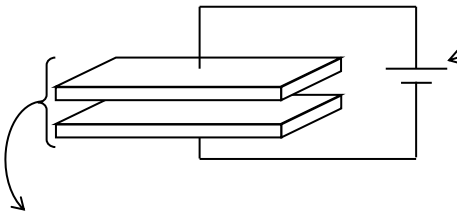
§　電磁気−第 2 章　　コンデンサー

テーマ 1　コンデンサーの構造と電池の機能

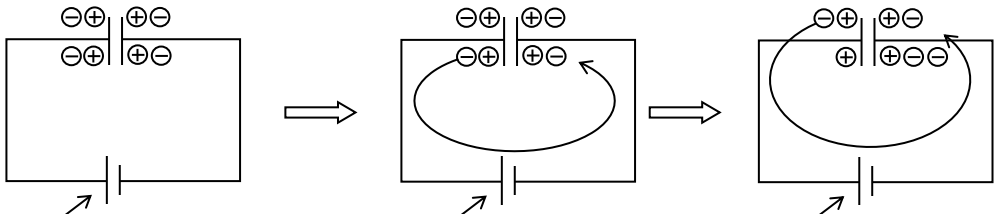
コンデンサーは、電気をためることができる装置である。



電池
『電位を上げる効果』をもつ。
長い方が＋極、短い方が－極。

コンデンサー
物自体は、金属板を 2 枚向い合せただけのもの。接触はしていない。これに電気がたまる。
回路記号は　　電池と似てる。

≪充電の過程≫
コンデンサーに電源をつないで電気をためることを『充電』という。充電の流れを見てみよう。

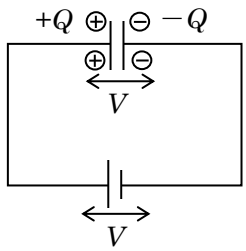


V〔V〕の電池は＋極とつながっている左の極板を V〔V〕高い状態にしたい。(今はなってない。)

電荷を移動させて、左の極板の電位を高くする。

コンデンサーの電位差が電池の電位差と同じになるまで運び続ける。

電荷が偏った分だけ図に示すと



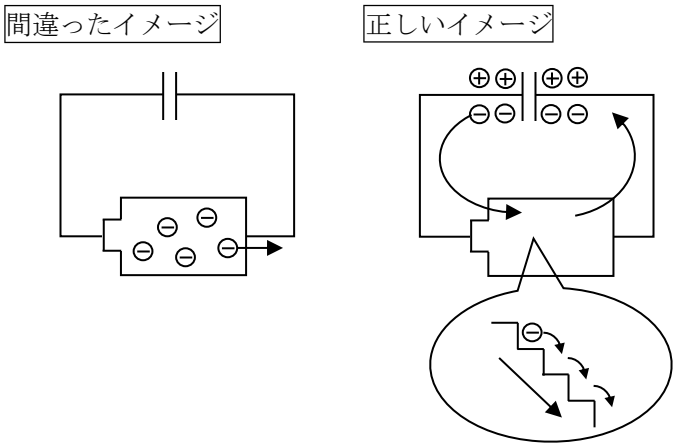
電池の電圧と、極板の電位差が同じになると電荷の移動が終わる。
これで『充電完了』

＊『電圧』と『電位差』は同じ意味の言葉。『電池の電位差』と表現してもよい。電池の電位差を『起電力』とも呼ぶ。

間違えやすい電池の役割

電池は電荷をたくさん蓄えていて、コンデンサーに電荷を送り込んでいる、というイメージは間違い。正しいイメージはエスカレーターである。

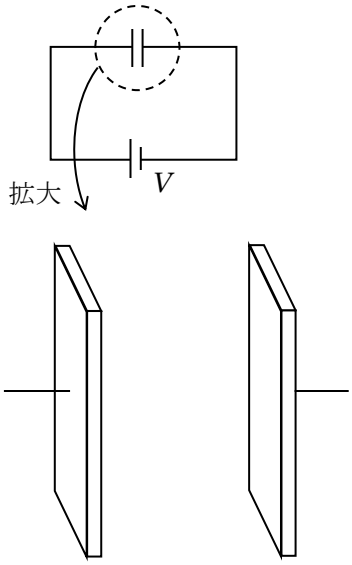
電池につながった導体が持っている電荷を、自動で運んでしまう装置なのである。



テーマ 2　V と Q の関係　～ 電気容量 C ～

コンデンサー間の電位差 V と、たまる電気量 Q の関係を考えてみる。

問題 1　コンデンサーの電気容量 C



面積 S の極板を距離 d だけ離して設置して、コンデンサーとした。これに起電力 V の電池をつなぎ、充電をしたところ、極板にたまった電気量は Q となった。クーロンの法則の比例定数を k とする。

(1) ガウスの法則より、電気量 Q からでる電気力線の本数は何本か。

(2) 極板の間を通っている電気力線の本数は何本か。

(3) 電気力線の本数から、極板間の電場の強さはいくらといえるか。

(4) 電位差 V と極板間の距離 d から、極板間の電場の強さはいくらといえるか。

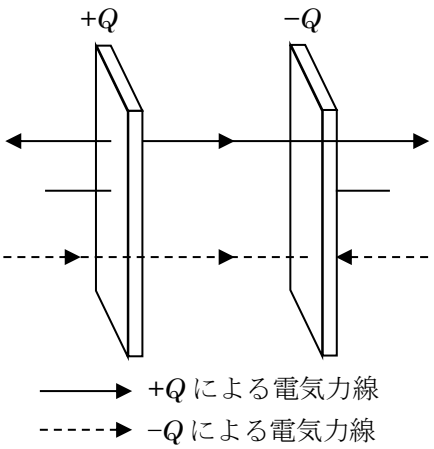
(5) 前問(3)、(4)から、Q と V の関係式を導け。

問題１解答 (1) $4\pi kQ$　(2) $4\pi kQ$　(3) $E=\dfrac{4\pi kQ}{S}$ (4) $E=\dfrac{V}{d}$　(5) $Q=\dfrac{S}{4\pi kd}\times V$

問題１解説

(1) ガウスの法則より $4\pi kQ$ 本

(2) 左の極板に＋Q、右の極板に－Q の電荷がたまっており、それぞれの電荷からでる電気力線を考える。



左図のように電気力線をかけて、極板の外では逆向きの電気力線の合成で打ち消しあい、0 となる。極板の間では、同じ向きの電気力線の合成となり、それぞれの本数を足し算する。

＋Q の出す電気力線は全部で $4\pi kQ$ 本だが、これは両面に出ているので、片側に出ている本数は $2\pi kQ$ 本である。$-Q$ も同様に片側には $2\pi kQ$ 本の電気力線を作る。

極板の間では、これらを足し算した本数の電気力線があるので、全部で $4\pi kQ$ 本あることになる。

(3) 電気力線の定義『1 m² を貫く電気力線の本数が電場 E』より、電気力線の本数を面積で割れば電場を求めることができる。

$$\therefore E=\frac{4\pi kQ}{S}\quad(\cdots①式)$$

(4) 電位の傾きが電場なので、電位差を極板間の距離で割れば電場が求まる。

$$\therefore E=\frac{V}{d}\quad(\cdots②式)$$

(5) ①式と②式を連立して Q についての関係式にする。

$$\frac{4\pi kQ}{S}=\frac{V}{d}$$

$$\therefore\ Q=\frac{S}{4\pi kd}\times V$$

この関係式を真空の誘電率 $\varepsilon_0=\dfrac{1}{4\pi k}$ を用いて表すと、$Q=\varepsilon_0\dfrac{S}{d}\times V$ と書ける。この $\varepsilon_0\dfrac{S}{d}$ を『真空でのコンデンサーの電気容量』という。

真空での電気容量 C の定義（覚える）

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$$ 単位〔F〕　読み：ファラド

・極板間距離 d が小さい方が、電気容量は大きい。
（近いと電気的に強力になるイメージ）

・極板の面積 S が大きい方が、電気容量は大きい。
（面が大きいといっぱい電気をためられるイメージ）

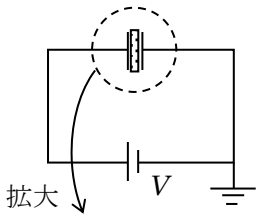
電気容量 C と電位差 V とためられる電気量 Q の関係

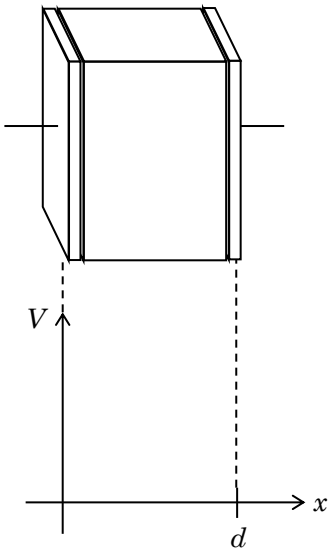
公式　$Q = CV$

・電気容量 C が大きいとたまる電気量 Q が大きい

・極板間の電位差 V が大きいほどたまる電気量 Q が大きい。

問題 2　誘電体をはさんだときの変化





面積 S の極板を距離 d だけ離して設置して、コンデンサーとした。これに起電力 V の電池をつなぎ、充電をしたところ、極板にたまった電気量は Q となった。その後、充電をおえたコンデンサーに、誘電体（絶縁体）をはさんだ。

(1) 誘電体をはさむ前の $V-x$ グラフをかけ。

(2) このコンデンサーの電気容量 C を Q と V で示せ。

(3) 誘電体をはさんだ直後の $V-x$ グラフをかけ。

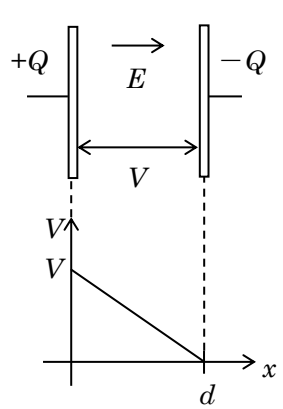
(4) 誘電体をはさむと電位差が小さくなるが、電池がつながっているので、電位差を V にする動きが起こる。さらに電荷 ΔQ が運ばれて、極板に $Q+\Delta Q$ の電気量がたまった。このときの $V-x$ グラフをかけ。

(5) 誘電体をはさんだ後の電気容量を Q、ΔQ、V を用いて示せ。

問題２解答 (1)(3)(4) グラフは解説参照　　(2) $C = \frac{Q}{V}$　(5) $C' = \frac{Q+\Delta Q}{V}$

問題２解説

(1)

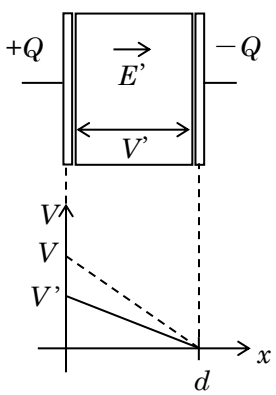


＋に帯電した電荷の方が V〔V〕電位が高く、電場 E が一様なので、その傾きは一定で直線のグラフとなる。

(2) $Q = CV$ という関係があるので、

$$C = \frac{Q}{V}$$

(3)

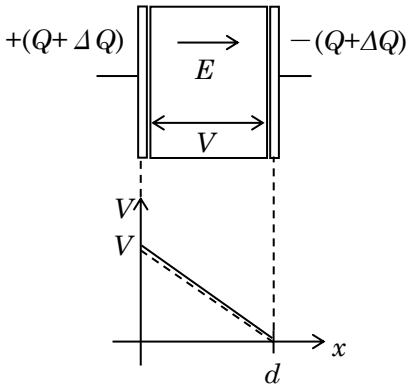


誘電体をはさむと誘電分極が起きる。今回は誘電体の左側に－、右側に＋が少しだけ現れる。その結果、誘電体内に左向きの電場が少しだけ生まれる。結果として元の電場 E を少しだけ弱める。

電場が弱まるということは、電位の傾きが小さくなるということなので、左図のようなグラフになり、電位差が少し小さくなるといえる。

（アースがつながっているところが０Ｖの基準なので、－の極板を０Ｖとして、そこからグラフを書く。）

(4) 前問(3)のように、誘電体をはさんだ直後は、極板の電位差が小さくなるが、電池がつながっていると、極板の電位差を元の V にしようとする。電位差が V に戻るまで、追加の電荷を運ぶのである。これを図にすると以下のようになる。



ちなみに、電位差が(1)と同じになっているので、電場 E も(1)と同じに戻る。

(5) V〔V〕の電位差で $Q + \Delta Q$ の電荷をためているので、以下のように立式できる。

$$Q + \Delta Q = C' V$$

$$\therefore\ C' = \frac{Q+\Delta Q}{V}$$

誘電体をはさむと電気容量はパワーアップするのだ。

誘電体をはさむことでのパワーアップは 2 通りの方法で数式化されている。紛らわしいので特に意識して習得しておこう。

① 誘電体の素材ごとに違った値を持つ『**誘電率** ε』を用いて、電気容量の式に組み込む。

誘電率 ε

真空での電気容量 $C_0 = \varepsilon_0 \dfrac{S}{d}$

誘電率 ε の誘電体をはさんだときの電気容量 $C' = \varepsilon \dfrac{S}{d}$

② 真空の時に比べてどれくらい大きくなったかの割合を示す『**比誘電率** ε_r』を用いる。

比誘電率 ε_r

真空での電気容量 $C_0 = \varepsilon_0 \dfrac{S}{d}$

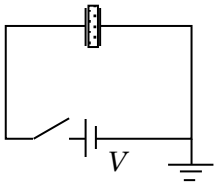
$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ といえる

↓

比誘電率 ε_r の誘電体をはさんだときの電気容量 $C' = \varepsilon_r C_0 = \varepsilon_r \varepsilon_0 \dfrac{S}{d}$

問題文で誘電率 ε を与えられているのか、比誘電率 ε_r を与えられているのかで、使う式が変わるので気をつけよう。

問題 3 電池を切り離したときの変化



面積 S の極板を距離 d だけ離して設置して、コンデンサーとした。これに起電力 V の電池をつなぎ、スイッチを入れて充電をした。その後、スイッチを切ってからコンデンサーに、誘電率 ε の誘電体（絶縁体）をはさんだ。真空の誘電率を ε_0 とする。

(1) 誘電体をはさむ前のコンデンサーに充電された電気量はいくらか。

(2) 誘電体を挿入した後のコンデンサーの電気容量 C' はいくらか。

(3) スイッチを切ってから誘電体を挿入すると、切れている場所が行き止まりとなり、電位差が減っても、電池は電荷を運ぶことができない。よって電位差は下がったままとなる。変化後の電気容量を利用して、挿入後の極板間の電位差 V' を求めよ。

(4) 誘電体をはさむ前後で極板間の電位差は何倍になったといえるか。

(5) 電位差が(4)のように変化しているということは、電場も同様に変化し、電気力線の本数も同様に変化しているといえる。誘電体を挿入した後の、極板間の電気力線の本数を、ε、Q を用いてそれぞれ示せ。

問題３解答 (1) $Q=\varepsilon_0\frac{S}{d}V$　(2) $C'=\varepsilon\frac{S}{d}$　(3) $V'=\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}V$　(4) $\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}$ 倍　(5) $\frac{Q}{\varepsilon}$ 本

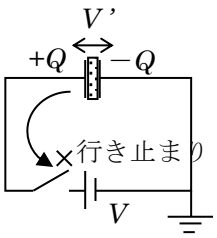
問題３解説

(1) 電気容量 C の公式より $C=\varepsilon_0\frac{S}{d}$であり、これに電圧 V をかけているので、$Q=CV$ より

$$Q=\varepsilon_0\frac{S}{d}V$$

(2) 電気容量 C の公式より $C'=\varepsilon\frac{S}{d}$

(3)



電池を切り離してから誘電体を挿入すると、電荷の移動が行われない。結果、誘電体を挿入して下がってしまった電位は、下がったままとなる。

電気容量が $C'=\varepsilon\frac{S}{d}$に変化しており、たまっている電荷は前問(1)での $Q=\varepsilon_0\frac{S}{d}V$ のままなので、$Q=CV$ より、

$$\varepsilon_0\frac{S}{d}V=\varepsilon\frac{S}{d}\times V'$$

$$\therefore V'=\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}V$$

(4) 前問(3)の答えから、$\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}$ 倍となっているといえる。

(5) 挿入前の電気力線の本数は、ガウスの法則より$\frac{Q}{\varepsilon_0}$である。挿入後は、前問(4)の結果から $\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}$ 倍になっているといえるので、

$$\frac{Q}{\varepsilon_0}\times\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} \Rightarrow \frac{Q}{\varepsilon}\text{ 本}$$ といえる。

ガウスの法則の拡大

コンデンサーが Q〔C〕の電荷をためたとき、極板間の電気力線の本数は

真空のときは $\frac{Q}{\varepsilon_0}$ 本　、　誘電率 ε の誘電体で満ちているときは $\frac{Q}{\varepsilon}$ 本

これは暗記しておいた方がよい。

コンデンサーの耐電圧

コンデンサーに高い電圧をかけすぎると、空気中を通電してしまい、電荷をためることができない。あまり聞かれない項目だけれど、知っておこう。

テーマ 3 コンデンサーを含む回路 ～全部の回路問題に対応する解法～

コンデンサーを複数つないだり、スイッチを切り替えたりする問題では、ある解法テクニックを習得する必要がある。

コンデンサーを含む回路の解法

① スイッチオンの直後と、十分時間後の**作図**をし、不明数を文字でおく。

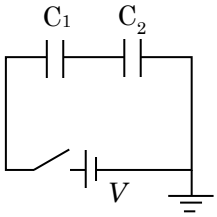
② **電位の式 ⇒ 電気量保存の式 ⇒ $Q = CV$ の式** を立てる。

③ 連立して不明数を求める。

＊ コンデンサーの並列接続の公式、直列接続の公式、という物がありそれらを活用した解法もあるが、その公式は**使っていい場合を見極めるのが難しい**ため、この解法に慣れるまでは封印する。

次の問題は、この解法の誘導になっています。読みながら理解して練習しましょう。

問題 4 (重要)電気量の保存



電気容量が C のコンデンサーC_1 と、$2C$ のコンデンサーC_2 と起電力 V の電池を図のように接続した。各コンデンサーははじめ電気を持っていなかったとする。

(1) スイッチを入れて十分時間がたったときの作図をせよ。その際、C_1 にたまる電気量を Q_1、電位差を V_1、C_2 にたまる電気量を Q_2、電位差を V_2 として図に書き込め。

(2) 電池の起電力 V と V_1、V_2 の関係式をたてよ。その際、回路を1周する経路での電位のアップダウン図を書け。

(3) 電気量の保存を用いて Q_1、Q_2 の関係式をたてよ。

(4) $Q = CV$ の関係式を C_1、C_2 のそれぞれでたてよ。その際、Q_1、Q_2、V_1、V_2、C の文字を用いよ。

(5) 前問(2)～(4)までの式を利用して V_1、V_2 を V を用いて表せ。

(6) Q_1、Q_2 の大きさ C、V を用いて表せ。

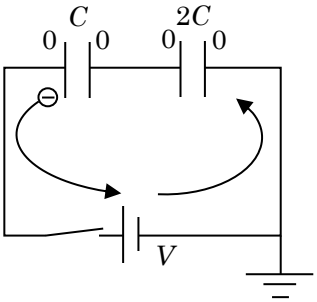
問題 4 解答 (1) 解説参照 (2) $V = V_1 + V_2$ (3) $Q_1 = Q_2$ (4) $Q_1 = CV_1$ $Q_2 = 2CV_2$

(5) $V_1 = \frac{2V}{3}$ $V_2 = \frac{V}{3}$ (6) $Q_1 = \frac{2CV}{3}$ $Q_2 = \frac{2CV}{3}$

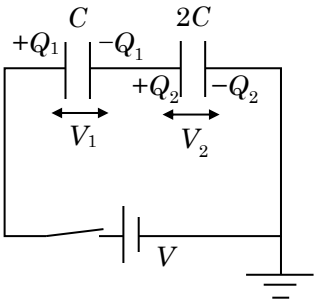
問題 4 解説

(1) 実際に解くときは、以下のような 2 つの図を書けるようにしよう。

スイッチを入れた直後



十分時間後



スイッチを入れた直後は
電気量 Q が書いてあればOK
電荷の移動方向を意識
十分時間後は
Q、C、V 全部書く
向かい合う極板の電気量
は必ず同じ大きさになる

(2) 電位の式を立てるときは、**回路の色分け**をして、**電位のアップダウン図**を書く。**(超重要)**

回路の色分けについて

（色分けのメリット）

・同じ電位の場所や、電位のアップダウンをイメージしやすくする。

（色分けの仕方）

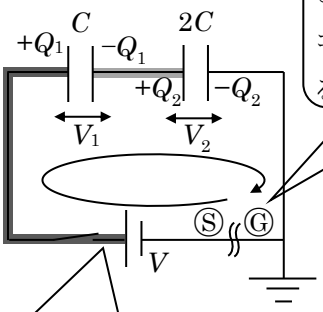
・同じ導体内では電位が変化しないので、**導線でつながっている場所は全て同じ色**。

・電池は強制的に起電力の分だけ電位を上げる。

・コンデンサーは電荷が溜まっていたら電位差があり、違う色となる。

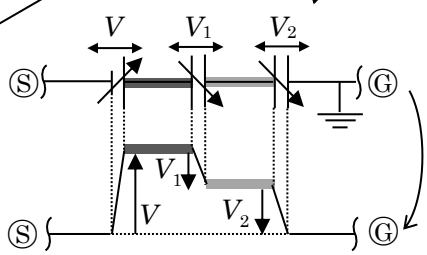
・アースにつながっている場所が 0 V の基準となる。

十分時間後



どこかをスタートⓈとゴールⓖにして 1 周する経路を探す

きりひらいて一直線にする



アップダウン図にする。
色ごとに高さ(電位)が違う。
Ⓢとⓖは同じ導線なので
必ず元の高さに戻る。

濃い線、薄い線、塗りなしで色分け。電池、コンデンサーの箇所で色が変わる

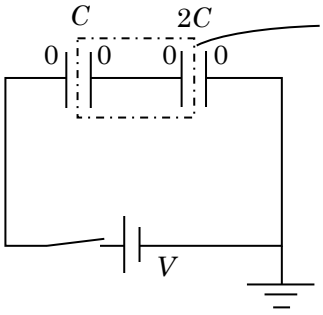
図より、$V = V_1 + V_2$　という式が立てられる。・・・答

この (起電力の和) = (電圧降下の和)となる法則を

キルヒホッフ第 2 法則という。

(3) 電気量の保存は、スイッチを入れた直後と、十分時間後の 2 つの図を見比べ、立式する。

スイッチを入れた直後



この部分は**独立した導体**なので、外との電気のやりとりがない

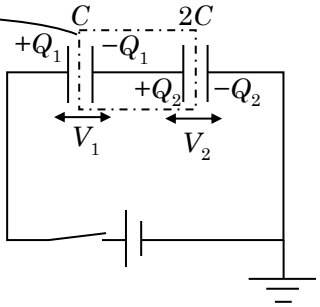
⇒前後で電気量の和が保存する

⇒(前) = (後)

$0 = -Q_1 + Q_2$

$\therefore\ Q_1 = Q_2$ …答

十分時間後



(4) $Q = CV$ の式はコンデンサーごとに立てる式で、コンデンサーの電位差 ΔV とたまる電気量 Q の関係を示している。

$\boxed{C_1}$ $Q_1 = CV_1$　　$\boxed{C_2}$ $Q_2 = 2CV_2$

(5) ここまで立てた式を整理して、解いてみる。

$V = V_1 + V_2$・・・①式

$Q_1 = Q_2$ ・・・②式

$Q_1 = CV_1$ ・・・③式

$Q_2 = 2CV_2$・・・④式

②に③と④を代入

$CV_1 = 2CV_2$

整理して、

$V_1 = 2V_2$

これを①に代入して、

$V = 2V_2 + V_2$

$\therefore\ V_2 = \dfrac{V}{3}$・・・答

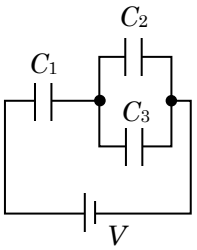
$V_1 = 2V_2$ に代入して、

$V_1 = \dfrac{2V}{3}$・・・答

(6) ③、④の $Q = CV$ の式に前問(5)で求めた V_1、V_2 を代入して、

$Q_1 = \dfrac{2CV}{3}$　　$Q_2 = \dfrac{2CV}{3}$

問題 5 電気量の保存



図のように、$C_1 = 3.0\,\mu$F、$C_2 = 2.0\,\mu$F、$C_3 = 4.0\,\mu$F のコンデンサーを接続し、$V = 30$ V の電源につなぐ。各コンデンサーは、はじめ電荷を持っていなかったとして、次の各問いに答えよ。

(1) スイッチを入れて十分時間がたったときの作図をせよ。その際、C_1 にたまる電気量を Q_1、電位差を V_1、C_2 にたまる電気量を Q_2、電位差を V_2、C_3 にたまる電気量を Q_3、電位差を V_3 として図に書き込め。

(2) 回路の色分けを行い、V_2 と V_3 の関係を求めよ。

(3) 1 周する経路を見たて、電位のアップダウン図をかき、V_1 と V_2 の関係式を立てよ。

(4) 電気量の保存を用いて Q_1、Q_2、Q_3 の関係式をたてよ。

(5) $Q = CV$ の関係式を C_1、C_2、C_3 のそれぞれでたてよ。その際、V_1、V_2 の文字を用いよ。

(6) 前問(3)〜(5)までの式を利用して V_1、V_2 を求めよ。

(7) Q_1、Q_2、Q_3 の大きさを求めよ。

問題 5 解答 (1) 解説参照 (2) $V_2 = V_3$ (3) $30 = V_1 + V_2$ (4) $Q_1 = Q_2 + Q_3$

(5) $Q_1 = 3V_1$、$Q_2 = 2V_2$、$Q_3 = 4V_2$

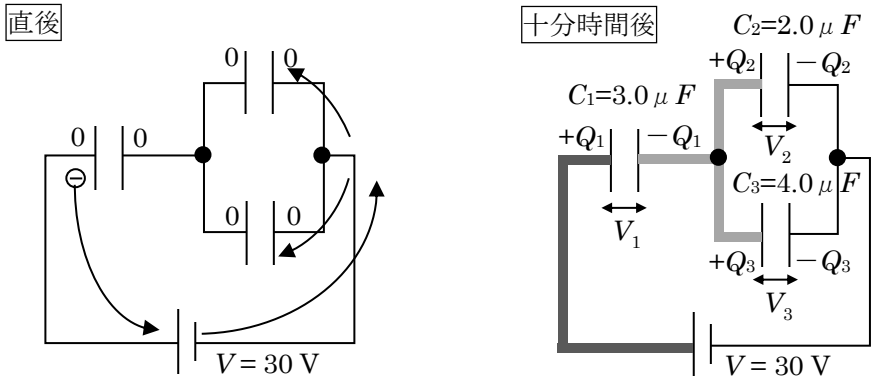
(この立式は通常問題の途中で出てくる途中式であるので、電気容量を μF のまま立式して、この後も扱いやすい形にしている。問題として出た時は 10×10^{-6} をつけて F で立式した方が良い。)

(6) $V_1 = 20$ V 、$V_2 = 10$ V

(7) $Q_1 = 6.0\times10^{-5}$ C 、$Q_2 = 2.0\times10^{-5}$ C 、$Q_3 = 4.0\times10^{-5}$ C

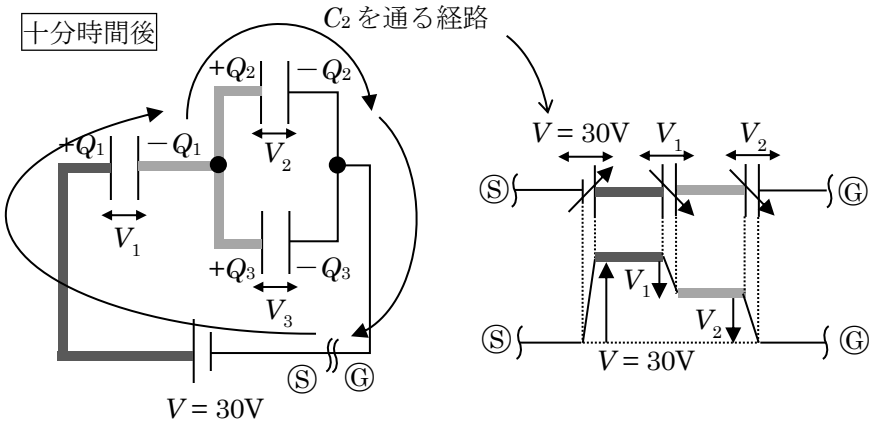
問題５解説

(1) コンデンサーの問題では、かなり情報量が増えるので、図を大きく書くようにしよう。



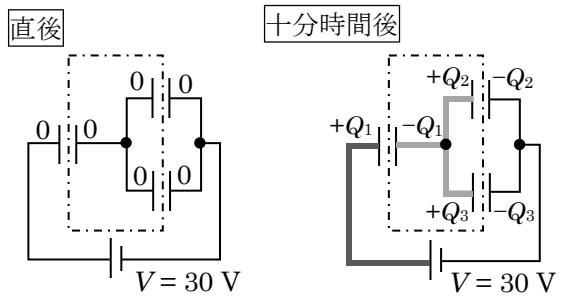
(2) 同じ導線では必ず同じ色、というルールを使って色分けをすると上右図のようになる。
V_2 と V_3 は、どちらも『薄い線→塗り無し』の色の変化なので、$V_2 = V_3$ とわかる（答）
色分けを行うと、このように電位差が同じ場所に気づきやすくなるのである。

(3) 電池の手前にスタート地点を作って、１周する経路を見立てる。今回は、C_2 を通る経路を考えてみる。



電位のアップダウン図をから、30〔V〕 $= V_1 + V_2$ といえる。

(4)



左図の囲んである部分が独立した導体であり、ここで電気量が保存する。

前 ＝ 後

$0 = -Q_1 + Q_2 + Q_3$

$\therefore Q_1 = Q_2 + Q_3$

問題 5 解説続き

(5) 公式 $Q = CV$ から立式する。（電気容量は〔μF〕のまま立式している。）

C_1 $Q_1 = 3V_1$　　C_2 $Q_2 = 2V_2$　　C_3 $Q_3 = 4V_3$ ⇒前問(2)より $V_2 = V_3$ なので、$Q_3 = 4V_2$

(慣れると $V_2 = V_3$ は問題を解く前にわかる関係なので、あえて V_3 という不明数を設定せずに、初めから C_3 は V_2 の電位差であると作図してもよい。)

(6) 立てた式を整理して連立してみる。

$V_2 = V_3$ ← 前問(5)で V_3 を消去するのに使用

$30 = V_1 + V_2$ ・・・①式

$Q_1 = Q_2 + Q_3$ ・・・②式

$Q_1 = 3V_1$ ・・・③式

$Q_2 = 2V_2$ ・・・④式

$Q_3 = 4V_2$ ・・・⑤式

②に③、④、⑤を代入

$3V_1 = 2V_2 + 4V_2$

整理して

$V_1 = 2V_2$

これを①式に代入して、

$30 = 2V_2 + V_2$

$\therefore V_2 = 10\ \mathrm{V}$ ・・・答

$V_1 = 2V_2$ にこれを代入して、

$V_1 = 20\ \mathrm{V}$ ・・・答

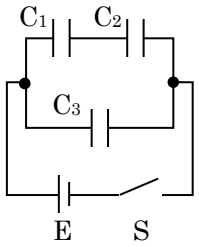
(7) $Q = CV$ の公式に代入していく。電気容量を μF で計算すると電気量が μC の単位で求まることに注意する。

C_1 $Q_1 = 3.0$〔μF〕$\times 20$〔V〕$= 60\ \mu\mathrm{C} = 6.0\times10^{-5}\ \mathrm{C}$

C_2 $Q_2 = 2.0$〔μF〕$\times 10$〔V〕$= 20\ \mu\mathrm{C} = 2.0\times10^{-5}\ \mathrm{C}$

C_3 $Q_3 = 4.0$〔μF〕$\times 10$〔V〕$= 40\ \mu\mathrm{C} = 4.0\times10^{-5}\ \mathrm{C}$

問題 6 電気量の保存



図において、C_1、C_2、C_3 は電気容量がそれぞれ 20 μF、30 μF、40 μF のコンデンサー、E は 20 V の電池、S はスイッチである。はじめ、すべてのコンデンサーの電気量は 0 であり、スイッチ S は開いてある。次の各問に答えよ。

(1) スイッチ S を閉じて十分時間がたった後、C_1、および C_2 に加わる電圧はそれぞれいくらか。

(2) スイッチ S を閉じて十分時間がたった後、C_1、C_2、C_3 に蓄えられる電気量はそれぞれいくらか。

問題 6 解答 (1) C_1：12 V　　C_2：8.0 V

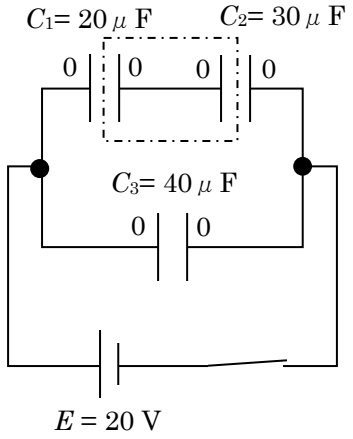
(2) C_1：2.4×10^{-4} C　　C_2：2.4×10^{-4} C　　C_3：8.0×10^{-4} C

問題 6 解説

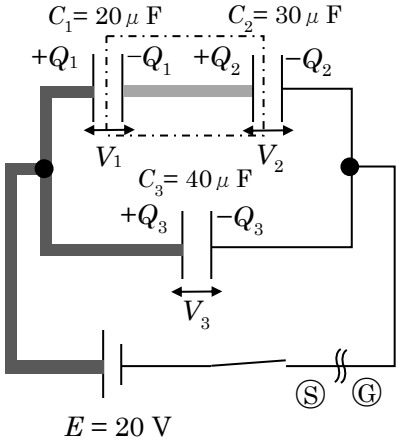
(1) 作図 → 不明数の設定 → 電位の式 → 電気量保存 → $Q = CV$ → 連立

の流れは変わらない。落ち着いて処理して行こう。

直後



十分時間後

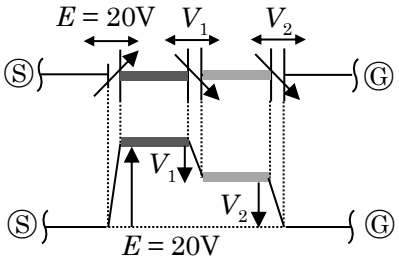


電位の式

・色分けをすると、電池 E と V_3 がどちらも『濃い線→塗り無しの線』という変化なので、

$E = V_3$ $\therefore V_3 = 20$ 〔V〕 …①式

・『Ⓢ→電池 E→C_1→C_2→Ⓖ』 という経路を考える



左図のようにかけるので

$20 = V_1 + V_2$ …②式

電気量の保存

上図の四角で囲まれている独立部分で電気量の保存の式を立てると、

前 = 後

$0 = -Q_1 + Q_2$

$\therefore Q_1 = Q_2$ …③式

$Q = CV$ の式

C_1 $Q_1 = 20 \times V_1$ …④式　C_2 $Q_2 = 30 \times V_2$ …⑤式　C_3 $Q_3 = 40 \times V_3$

⇒①式より $V_3 = 20$ 〔V〕 なので

$Q_3 = 40$ 〔μF〕 $\times 20$ 〔V〕

$= 800$ 〔μC〕 $= 8.0 \times 10^{-4}$ 〔C〕 (2)答

式を整理して連立する

$V_3 = 20$ 〔V〕　…①式　←Q_3を出すのに利用した

$20 = V_1 + V_2$ …②式

$Q_1 = Q_2$ …③式

$Q_1 = 20V_1$ …④式

$Q_2 = 30V_2$ …⑤式

③に④、⑤を代入

$20V_1 = 30\ V_2$

整理して

$V_1 = \frac{3}{2}V_2$

これを②式に代入して

$20 = \frac{3}{2}V_2 + V_2$

$\therefore\ V_2 = 8.0$ 〔V〕

これを $V_1 = \frac{3}{2}V_2$ に代入して

$V_1 = \frac{3}{2} \times 8.0 = 12$ 〔V〕

よって、C_1にかかる電圧：12 V　　C_2にかかる電圧：8.0 V　・・・(1)答

(2)　$Q = CV$ の式に求めた電圧を代入していく。

C_1 $Q_1 = 20$ 〔μF〕 $\times 12$ 〔V〕
$= 240$ 〔μC〕 $= 2.4 \times 10^{-4}$ 〔C〕

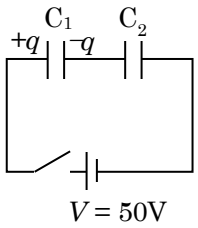
C_2 $Q_2 = 30$ 〔μF〕 $\times 8.0$ 〔V〕
$= 240$ 〔μC〕 $= 2.4 \times 10^{-4}$ 〔C〕

C_3は(1)を解く過程で出てきている。再度計算式を示すと、

色分けから $V_3 = 20$ 〔V〕 とわかるので

$Q_3 = 40$ 〔μF〕 $\times 20$ 〔V〕
$= 800$ 〔μC〕 $= 8.0 \times 10^{-4}$ 〔C〕

問題 7　充電済みコンデンサーの接続



10 V の電圧で充電された 3.0 μ F のコンデンサーC_1に、充電されていない 2.0 μ F のコンデンサーC_2、スイッチ S、50 V の電池を図のように接続し、スイッチ S を閉じた。

(1) スイッチ S を閉じる前に C_1 にたくわえられていた電気量 q はいくらか。

(2) スイッチ S を閉じて十分時間がたった後、C_1、C_2 の両端の電圧はそれぞれいくらになるか。

(3) スイッチ S を閉じて十分時間がたった後、C_1、C_2 にたくわえられる電気量はそれぞれいくらになるか。

問題 7 解答　(1) 3.0×10^{-5} C（30 μ C）　(2) C_1 : 26 V　C_2 : 24 V

(3) C_1 : 7.8×10^{-5} C（78 μ C）　C_2 : 4.8×10^{-5} C（48 μ C）

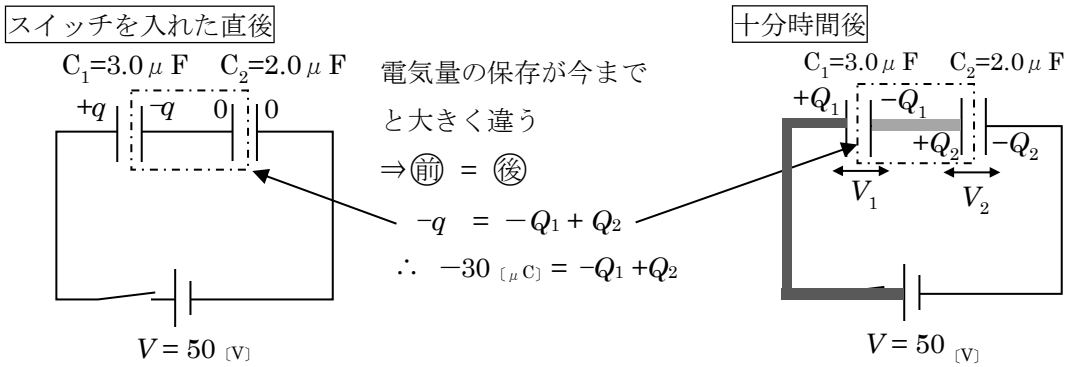
問題 7 解説

(1) $Q = CV$ より、

$q = 3.0$〔μF〕$\times 10$〔V〕$= 30$〔μC〕$= 3.0\times10^{-5}$〔C〕

＊次の問題では、扱いやすいように μ C の単位で出したものを使う。

(2)



電位の式を立てると

$V = V_1 + V_2$

$\therefore\ 50 = V_1 + V_2$ … ①式

電気量の保存の式を立てると、上の図より、

$-q = -Q_1 + Q_2$

$\therefore\ -30$〔μC〕$= -Q_1 + Q_2$ … ②式

問題 7 解説続き

$Q = CV$ の式を立てると

C_1 $Q_1 = 3.0$〔μF〕$\times V_1$… ③式　　C_2 $Q_2 = 2.0$〔μF〕$\times V_2$… ④式

式を整理して連立する

$50 = V_1 + V_2$ … ①式

$-30 = -Q_1 + Q_2$ … ②式

$Q_1 = 3V_1$… ③式

$Q_2 = 2V_2$… ④式

②式に③、④を代入

$-30 = -3V_1 + 2V_2$ …②'式

①式を変形して

$V_1 = 50 - V_2$

これを②'式に代入して V_2 について解くと

$-30 = -3(50 - V_2) + 2V_2$

$5V_2 = 120$

$\therefore V_2 = 24$〔V〕・・・答

①式を変形した $V_1 = 50 - V_2$ の式にこれを代入して、

$V_1 = 50 - 24$

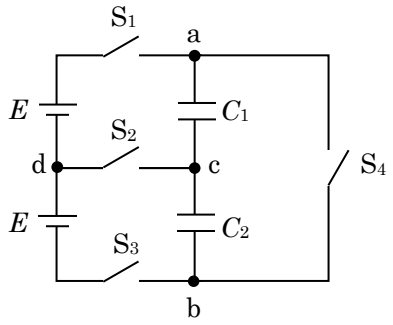
$\therefore V_1 = 26$〔V〕・・・答

(3) $Q = CV$ の式に、前問(2)で求めた電圧を代入して

C_1 $Q_1 = 3.0$〔μF〕$\times 26$〔V〕　　C_2 $Q_2 = 2.0$〔μF〕$\times 24$〔V〕

$= 78$〔μC〕$= 7.8\times10^{-5}$〔C〕　　$= 48$〔μC〕$= 4.8\times10^{-5}$〔C〕

問題 8 難 少し複雑な接続



図において、$C_1 = 6.0\,\mu$F、$C_2 = 4.0\,\mu$F、$E = 10$ V で S_1、S_2、S_3、S_4 はスイッチである。はじめ C_1、C_2 のコンデンサーには電荷はなくスイッチは開かれていた。

(1) スイッチ S_1、S_3 を閉じるとき、C_2 のコンデンサーにたくわえられる電気量と加わる電圧を求めよ。

(2) さらに S_2 を閉じるとき、S_2 を流れる正電荷はどちら向きに何 C か。

(3) 前問(2)の状態で S_1、S_3 を開き、S_4 を閉じた。a と c の電位はどちらがどれだけ高いか。

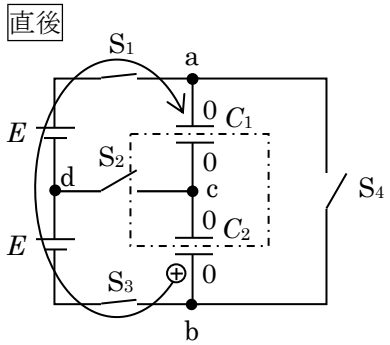
問題 8 解答 (1) $Q_2 = 4.8\times10^{-5}$〔C〕（48〔μF〕） $V_2 = 12$ V

(2) c→d の向きに 2.0×10^{-5} C (20 μC) (3) a が 2.0 V 高い

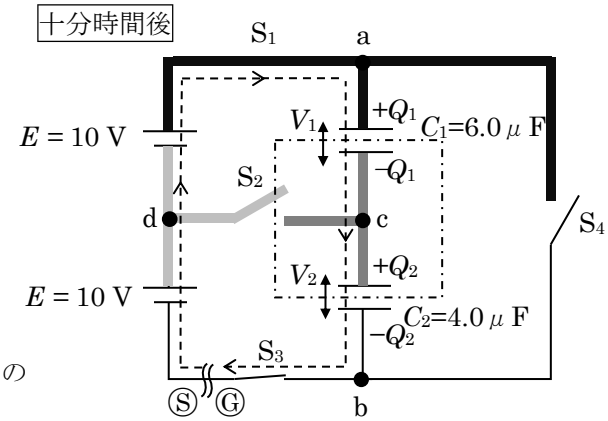
問題 8 解説

(1) スイッチ S_1、S_3 を閉じたときの作図をしてみる。

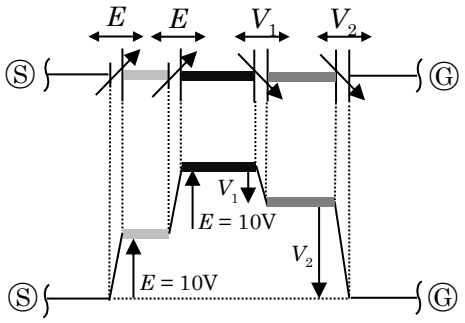
直後



十分時間後



今回は(2)の出題に合わせて電荷の移動を＋の電荷で考えてみる



S→E→E→C_1→C_2→G の経路(図の点線)でアップダウン図を考えると、

$10 + 10 = V_1 + V_2$ …①式

[ ] で囲まれている部分で電気量保存の式を立てると、

$0 = -Q_1 + Q_2$ …②式

$Q = CV$ より

$\boxed{C_1}$ $Q_1 = 6V_1$ …③式 $\boxed{C_2}$ $Q_2 = 4V_2$ …④式

②に③、④を代入して

$$0 = -6V_1 + 4V_2$$

これを変形して、$V_1 = \frac{2}{3}V_2$

①に代入して

$$10 + 10 = \frac{2}{3}V_2 + V_2$$

$$\therefore\ V_2 = 12\ [\mathrm{V}]\ \cdots \boxed{答}$$

この V_2 を $V_1 = \frac{2}{3}V_2$ に代入して

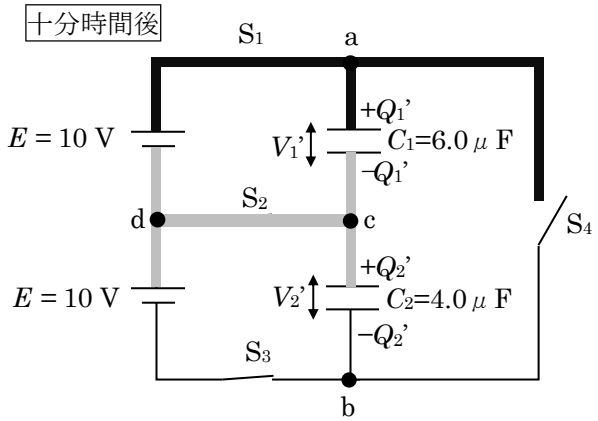
$$V_1 = 8.0\ [\mathrm{V}]$$

$Q = CV$ の式に代入して、

$Q_1\ [\mu\mathrm{C}] = 6.0\ [\mu\mathrm{F}] \times 8.0\ [\mathrm{V}]$
$= 48\ [\mu\mathrm{C}] = 4.8\times10^{-5}\ [\mathrm{C}]$

$Q_2\ [\mu\mathrm{C}] = 4.0\ [\mu\mathrm{F}] \times 12\ [\mathrm{V}]$
$= 48\ [\mu\mathrm{C}] = 4.8\times10^{-5}\ [\mathrm{C}]$

(2) 十分時間後の色分けがとても大切になる問題である。



十分時間後の色分けより、

V_1' : 濃い色→薄い色、これは上の電池と同じ電位差なので　$V_1' = 10\ [\mathrm{V}]$

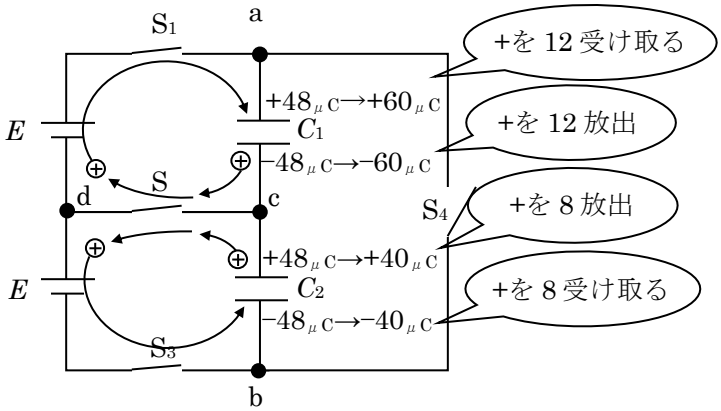
V_2' : 薄い色→塗り無し、これは下の電池と同じ電位差なので　$V_2' = 10\ [\mathrm{V}]$

$Q = CV$ より

$Q_1'\ [\mu\mathrm{C}] = 6.0\ [\mu\mathrm{F}] \times 10\ [\mathrm{V}] = 60\ [\mu\mathrm{C}]$

$Q_2\ [\mu\mathrm{C}] = 4.0\ [\mu\mathrm{F}] \times 10\ [\mathrm{V}] = 40\ [\mu\mathrm{C}]$

電気量の変化を整理する



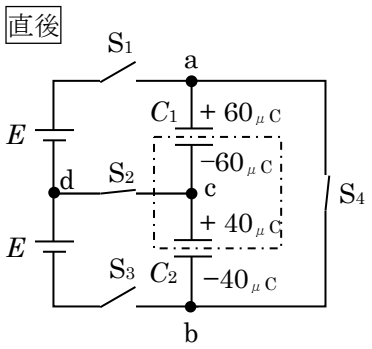
左図のように電荷が移動していると考えられるので、

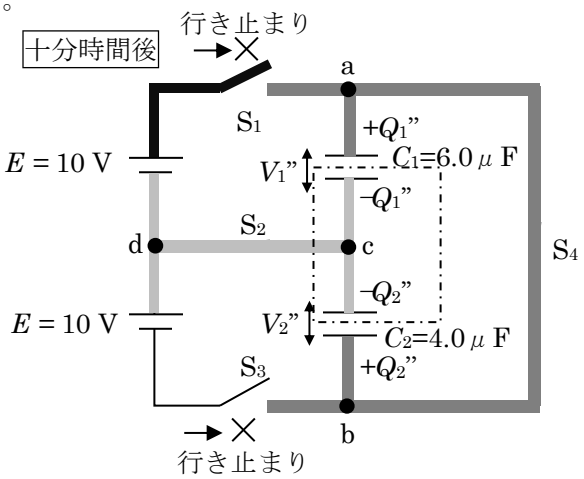
c→d の向きに

2.0×10^{-5} C (20 μ C)

電荷は移動している。

(3) 切り替え直後と十分時間後を作図する。





作図時のポイント

・未知数の電気量 Q_1”、Q_2”を設定する際、少し濃い線 ▬ と、薄い線 ▬ のどちらが電位が高いかを意識して、+と−の符号を考えないといけない。電位が高い方の極板に必ず+の電荷がくるようにする必要がある。

今回は少し濃い線 ▬ の方が電位が高いと仮定したので、上から$+Q_1$”、$-Q_1$”、$-Q_2$”、$+Q_2$”という順になっているのである。逆に考えても正しい答えは導ける（次ページ参照）。

⬚ で囲まれている部分の電気量の和が負になることから、薄い線 ▬ が低電位であるという見通しが立てられる。

・S_1 と S_3 が切れて行き止まりになっているので、S_2 を通っても電荷の移動は行えない。

実質 S_2 は切れている状況と同じになる。⇒ ⬚ で電気量が保存する。

これらのことより立式をしていくと、

色の差より、

$V_1" = V_2"$ …⑤式

電気量保存より

$-60 + 40 = -Q_1" + (-Q_2")$ ⇒ $20 = Q_1" + Q_2"$ …⑥式

$Q = CV$ より

$Q_1"$〔μC〕$= 6.0$〔μF〕$\times V_1"$〔V〕 …⑦式　　$Q_2"$〔μC〕$= 4.0$〔μF〕$\times V_2"$〔V〕…⑧式

⑥に⑦、⑧を代入して

$20 = 6V_1" + 4V_2"$

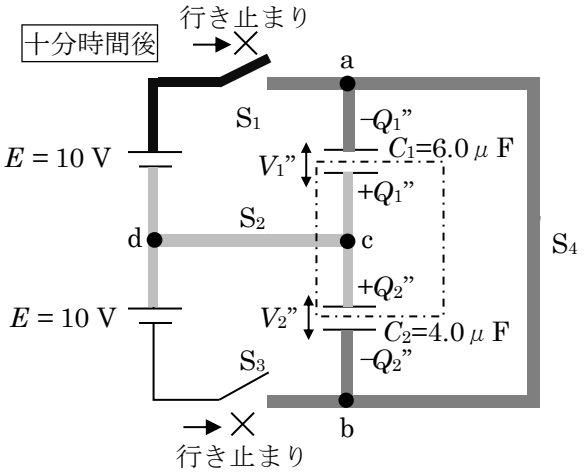
⑤より $V_1" = V_2"$ なので、

$20 = 6V_1" + 4V_1"$

$\therefore V_1" = 2.0$〔V〕

$V_1"$が正の値なので、少し濃い線 ▬ の方が電位が高いという仮定が正しかった、といえ、a と c では a の方が 2.0 V 高い、となる。

＊電位の仮定を逆にした場合はどうなるか



少し濃い線 ▬ の方が電位が低いと仮定したので、上から$-Q_1$”、$+Q_1$”、$+Q_2$”、$-Q_2$”という順になる。

色の差より

$V_1" = V_2"$ …⑤式

電気量保存より

$-60 + 40 = +Q_1" + Q_2"$

$-20 = Q_1" + Q_2"$ …⑥式

$Q = CV$ より

$Q_1"$〔μC〕$= 6.0$〔μF〕$\times V_1"$〔V〕 …⑦式　　$Q_2"$〔μC〕$= 4.0$〔μF〕$\times V_2"$〔V〕…⑧式

⑥に⑦、⑧を代入して

$-20 = 6V_1" + 4V_2"$

⑤より $V_1" = V_2"$ なので、

$-20 = 6V_1" + 4V_1"$

$\therefore V_1" = -2.0$ V

$V_1"$が負の値なので少し濃い線 ▬ の方が電位が低い、という仮定は逆だった、と判断できる。よって、a と c では a の方が 2.0 V 高い、となる。

ちなみに電気量も

$Q_1"$〔μC〕$= 6.0$〔μF〕$\times(-2.0)$〔V〕 $= -12$〔μC〕

と計算でき、負の結果となることから、仮定した＋、－と逆だったと結論を出すことになる。

Q の未知数の設定では、電位の色塗りによるアップダウンと、Q の符号がチグハグにならないように気をつけよう。今回の問題では、上から$+Q_1$”、$-Q_1$”、$+Q_2$”、$-Q_2$”とすると電位のアップダウンと矛盾が生じるので誤りとなるのである。