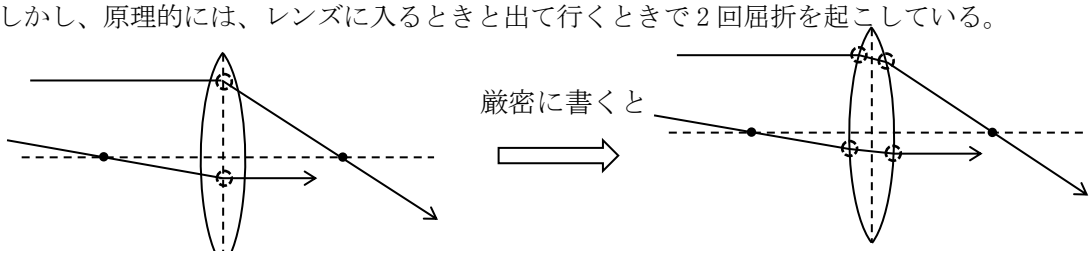
§ 波動　レンズ

テーマ 1　レンズの原理と要素

レンズは光を屈折させて、集めたり拡散することができる装置で、物体を拡大したり、縮小したりすることができる。まずは原理を理解しよう。

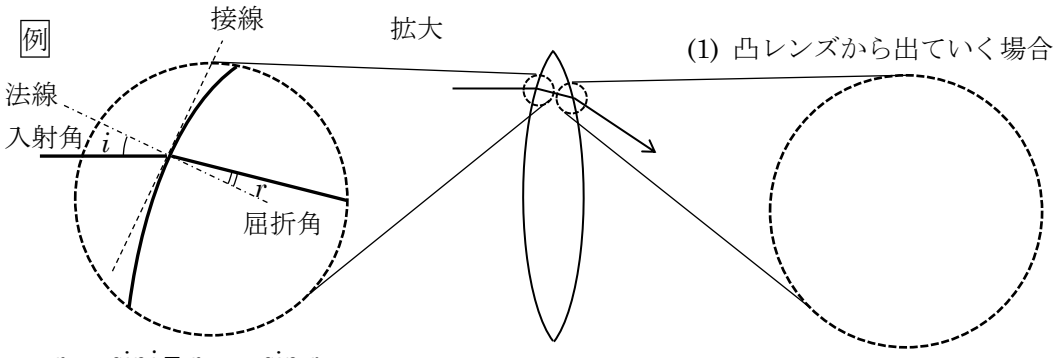
《レンズの原理》

通常、レンズを通る光を作図するときレンズの中心で光が折れ曲がっているように作図する。しかし、原理的には、レンズに入るときと出て行くときで 2 回屈折を起こしている。



問題 1 レンズでの屈折

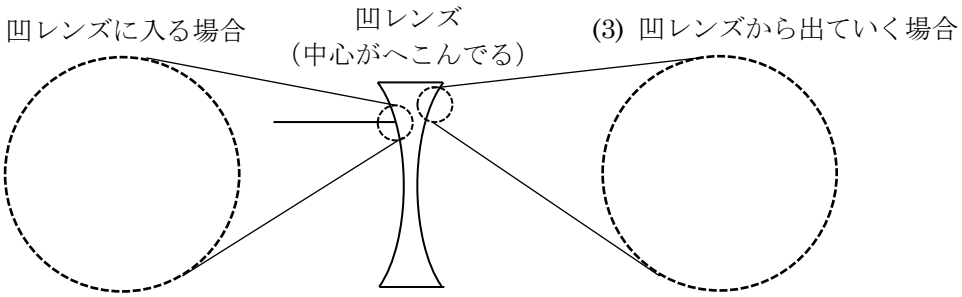
レンズで起きている屈折を厳密に記入すると、例のように、レンズの接線と法線を書き、入射角と屈折角を考えることができる。また、屈折の法則から i と r の関係を考えると例で示した式になる。例にならって (1) 凸レンズから出ていく場合　(2) 凹レンズに入る場合　(3) 凹レンズから出ていく場合　をそれぞれ作図し、入射角と反射角の大小関係を考察せよ。



$n_{空気} \sin i = n_{ガラス} \sin r$

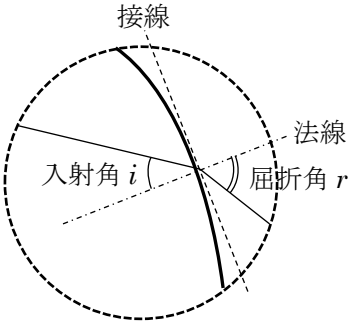
$n_{空気} < n_{ガラス}$ なので

$i > r$ となる。（ガラスの方が硬いので $n_{ガラス}$ の方が大きい）



問題１解答

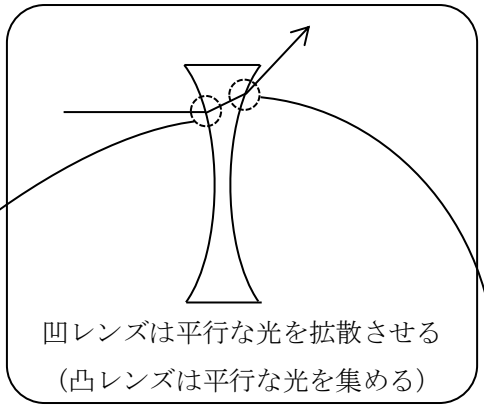
(1) 凸レンズから出ていく場合



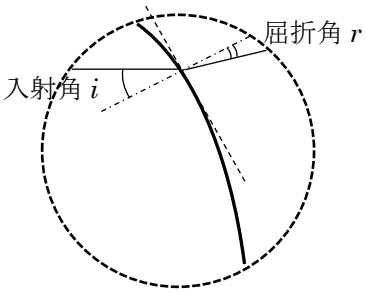
$n_{ガラス} \sin i = n_{空気} \sin r$

$n_{ガラス} > n_{空気}$なので

$i < r$ となる。



(2) 凹レンズに入る場合

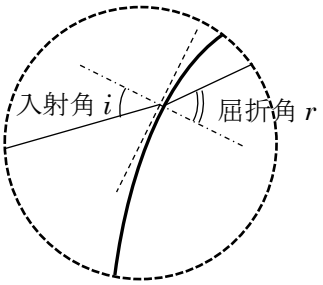


$n_{空気} \sin i = n_{ガラス} \sin r$

$n_{空気} < n_{ガラス}$なので

$i > r$ となる。

(3) 凹レンズから出ていく場合



$n_{ガラス} \sin i = n_{空気} \sin r$

$n_{ガラス} > n_{空気}$なので

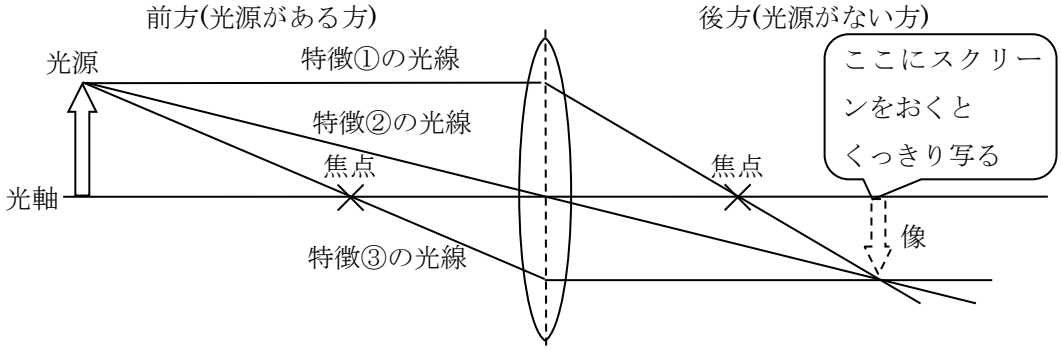
$i < r$ となる。

テーマ５ レンズの作る像

レンズが作る像を作図するときは、特徴的な経路を通る光線を書いて考える。

≪モデル①≫　凸レンズで焦点距離より遠くに光源がある場合

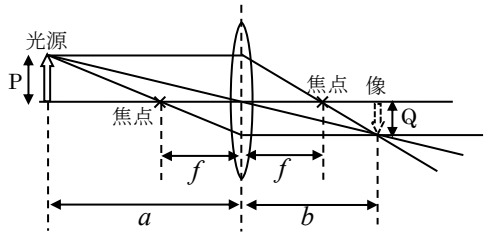
特徴　① 光軸に平行に入った光は後方の焦点を通過する。
② レンズの中心を通った光は、屈折せず直進する。
③ 前方の焦点を通過した光は、光軸と平行に出ていく。
④ 焦点は前方後方の２箇所あり、焦点距離は等しくなるように加工されている。



この像は、光源と向きが逆（倒立）で、実際に光が集まってできている像（実像）なので、『倒立実像』と呼ぶ。

問題２ 凸レンズの写像公式①

凸レンズでできる像と、光源の位置の関係を示す公式を導く。

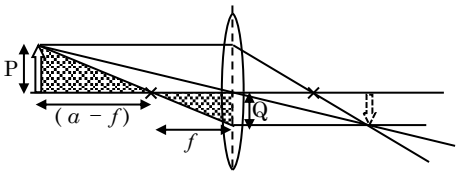


左図のように文字をおく。

光源の高さ・・・P　　像の高さ・・・Q

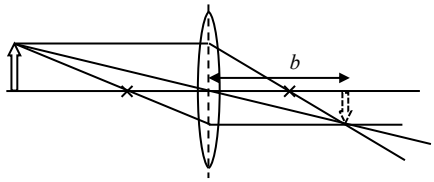
光源までの長さ・・・a　像までの長さ・・・b

焦点距離・・・f



そして左図のような三角形の相似に注目して、関係式を立てると①式が立てられる。

$$\mathrm{P}:\mathrm{Q}=(a-f):f \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}=\frac{f}{(a-f)} \quad \cdots \text{①式}$$



(1) 相似の関係にある三角形を見つけて、b が入った式（②式）をたてよ。

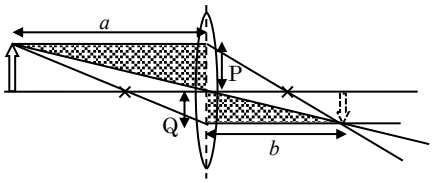
(2) ①式、②式を連立して、凸レンズの写像公式 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ を導け。

(3) 像の倍率 $\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}$ を、a、b を用いて表せ。

問題 2 解答

相似の三角形の取り方は複数ある。

（取り方そのⅠ）



(1) 左図のように相似の三角形をとると、

$\mathrm{P}:\mathrm{Q}=a:b \quad \Rightarrow \quad \dfrac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}=\dfrac{b}{a}$ ・・・ ②式

(2) ①式 $\dfrac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}=\dfrac{f}{(a-f)}$ ②式 $\dfrac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}=\dfrac{b}{a}$ を連立して

$$\frac{f}{(a-f)}=\frac{b}{a}$$

両辺に$(a-f)a$をかける（分母を払う）

$$fa=b(a-f)$$

$$fa=ba-bf$$

両辺をabfで割る。

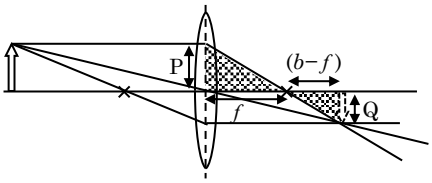
$$\frac{1}{b}=\frac{1}{f}-\frac{1}{a}$$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$$

(3) 倍率とは、『像の高さ Q が元の高さ P の何倍になっているか』であり、$\dfrac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}$ といえる。

②式より、倍率 $\dfrac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}=\dfrac{b}{a}$ となる。

（取り方そのⅡ）



(1) 左図のように相似の三角形をとると、

$\mathrm{P}:\mathrm{Q}=f:(b-f) \quad \Rightarrow \quad \dfrac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}=\dfrac{(b-f)}{f}$ ・・・ ②式

(2) ①式 $\dfrac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}=\dfrac{f}{(a-f)}$ ②式 $\dfrac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}=\dfrac{(b-f)}{f}$を連立して

$$\frac{f}{(a-f)}=\frac{(b-f)}{f}$$

両辺に$(a-f)f$をかける（分母を払う）

$$f^2=(b-f)(a-f)$$

$$f^2=ab-bf-af+f^2$$

$$0=ab-bf-af$$

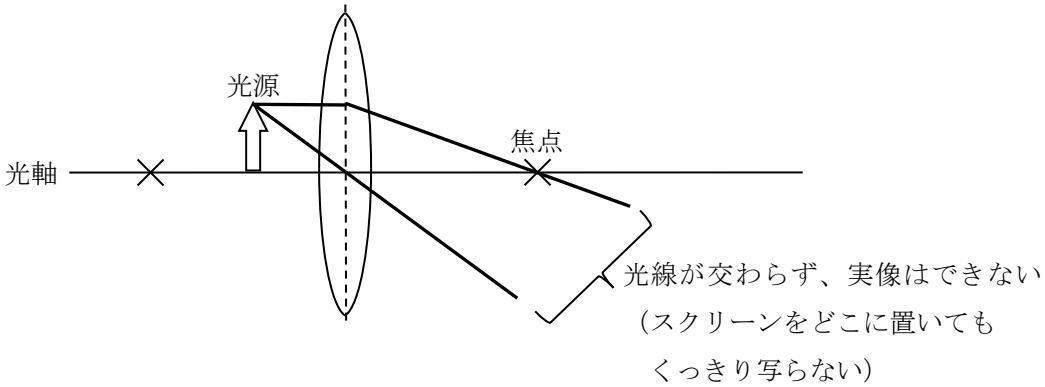
両辺をabfで割る。

$$0=\frac{1}{f}-\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$$

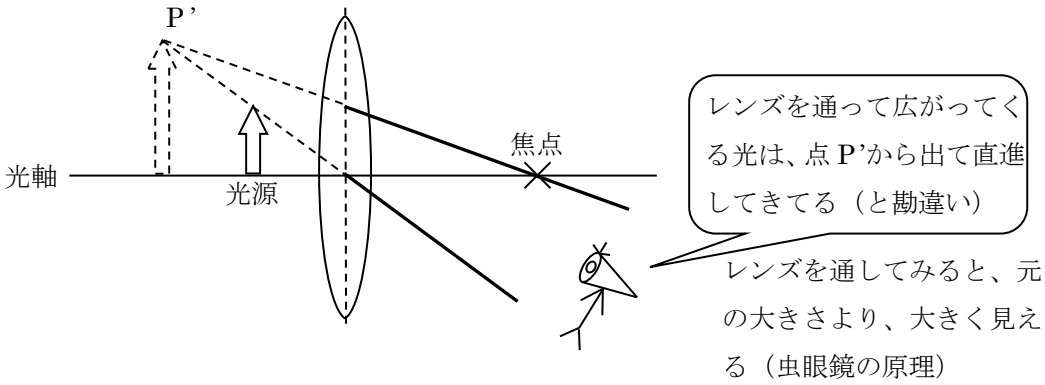
$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$$

(3) 倍率は、(取り方Ⅰ)の相似に注目して求める。

≪モデル②≫　凸レンズで焦点距離より近くに光源がある場合



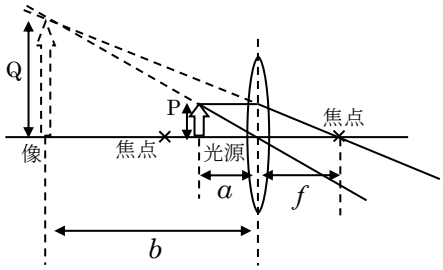
上図のように、焦点距離よりも近い位置に光源があると、光線が集まらず、実像ができない。その代わりにレンズを覗き込むと特別な現象が起きる。



スクリーンに写せる実像はできないが、レンズを覗き込むことで、元々の光源より大きい見かけの光源を観測することができる。これを「虚像」という。また、向きが光源と同じなので、「正立虚像」ともいう。

問題 3 凸レンズの写像公式②

凸レンズでできる虚像と、光源の位置の関係を示す公式を導く。

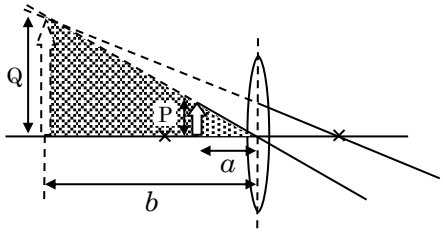


左図のように文字をおく。

光源の高さ・・・P　　像の高さ・・・Q

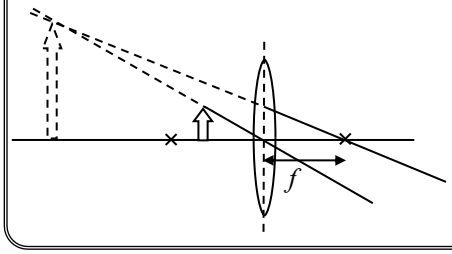
光源までの長さ・・・a　像までの長さ・・・b

焦点距離・・・f



そして下図のような三角形の相似に注目して、関係式を立てると①式が立てられる。

$\mathrm{P}:\mathrm{Q}=a:b \quad \Rightarrow \quad \dfrac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}=\dfrac{b}{a}$ ・・・ ①式

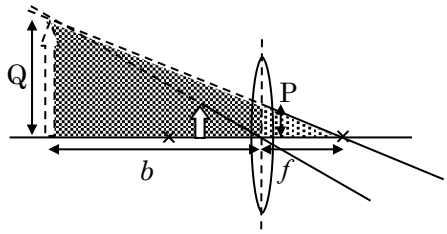


(1) 相似の関係にある三角形を見つけて、fが入った式（②式）をたてよ。

(2) ①式、②式を連立して、凸レンズの写像公式 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{(-b)}=\dfrac{1}{f}$ を導け。

(3) 像の倍率 $\dfrac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}$ を、a、b を用いて表せ。

問題 3 解答



(1) 左図のように相似の三角形をとると、

$\mathrm{P}:\mathrm{Q}=f:(f+b) \Rightarrow \dfrac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}=\dfrac{(f+b)}{f}$ ・・・②式

(2) ①式$\dfrac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}=\dfrac{b}{a}$　②式$\dfrac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}=\dfrac{(f+b)}{f}$ を連立して

$\dfrac{b}{a}=\dfrac{(f+b)}{f}$

両辺に af をかける（分母を払う）

$bf=a(f+b)$

$bf=af+ab$

両辺を abf で割る。

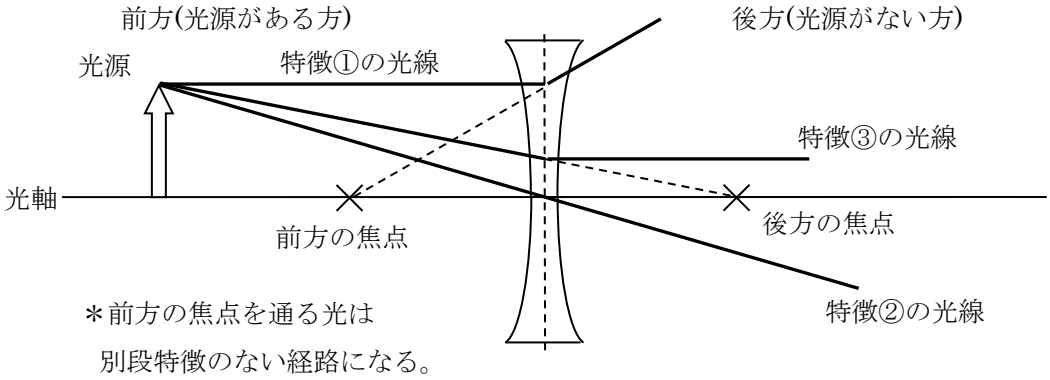
$\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{f}$

$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{(-b)}=\dfrac{1}{f}$

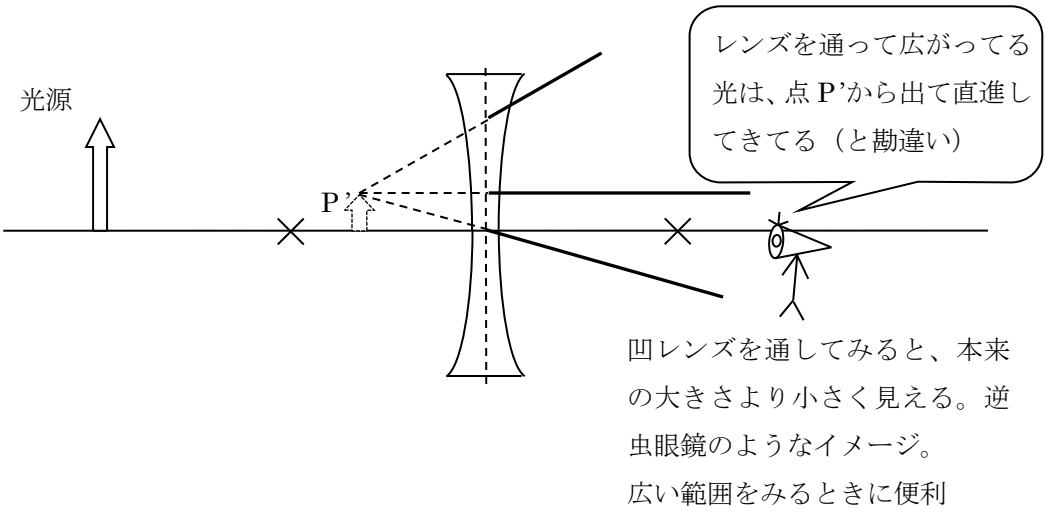
(3) ①式より倍率 $\dfrac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}=\dfrac{b}{a}$

≪モデル③≫　凹レンズの場合

特徴　① 光軸に平行に入った光は前方の焦点を通過する。
② レンズの中心を通った光は、屈折せず直進する。
③ 後方の焦点に向かっていた光は、光軸と平行に出ていく。
④ 焦点は前方後方の２箇所あり、焦点距離は等しくなるように加工されている。



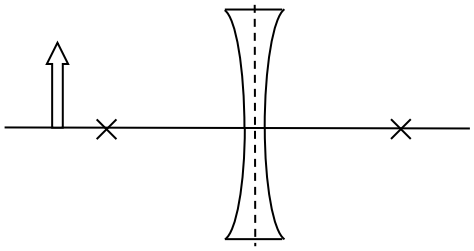
光が集まらないので、実像はできない。**実像ができないときは、レンズを覗き込み、虚像を観察する**ことを考える。



凹レンズを通してみることができる像は『正立虚像』である。

問題 4 凹レンズの写像公式

凹レンズでできる虚像と、光源の位置の関係を示す公式を導く。



左図のように文字をおく。

光源の高さ・・・P　　像の高さ・・・Q

光源までの長さ・・・a　像までの長さ・・・b

焦点距離・・・f

(1) 凹レンズを通して観測できる虚像を作図せよ。

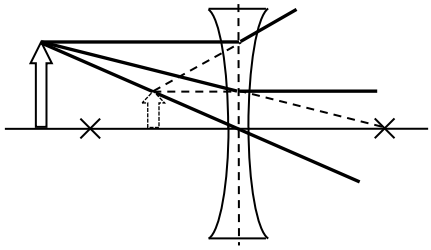
(2) 相似の関係にある三角形を 2 ペア見つけて、関係式を 2 つ立てよ。

(3) 前問(2)で立てた式を連立して、凹レンズの写像公式 $\frac{1}{a}+\frac{1}{(-b)}=\frac{1}{(-f)}$ を導け。

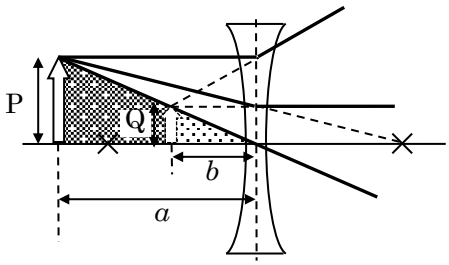
(4) 像の倍率 $\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}$ を、a、b を用いて表せ。

解答 4

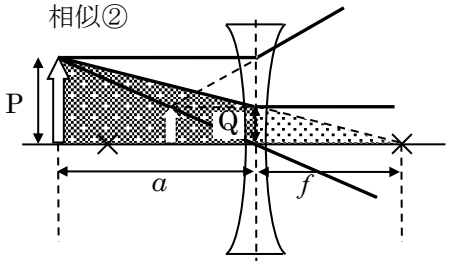
(1) 作図



(2) 相似①



相似②



(2) 立式

左下図、相似①の三角形より、

$\mathrm{P}:\mathrm{Q}=a:b \quad \Rightarrow \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}=\frac{b}{a}$　・・・①式

左下図、相似②の三角形より、

$\mathrm{P}:\mathrm{Q}=(a+f):f \quad \Rightarrow \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}=\frac{f}{(a+f)}$　・・・②式

(3) ①式、②式を連立して、

$$\frac{b}{a}=\frac{f}{(a+f)}$$

両辺に $a(a+f)$ をかける（分母を払う）

$$b(a+f)=fa$$

$$ba+bf=fa$$

両辺を abf で割る。

$$\frac{1}{f}+\frac{1}{a}=\frac{1}{b}$$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{(-b)}=\frac{1}{(-f)}$$

(3) ①式より倍率 $\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}=\frac{b}{a}$

テーマ 6　レンズの公式のまとめ

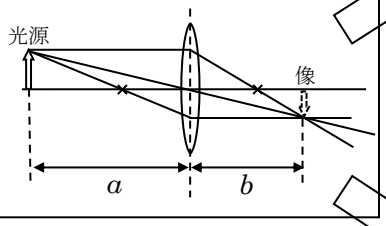
凸レンズの実像、虚像、凹レンズなどで、細かく公式が変化している。全部を覚えるのは大変なので１つの式にまとめるようにする。

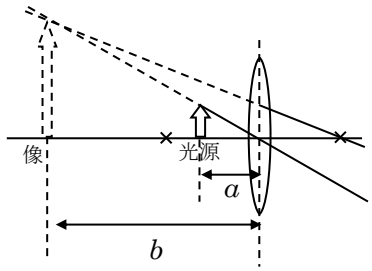
覚えるべき形

写像公式 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$　　倍率 $\left|\frac{b}{a}\right|$

この写像公式は、凸レンズで倒立実像ができるときの式である。これに基本とし、b や f の符号を変えていくようにする。

基本　$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$

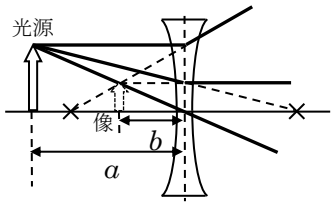




凸レンズの虚像

b が基本と逆の向きなので、

$\frac{1}{a}+\frac{1}{(-b)}=\frac{1}{f}$



凹レンズの虚像

凹レンズの場合、f を負にする。

b が基本と逆の向きなので、

$\frac{1}{a}+\frac{1}{(-b)}=\frac{1}{(-f)}$

『凹レンズの場合、f が負になる』は丸暗記でもいいし、平行に入射する光線を書くとき、

凸レンズ … 後方の焦点に注目（正とする）　　凹レンズ … 前方の焦点に注目（負となる）

と関連づけてもよい。こう覚えると、凹レンズの作図の際に、前方の焦点に着目すべきであることを忘れづらくなるのでおすすめである。

問題 5　写像公式の利用

(1) 焦点距離 10 cm の凸レンズがある。物体をこのレンズから［ア］cm の位置に置けば、倍率が 1 の倒立像ができる。また、このレンズから 8.0 cm の位置に 2.0 cm の高さの物体を置くとき、レンズの［イ］方、［ウ］cm の位置に［エ］像ができ、その大きさは［オ］cm である。

(2) 焦点距離 30 cm の凹レンズがある。物体をこのレンズの前方 60 cm の位置に置くと、レンズの［カ］方、［キ］cm の位置に［ク］像ができ、倍率は［ケ］倍である。

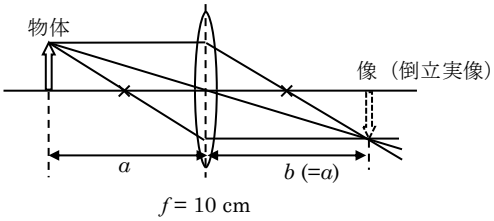
問題 5 解答　(1) ア 20 cm　イ 前(方)　ウ 40 cm　エ 正立虚像　オ 10 cm

(2) カ 前(方)　キ 20 cm　ク 正立虚像　ケ 0.33 倍（ $\frac{1}{3}$倍 ）

問題 5 解説　公式で計算するだけでなく、作図して考えることも重要！ レンズの問題では、解説の解き方と、作図と相似を利用した解き方の両方をマスターしておこう！

(1)

ア 右図のように作図をし、アの長さを a と置く。レンズから像までの長さを b と置くと、倍率が 1 であることから、



倍率の公式　(倍率) = $\left|\frac{b}{a}\right|$ より

$1 = \frac{b}{a} \rightarrow \quad b = a$

これを踏まえて、写像公式　$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ に代入すると、$\frac{1}{a} + \frac{1}{a} = \frac{1}{10}$

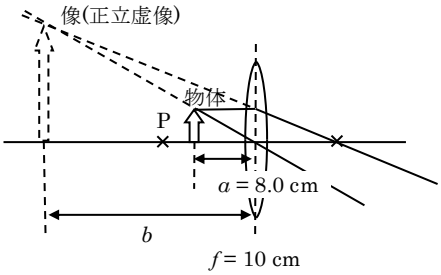
a について解くと

$\frac{2}{a} = \frac{1}{10}$

$20 = a$ ・・・(ア)

＊物体と同じ大きさの像ができるのは、焦点距離の 2 倍の長さであることは、有名なこと扱いされているので、覚えておいた方がよい。

イウエ　焦点距離よりも内側に置いた場合は、右図のような作図になる。



写像公式　$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ に代入する。

b が前方なのでマイナスをつけることに注意する。

$\frac{1}{8.0} + \frac{1}{(-b)} = \frac{1}{10}$

b について解いて、

$\frac{1}{b} = \frac{1}{8.0} - \frac{1}{10} \rightarrow \frac{1}{b} = \frac{2}{80} \rightarrow \quad b = 40$

よってレンズのイ 前方（光源がある方） ウ 40 cm　に　エ 正立虚像　ができる。

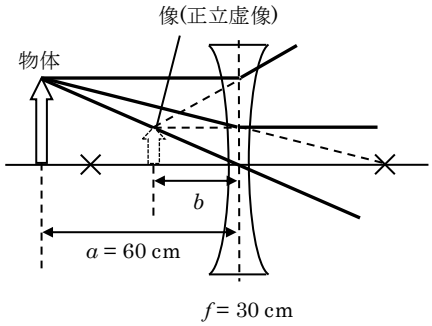
オ 倍率の公式　(倍率) = $\left|\frac{b}{a}\right|$ より (倍率) = $\frac{40}{8.0}$ = 5 倍

元の物体の大きさが 2.0 cm なので、2.0 (cm) × 5.0 (倍) = 10 cm

問題 5 解説続き

(2)

カキク



凹レンズの作る像を作図すると、右図のようになる。

写像公式 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ に代入する。

f が凹レンズなのでマイナス、

b が前方なのでマイナスなことに注意して、

$$\frac{1}{60}+\frac{1}{(-b)}=\frac{1}{(-30)}$$

b について解くと

$$\frac{1}{b}=\frac{1}{60}+\frac{1}{30}$$

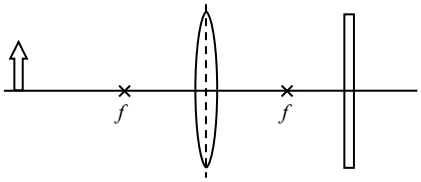
$$\frac{1}{b}=\frac{3}{60}=\frac{1}{20}$$

よってレンズの カ 前方（光源がある方） キ 20 cm に ク 正立虚像 ができる。

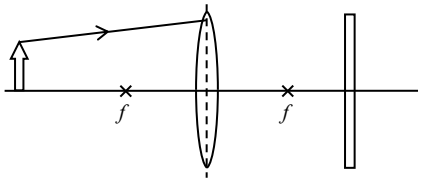
ク 倍率の公式 (倍率) = $\left|\frac{b}{a}\right|$ より (倍率) = $\frac{20}{60}$ = $\frac{1}{3}$倍 ≒ 0.33 倍

ConcepTest1 光源から出る光

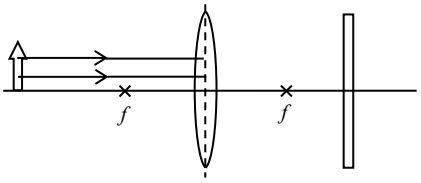
右図は、スクリーン、凸レンズ、物体をおいた図である。f は焦点である。スクリーンにくっきりと像が写っているとしたとき、以下の光線のレンズ通過後の経路を作図せよ。



(1)

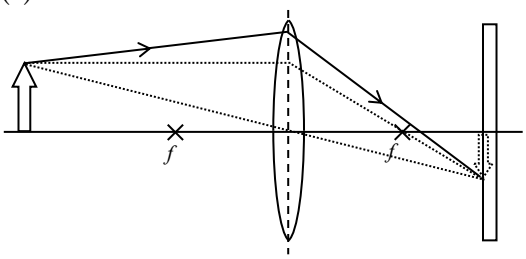


(2)

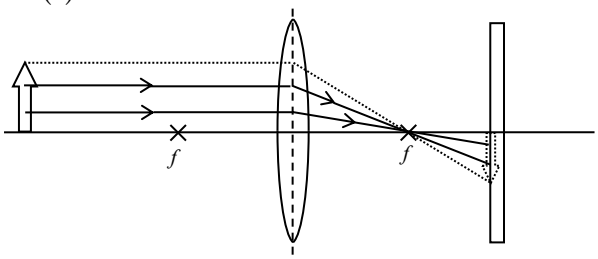


ConcepTest1 解答

(1)



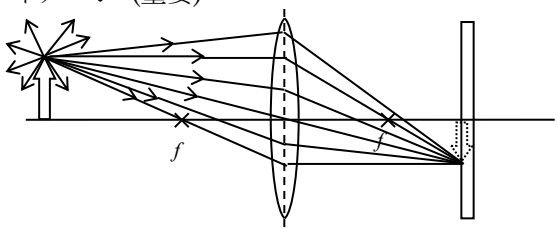
(2)



ConcepTest1 解説

(1) レンズの作図の際、①光軸に平行な光　②レンズの中心を通る光　③手前の焦点を通る光、の３種類しか書かないが、実際には光は色々な方向に出ている。

イメージ (重要)



色々な方向に光が出ていて、レンズを通った光が１箇所に集まることで、くっきりとした像を作る。

特徴的な動きをするのが３本の基本線なだけで、他にも色々な方向に光は出ているのだ。この理論は虚像の場合でも同様である。

＊ レンズの上半分を黒い紙で遮ったとき、像の形は変わらず、明るさが半分になるだけなのは、このことから説明できる。上半分を隠しても、物体から出た光のうち、レンズの下半分を通った光で像を作ることができるのだ。ただし、像に集まる光の量が半分になるので、暗い像になる。

(2) 光軸に平行な光は、全て焦点を通る。物体（矢印）の足元からでた光線は、像の足元に到達し、物体（矢印）の真ん中辺りからでた光線は、像の真ん中辺りに到達していることにも注目しておこう。

＊ 太陽光はほぼ平行な光線なので、凸レンズを通すと全て焦点を通過する。すると焦点には巨大な光エネルギーが集まり、紙などをおいたら燃やすことができたりする。窓際にレンズをおいたら火事の原因になるので気をつけよう。水槽などがレンズの役割をしてしまうことがある。

＊ (1)(2)ともに、光がどこかの１箇所に集まっているモデルだが、(1)は光源から様々な方向に出ていく光が、１箇所に集まって像を作る話で、(2)は平行に入ってきた光が焦点に集まっている話である。違いをきちんと理解しておこう。

テーマ 7 組み合わせレンズ

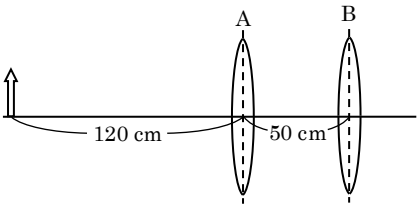
顕微鏡や望遠鏡は、レンズを 2 枚組み合わせることで、倍率をとても大きなものにしている。これを組み合わせレンズという。

Point

組み合わせレンズでは、1 枚目のレンズが作る像を、新たな光源として 2 枚目のレンズを考える。

問題 6 組み合わせレンズ

焦点距離 30 cm の 2 枚のレンズ A、B を間隔 50 cm で、光軸が一致するように置き、A の左側 120 cm の位置に物体を置いた。倍率は分数で答えてよい。



(1) レンズ B がないとすると、レンズ A の作る像は、レンズ A の左右どちら側に、レンズ A から何 cm の位置にできるか求めよ。また、その倍率を求めよ。

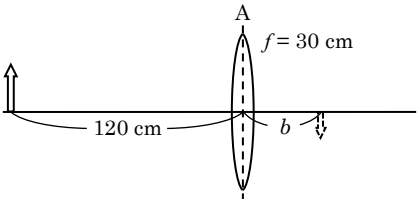
(2) レンズ A による像は、新たな光源の役割をする。この光源のレンズ B による像はレンズ B の左右どちら側に、レンズ B から何 cm の位置にできるか求めよ。また、その像の光源（レンズ A に対する像）に対する倍率を求めよ。

(3) 最終的にレンズ B によってできる像の、物体に対する倍率を求めよ。

＊この問題も、公式利用と、作図による相似利用の両方の解き方をマスターしておこう。

問題 6 解答 (1) A の右側 40 cm、$\frac{1}{3}$ 倍 (2) B の左側 15 cm、1.5 倍　(3) 0.50 倍

問題 6 解説



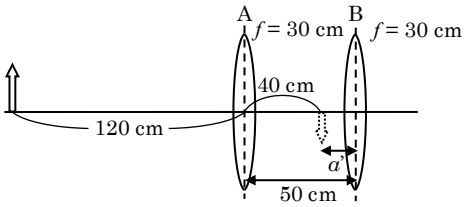
(1) 焦点距離よりも外側に光源があるので、レンズの後方(右側)に倒立実像ができる。
レンズ A からできる像までの距離を b とおいて、

写像公式 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ に代入すると $\frac{1}{120}+\frac{1}{b}=\frac{1}{30}$

b について解いて b = 40 cm

倍率の公式 (倍率) = $\left|\frac{b}{a}\right|$ より (倍率) = $\frac{40}{120}$ = $\frac{1}{3}$倍

(2) 前問(1)でできた像を新たな光源として、レンズ B の作る像を考える。
作図をすると、新たな光源からレンズ B までの長さは a' = 10 cm とわかり、これは、焦点距離より内側なので、レンズ B の前方(左側)に正立虚像ができる。

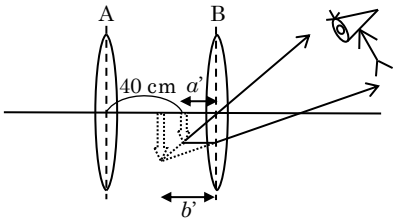


レンズ B からできる像までの距離を b'とおいて写像公式 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ に代入すると

$\frac{1}{10}+\frac{1}{(-b')}=\frac{1}{30}$

b'について解いて　b' = 15 cm

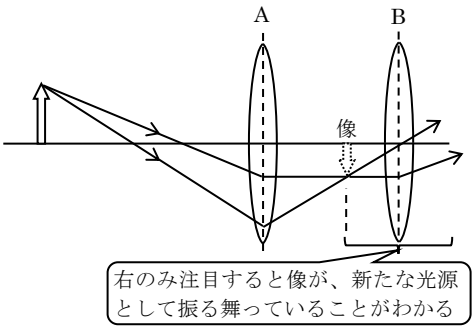
倍率の公式 (倍率) = $\left|\frac{b}{a}\right|$ より (倍率) = $\frac{15}{10}$ = 1.5 倍



(3) レンズ A を通して、元の物体の $\frac{1}{3}$ 倍の大きさになり、そこからレンズ B によって 1.5 倍にされるので、$\frac{1}{3}$ × 1.5 = 0.50 倍

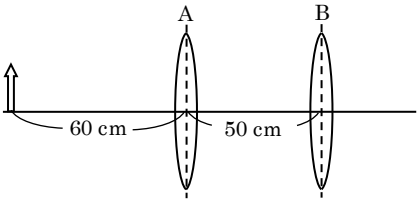
読み物 なぜ、レンズ A による像が新たな光源になるのか

これは ConcepTest45 と大きく関わっている。A が作る像は、レンズ A を通った光が、全て集まる点と言えるのだ。組み合わせレンズの２つ目のレンズ B を通る光のうち、注目したい光線である、『光軸に平行な光線』や、『レンズの中心を通る光線』も、像を通過しているといえるので、像を新たな光源としてもよいのだ。



問題 7 組み合わせレンズと虚光源発展

焦点距離 30 cm の 2 枚のレンズ A、B を間隔 50 cm で、光軸が一致するように置き、A の左側 60 cm の位置に物体を置いた。倍率は分数で答えてよい。



(1) レンズ B がないとすると、レンズ A の作る像は、レンズ A の左右どちら側に、レンズ A から何 cm の位置にできるか求めよ。また、その倍率を求めよ。

(2) レンズ A による像は、新たな光源の役割をする。この光源のレンズ B による像はレンズ B の左右どちら側に、レンズ B から何 cm の位置にできるか求めよ。また、その像の光源（レンズ A に対する像）に対する倍率を求めよ。

(3) 最終的にレンズ B によってできる像の、物体に対する倍率を求めよ。

問題 7 解答 (1) A の右側 60 cm、1.0 倍 (2) B の右側 7.5 cm、0.75 倍 (3) 0.75 倍

問題 7 解説

(1) 焦点距離よりも外側に光源があるので、レンズの後方(右側)に倒立実像ができる。

レンズ A からできる像までの距離を b とおいて、

写像公式 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ に代入すると $\frac{1}{60}+\frac{1}{b}=\frac{1}{30}$

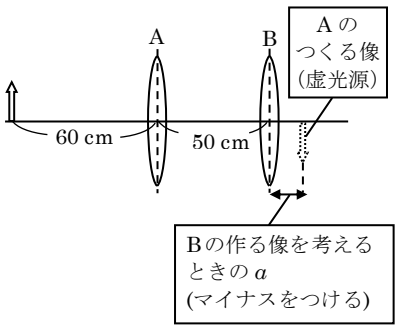
b について解いて $b = 60$ cm

倍率の公式 (倍率) = $\left|\frac{b}{a}\right|$ より (倍率) = $\frac{60}{60}$ = 1.0 倍

＊ 焦点距離の 2 倍の位置にあるので、等倍の像ができるパターンと考えて、焦点距離の 2 倍の位置(60 cm)、倍率は元と同じ(1.0 倍)と即答してもよい。

(2) A の右側 60 cm なのでレンズ B の右側まできてしまっている。

このような場合、新たな光源を「虚光源」と呼び、基本の位置と逆側なので公式の a にはマイナスをつける。



写像公式 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ に代入すると $\frac{1}{-10}+\frac{1}{b}=\frac{1}{30}$

b について解いて $b = 7.5$ cm

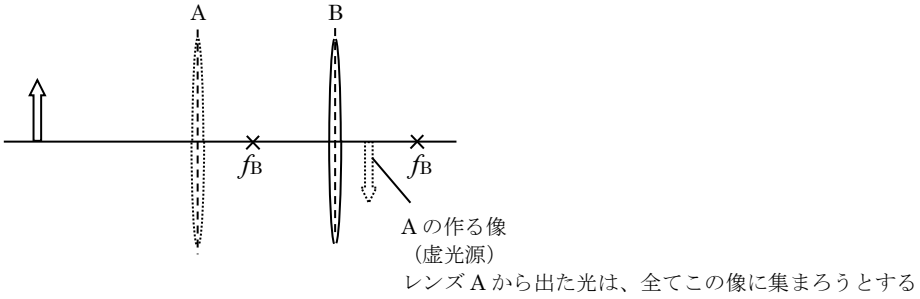
b が正なことから、基本の位置の b と同じ、レンズの後方（右側）7.5 cm の位置に像ができると考えられる。

倍率の公式 (倍率) = $\left|\frac{b}{a}\right|$ より (倍率) = $\frac{7.5}{10}$ = 0.75 倍

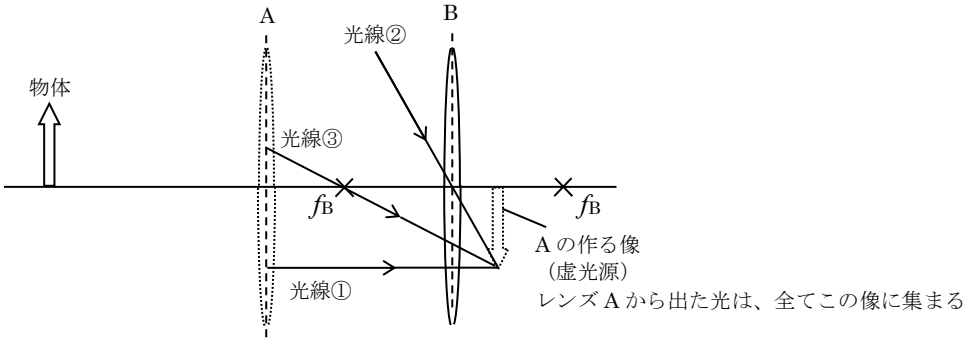
(3) 倍率を掛け算して、1.0 × 0.75 = 0.75 倍

読み物 虚光源の作る像を作図してみる 発展 重要

作図で(2)の像を考えてみる。まずは、レンズAが作る像（虚光源）を作図する。

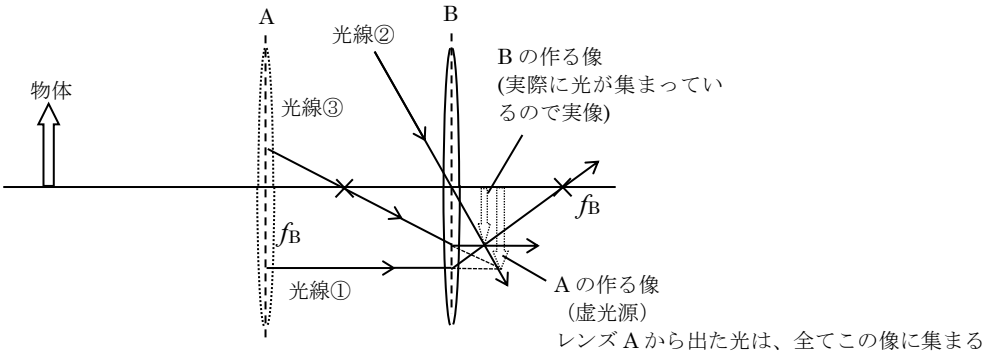


ここで、(2)の作図をするために、①光軸に平行にレンズBに入る光線、②レンズBの中心を通る光線、③レンズBの前方の焦点を通る光線、の3本を書きたい。これらの光線は、以下のようになる(像の作図はこのうち2本でできてしまうが3本とも考えよう)。



物体（元の光源）の先端から出た光はレンズAを通った後、Aの作る像の先端に集まることに注意して、光軸に平行な線や、焦点などの目的の点を通る線を作図すると、光線①～③が書ける。（＊光線②はレンズAを通っていないので、この光は実際には無いと言える。）

これらの光線でレンズBが作る像を作図すると、以下のようになる。作図をして、相似の三角形を利用することで、この問題を解くことができる。実際に作図で解いてみよう。



セミナーP203 発展例題33

テーマ８ 凹面鏡・凸面鏡

カーブミラーなどは中心が出っ張っている鏡を利用している。これを凸面鏡といい、逆にへこんでいる鏡を凹面鏡という。それぞれが作る像を考える。

凹面鏡の特徴的な光線

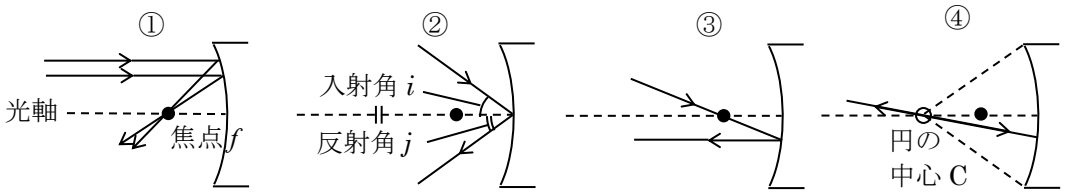
① 光軸に平行な光は、反射後、焦点を通る向きに進む（焦点は前方にある）

② 中心で反射する光は、反射後、光軸に対称に進む（入射角 i = 反射角 j）

③ 焦点を通った光は、反射後、光軸に平行に進む

④ 曲面がある点を中心とした円周の一部だった場合、円の中心を通る光は、そのまま戻ってくる。

＊どの反射の仕方も、面の接線を反射面とし、『入射角=反射角』となっている



＊円の半径の半分が焦点距離となる

凸面鏡の特徴的な光線

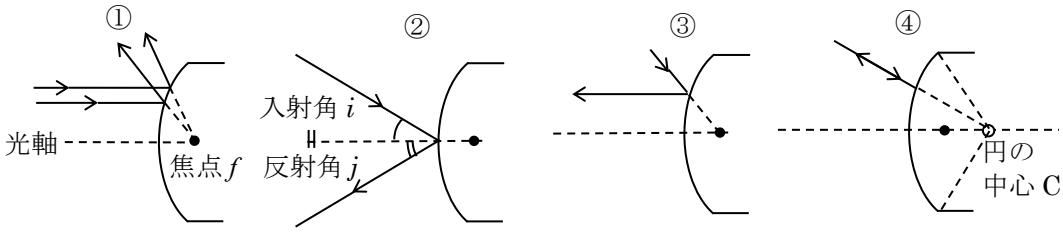
① 光軸に平行な光は、反射後、焦点から出たかのような向きに進む（焦点は後方にある）

② 中心で反射する光は、反射後、光軸に対称に進む（入射角 i = 反射角 j）

③ 焦点に向かって進んでいた光は、反射後、光軸に平行に進む

④ 曲面がある点を中心とした円周の一部だった場合、円の中心に向かっていた光は、そのまま戻ってくる。

＊どの反射の仕方も、面の接線を反射面とし、『入射角=反射角』となっている

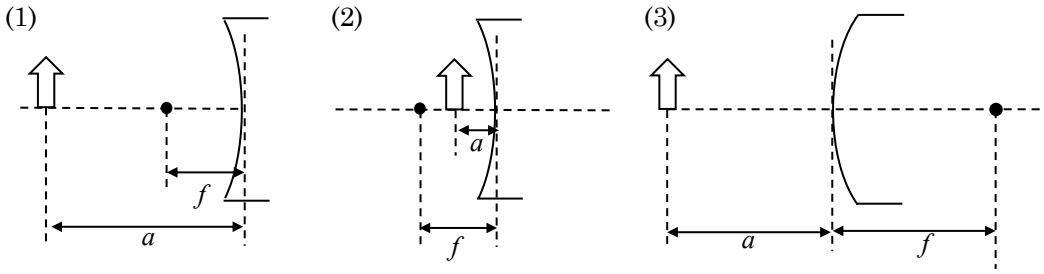


＊円の半径の半分が焦点距離となる

問題 8 鏡の写像公式

(1)〜(3)のように物体と凹面鏡や凸面鏡を置いた際、できる像を作図せよ。また、鏡から物体までの距離を a、鏡から像までの距離を b、焦点距離を f とおいて、写像公式を導け。なお、鏡の曲がりによる、長さの微小な差はほぼ 0 として考えてよい。

（レンズの写像公式を出したときを思い出してやってみよう。）

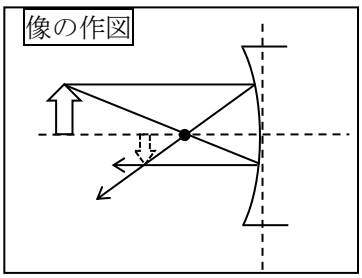


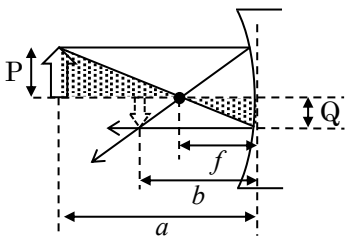
問題 8 解答

(1) ２本光線を書いて、相似のペアを 2 つ見つければよい。

できる像は実像であり、スクリーンをおいたら写る。

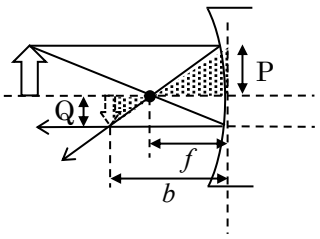
像の作図





$P : Q = (a-f) : f$

$\Rightarrow \dfrac{Q}{P} = \dfrac{f}{(a-f)}$ … ①式



$P : Q = f : (b-f)$

$\Rightarrow \dfrac{Q}{P} = \dfrac{(b-f)}{f}$ … ②式

①式、②式より

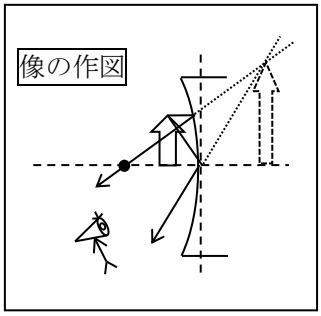
$\Rightarrow \dfrac{f}{(a-f)} = \dfrac{(b-f)}{f}$

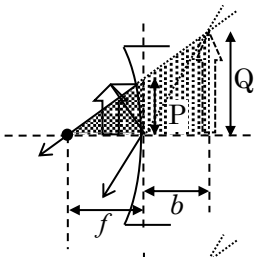
形を整えて、

$\Rightarrow \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = \dfrac{1}{f}$

問題 8 解答続き

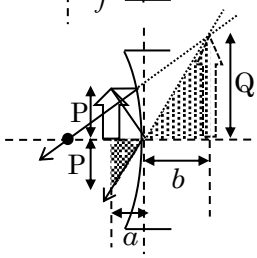
(2) 光線が交わらないので、鏡を覗き込んでできる虚像を作図する。





P : Q = f : (b+f)

$\Rightarrow \frac{Q}{P} = \frac{(b+f)}{f}$ … ①式



P : Q = a : b

$\Rightarrow \frac{Q}{P} = \frac{b}{a}$ … ②式

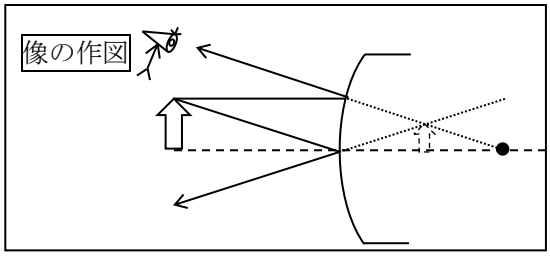
①式、②式より

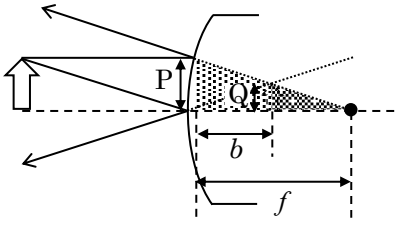
$\Rightarrow \frac{(b+f)}{f} = \frac{b}{a}$

形を整えて、

$\Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{(-b)} = \frac{1}{f}$

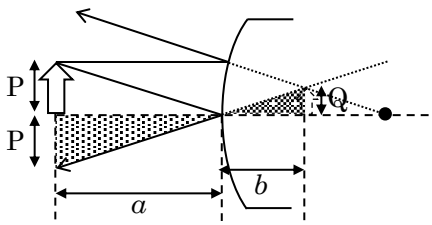
(3) 光線が交わらないので、鏡を覗き込んでできる虚像を作図する。





P : Q = f : (f−b)

$\Rightarrow \frac{Q}{P} = \frac{(f-b)}{f}$ … ①式



P : Q = a : b

$\Rightarrow \frac{Q}{P} = \frac{b}{a}$ … ②式

①式、②式より

$\Rightarrow \frac{(f-b)}{f} = \frac{b}{a}$

形を整えて、

$\Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{(-b)} = \frac{1}{(-f)}$

＊ (1)〜(3)の解説では、2 本の光線を書いて作図と計算をしているが、他の光線を利用しても OK。同じ場所に像が書けるし、公式の導出もできる。色々な解き方で練習しよう。

＊ 鏡の公式は、凹面鏡はfが正、凸面鏡はfが負。a は鏡の手前が基本（正)、b も鏡の手前が基本(正)とまとめられる。しかし、レンズの公式と混ざって危険。f や b の関係がレンズとあべこべなので間違えやすい。覚えない方がいい。出題された時には作図から求めた方がよい。むしろレンズも作図から行うことを基本としておいた方がよい。