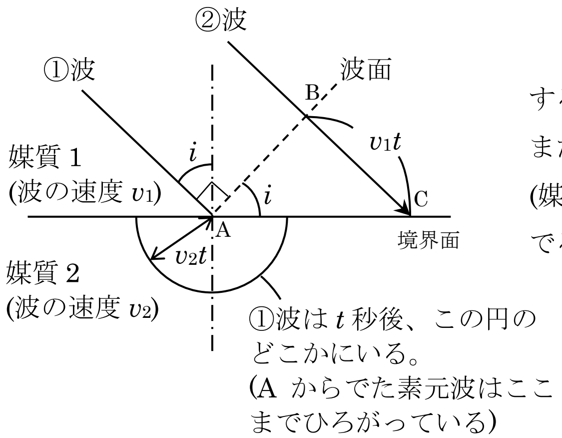
STEP①　屈折後の波面の作図



反射のときと同様に、①波、②波の2つの波を書き、①波が境界面についた時刻から考える。

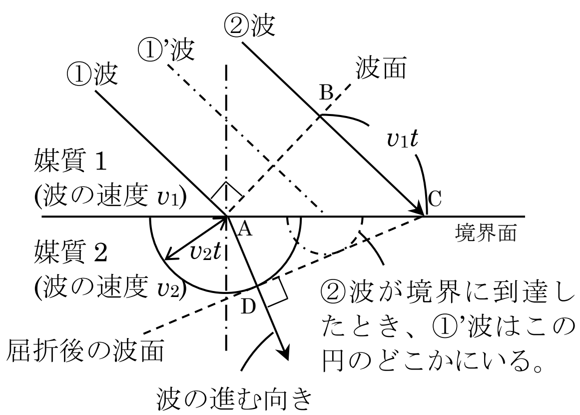
t 秒後

ここで、左の図から②波が境界面まで到達するまでの時間をtと仮定する。



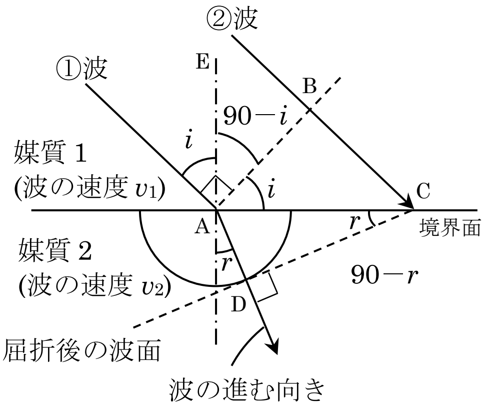
すると、B点から境界面までの長さは、v_1tとなる。また、①波がその間に進む長さは、v_2tとなる。(媒質によって速度が違うので、進む量にも違いがでるのだ。)

①波と②波のちょうど真ん中にある
①’ 波で、素元波の円を作図する



①波と②波の間の①’波も同様に考えると、点線のような素元波を作図できる。これらの円に接するような線が、屈折後の波面になり、波面と垂直に波は進むので、屈折後の波の進む向きも書ける。

STEP② 角度の検証



まずは入射角に注目する。

入射角をi とすると、$\angle EAB = 90 - i$ そして、

法線と境界面のなす角が90°なので、$\angle BAC = i$

といえる。

次に、屈折角r に注目すると、

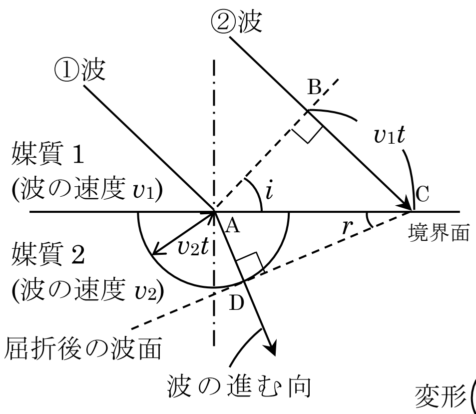
法線と境界面のなす角が90°なので、

$\angle DAC = 90 - r$ そして、

波面と波の進む向きは90°なので $\angle ADC = 90°$

よって、$\angle ACD = r$ といえる。

⇩ 証明に使うところだけ図に書き込むと、このようになる。



ここで、△ABCと、△ADCに注目する。

(2つ図形の共通部分を利用した証明。頻出手法!!)

$AC \sin i = v_1t \longrightarrow AC = \dfrac{v_1 t}{\sin i}$

$AC \sin r = v_2t \longrightarrow AC = \dfrac{v_2 t}{\sin r}$

→ これらは等しい

よって、

$$\frac{v_1 t}{\sin i} = \frac{v_2 t}{\sin r}$$

変形

$$\frac{v_1 t}{v_2 t} = \frac{\sin i}{\sin r} \longrightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin i}{\sin r}$$ (屈折の法則の公式)

これが屈折の法則の証明である。

また、fが不変であることから、$v = f\lambda$ より、

以下のように公式を拡大できる。

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\sin i}{\sin r}$$

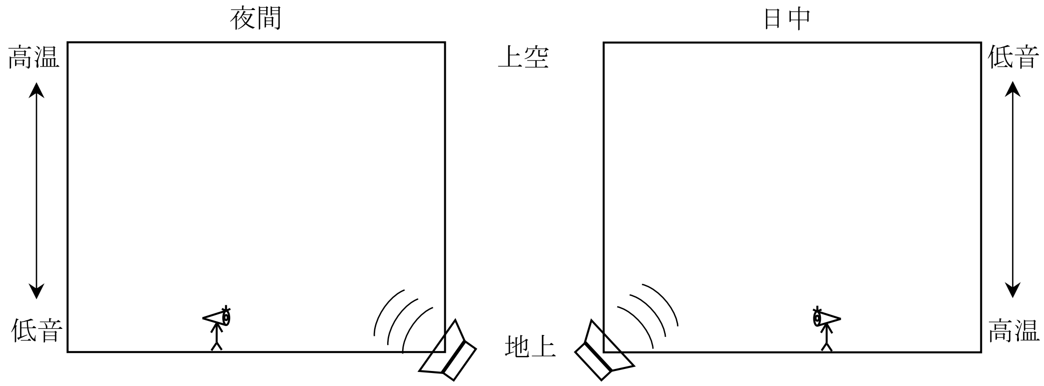
セミナーP175 $\boxed{350\ 351}$

終わったら→ $\boxed{352}$

ConcepTest1 音波の屈折

日中と夜間で、遠くの音の聞こえ方が異なる。これには、屈折が大きく関わっており、日中は、地面付近の温度が高く、夜間は上空の温度が高いことが要因となっている。

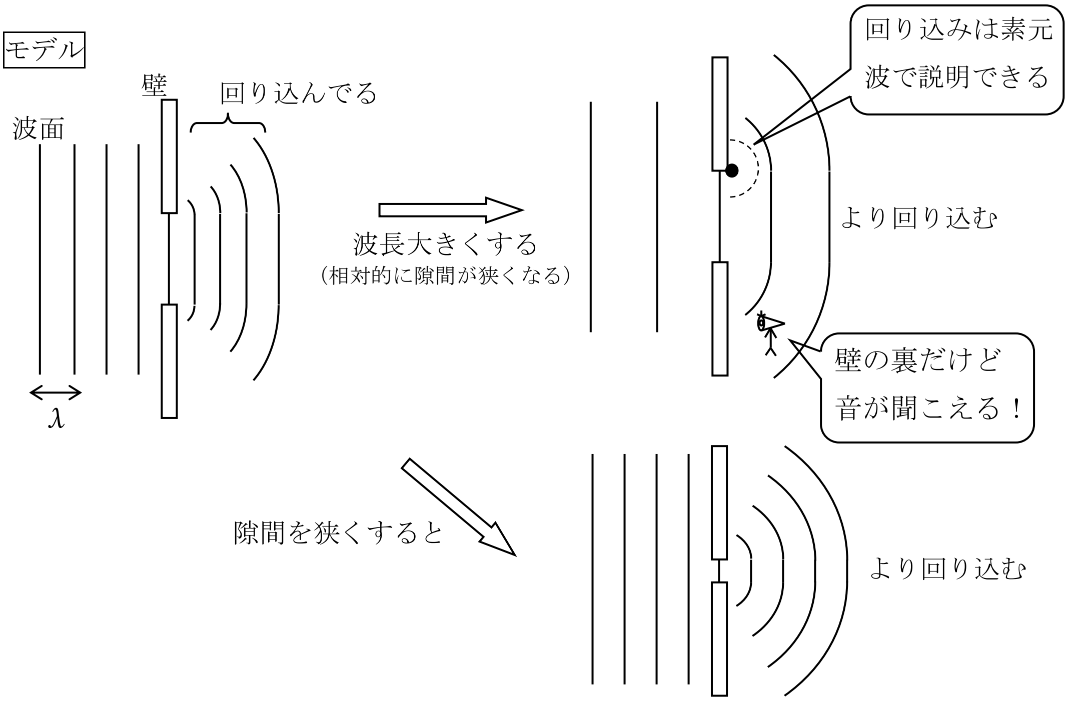
より遠くの音が聞こえるのは日中か夜間か論ぜよ。（解答は次ページ）



テーマ4 波の回折(かいせつ)

屈折と似ているが違う現象として回折がある。回折は障害物を回り込み伝わる現象。

モデル

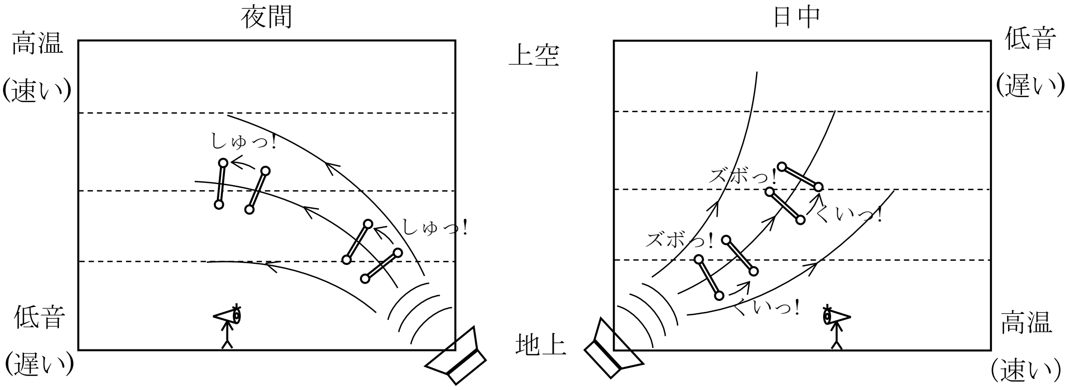


Point 回折の特徴

相対的に隙間が狭いほどよく回折する。

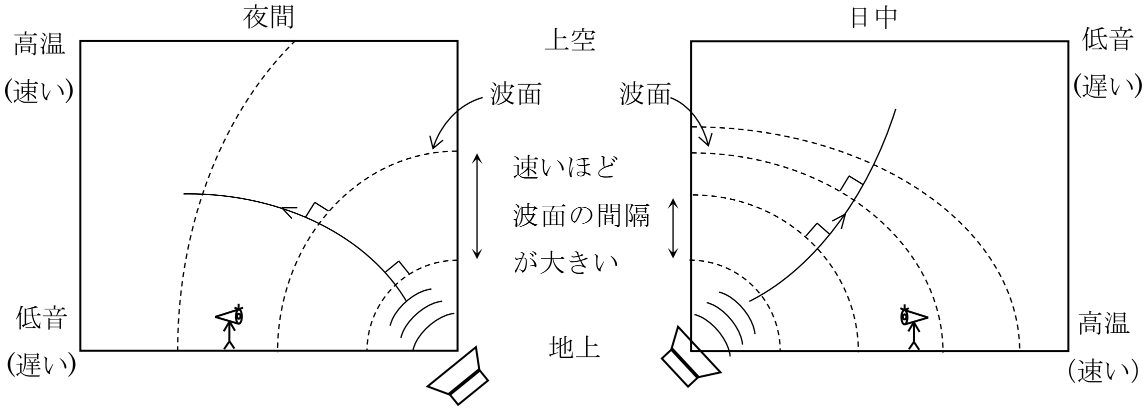
ConcepTest1 解答　夜間の方が遠くまで聞こえる。

音速は、温度が高いほど速くなることがポイントである。空気を温度ごとに区切り、それぞれの境界で屈折の方向を考えると、以下のようになる。
(バトンの屈折モデルで考えるとわかりやすい)



夜間は上空の方が音速が速いので、先に到達した上部のバトンが「しゅっ！」と曲がる。結果、地面に沿うように屈折をし、遠くまで音が届く。
日中は上空の方が音速が遅いので、先に到達した上部のバトンは「ズボっ！」となり、下部が「くいっ！」と曲がる。結果、地面から離れるように屈折するので遠くまで音は届かない。
きちんと専門用語を使うと「気温が高いほど、空気の屈折率は小さくなるので、上空の気温が高い夜間の方が、屈折角が大きくなり、音波がより遠くまで到達する」となる。

別解　波面を書いて、波の進む向きを考えることもできる。



波面と波の進む向きは 90 度の関係にあることから、波面を書くことで、波の進む向きも書き出すことができる。