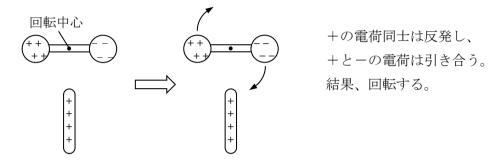
§ 電磁気-第4章 磁場

テーマ1 磁力(磁気力)

モデル

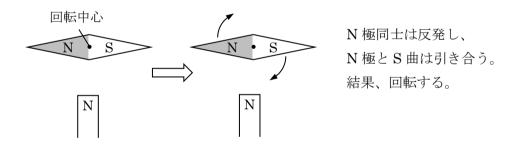
《静電気力》

+に帯電した球と、−に帯電した球を電気を通さない棒でつなぎ、自由に回転できるようにする。ここに+に帯電した棒を近づけると何が起こるか。



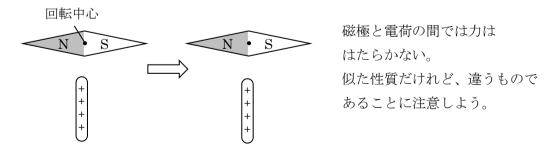
《磁力》

自由に回転できる磁石(磁針)に、棒磁石の N 極を近づけると何が起こるか。



《磁極と電荷》

自由に回転できる磁石(磁針)に+に帯電した棒を近づけると何が起こるか。



* +の電荷を帯びた棒、はあるけれど、N 極だけの棒、というものは作れない。N 極や S 極は必ずペアで物体に現れる。これを双極子と呼ぶ。N 極や S 極を単体で磁極と呼ぶ。

- コラム 永久双極子と誘起双極子 ------

磁石を鉄などに近づけると引力が発生しくっつく。これは、磁石が近づくことで鉄にも磁極が表れ、引力を発生させるからである。もともと磁極を持っているものを永久双極子と呼び、磁極を持ったものが近づくことで現れる磁極を誘起双極子と呼ぶ。

これは電荷の話での静電誘導や、誘電分極などと似ている。

誘起双極子は近づいてくる磁極に合わせて現れるため、鉄にN極を近づけると、鉄の表面にS極が表れてくっつき、磁石をひっくり返してS極を近づけても、鉄の表面にN極が表れくっつく。鉄にはどの極を近づけてもくっつくのだ。

テーマ2 磁力と磁場

《磁力》 静電気力と同様に、距離の逆2乗に比例した力が発生する。

公式

磁力 $|\vec{F}| = k_m \frac{|m_1||m_2|}{r^2}$

・k_m … 空間の材質で決まる<u>比例定数</u>

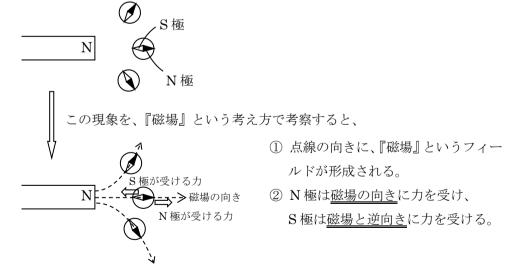
・m₁、m₂ … <u>磁気量</u> 磁極の強さを示す。

単位は〔Wb〕(読み:ウェーバ)

磁気量は、N極が正、S極が負となる

•r… <u>磁極間の距</u>離

《磁場》静電気力と電場Eの関係のように、磁力がはたらく向きに磁場Hを定義する。

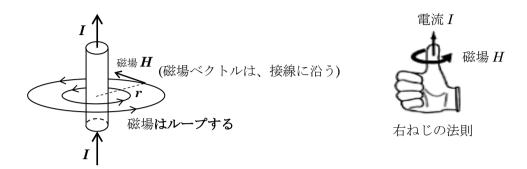


このとき、+1Wb の磁極が受けるときの力の大きさを磁場の強さと定義した。(電場 E と同じシステム)文字、単位、定義式をまとめると以下のようになる。

文字:H 単位:[N/Wb] = a-h>a-h>a-h 定義式 F=mH

テーマ3 電流の作る磁場

デンマークの物理学者エルステッドは、磁極以外にも磁力を発生させることを発見した。電流の周りに方位磁針を置くことで、磁場の向きを調べたところ、電流に対してループするように発生していることがわかった。これは『右ねじの法則』で考えることができる。

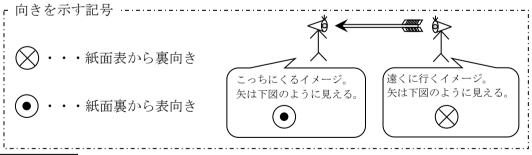


電荷の周りで磁場が発生するわけではなく、電流の周りで磁場が発生していることに注意。 動く電荷の周りで磁場が発生するのだ。

そして、磁場の強さは以下の公式で与えられる。

公式 電流の周りの磁場 $\overline{}$ $H=rac{I}{2\pi r}$ (暗記事項)

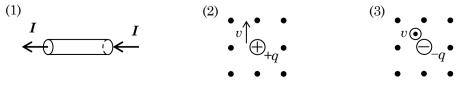
電磁気では、このように立体的な向きの議論をするために、紙面表から裏向き、紙面裏から 表向き、という向きを用いる。これを以下のような記号で示す。



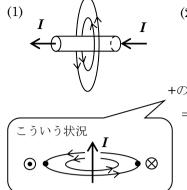
ConcepTest1 電流の周りの磁場 =

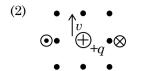
以下の状況で生じる磁場を(1)ではループで、(2)、(3)では各点の磁場ベクトルで示せ。

* (2)、(3)は1つの電荷が示された向きに移動している様子である。



ConcepTest1 解答





- +の電荷が上に動く
 - ⇒ 上向きに電流
 - ⇒ 右ねじでループを考え ると左右2箇所に磁場

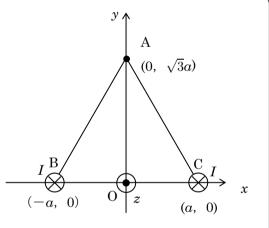


(3)

- -の電荷が裏→表向きに動く
- ⇒ 表→裏向きに電流
- ⇒ 右ねじで考えると、 紙面上にループの磁場
- ⇒ 斜めの点は距離が遠い ので、短い磁場ベクトル

問題 1 磁場の合成

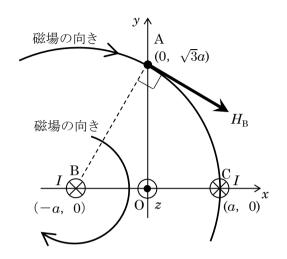
図のようにx軸、y軸、紙面に垂直に紙面の 裏から表にz軸をとる。無限に長い2本の平 行導線B、Cがz軸に平行に固定されており、 そのx-y平面上での座標は(-a,0)、(a,0)で ある。また、図のA点の座標は、 $(0,\sqrt{3}a)$ で ある。B、C各導体には、それぞれI[A]の電 流z軸の負方向に流れている。導体の存在によ り磁場は乱れないものとして、次の問いに答え よ。



- (1) 導体 B の電流による A 点のところの磁場の x 成分 H_{Bx} 、及び y 成分 H_{By} を求めよ。
- (2) 導体Bと導体Cの電流によるA点のところの磁場のx成分 H_x 及びy成分 H_y を求めよ。

問題 1 解答 (1)
$$H_{\text{Bx}} = \frac{\sqrt{3}I}{8\pi a}$$
 、 $H_{\text{By}} = -\frac{I}{8\pi a}$ (2) $H_{\text{x}} = \frac{\sqrt{3}I}{4\pi a}$ 、 $H_{\text{y}} = 0$

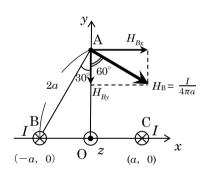
問題 1 解説 右ねじの法則で、磁界のループを考え、その大きさを公式 $H = \frac{I}{2\pi r}$ で計算しよう。各点での磁場ベクトルは円の接線方向なことにも気をつける。



左図のように、磁場は時計回りにループしていて、仮にA点の磁場はループの接線方向となる。この向きの磁場 H_B の大きさを、

公式 $H = \frac{I}{2\pi r}$ で計算し、成分を分解する。

長さと角度は、図をしっかり分析すると 2 つめの図のようになる。『三平方の定理』、『1 対 2 対 $\sqrt{3}$ の有名三角形』、『円の接線は半径に対して 90° 』 などが作図のポイント!!



AB 間の距離が 2a なので、 H_B の大きさは

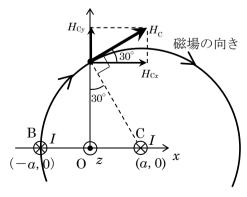
$$H_{\rm B} = \frac{I}{2\pi(2a)} = \frac{I}{4\pi a}$$

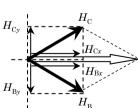
と計算でき、60°を利用し成分わけすると

$$\begin{split} H_{Bx} &= \frac{I}{4\pi a} \sin 60^{\circ} = \frac{I}{4\pi a} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}I}{8\pi a} \\ H_{By} &= \frac{I}{4\pi a} \cos 60^{\circ} = \frac{I}{4\pi a} \times \frac{1}{2} = \frac{I}{8\pi a} \end{split}$$

 H_{Bv} は下向きなので、負の値となる。

(2) 前問(1)と同様にして C で流れる電流による磁場を考えると、下図のようになる。





 H_c は、距離も、電流も、Bと同じ条件なので、 H_B と同じ大きさになる。よって、

$$H_{\mathrm{C}} = \frac{I}{2\pi(2a)} = \frac{I}{4\pi a}$$

また、上図のようにベクトルの合成をすると、y方向はキャンセルされて0

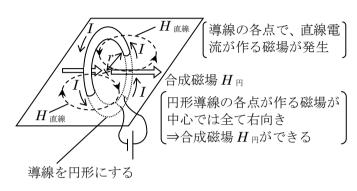
$$x$$
 方向は H_{Bx} + H_{Cx} = $\frac{\sqrt{3}I}{8\pi a}$ + $\frac{\sqrt{3}I}{8\pi a}$ = $\frac{\sqrt{3}I}{4\pi a}$ となる。

|テーマ4|| 円形電流が作る磁場・ソレノイドコイルの作る磁場

直線電流は公式 $\frac{I}{2\pi r}$ で計算を行うが、他にも2種類、覚えないといけない公式がある。

① 円形電流が作る磁場

導線を円形に形づくったとき、その中心にできる磁場。

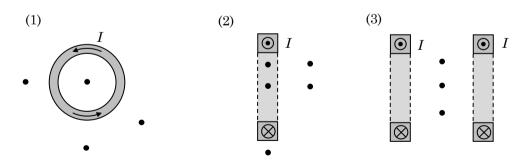


円の中心にできる磁場の公式 $H_{\rm H}=rac{I}{2r}$ (暗記事項)

直線電流が作る磁場 $H_{\rm lik}=\frac{I}{2\pi r}$ を -周分合計したものである。 直線電流の公式に π を掛け算する と 1 周分になるイメージで覚えよう。

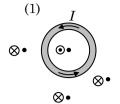
- 問題2 円形電流が作る磁場

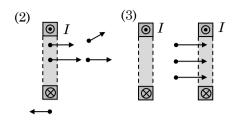
以下の状況で、黒点の位置に生じる磁場の向きを磁場ベクトルで示せ。ベクトルの向きが紙面の裏から表、表から裏の際は、マークで向きを示せ。(2)、(3)は円形電流を横からみた図で、黒点は円の中心と同じ平面上にあるとする。



磁場7

問題2解答

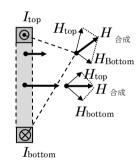




問題2解説

- (1) 右ねじの法則で磁場ループを考えよう。磁場ループの接線向きに磁場ベクトルが生じている。また、円形導線の中心のみ $H = \frac{I}{2r}$ の大きさになる。中心以外の磁場は高校数学の技術では計算できない。
- (2) 円形導線と同じ平面内の点は、前間(1)と同様に右ねじの法則で考えられる。中心が最も強くなることは知っておこう。

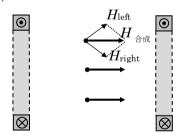
円形導線から少し外れた位置にある点は、磁場の重ねあわせで考える。



例えば、最上点の電流が作る磁場を H_{top} 、最下点の電流が作る磁場を H_{bottom} としたとき、左図のように重ね合わせを考えることができる。

top と bottom の 2 箇所以外も全て対称的に同じ磁場を作り重ね合わせられるので、このような解答となる。

(3)

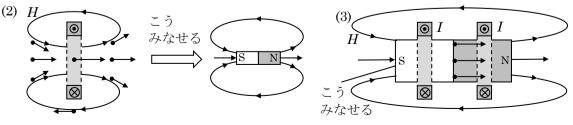


磁場の重ねあわせで考える。左の円形電流が作る磁場を H_{left} 、右の円形電流が作る磁場を H_{right} とすると、下図のように重ねあわせを考えることができる。

 $(H_{\text{left}}$ は(2)の解説で書かれた H_{edd} である。) 結果として、中央に限らず、真右を向く磁場が発生 する。

|重要コラム | 円形電流と電磁石 -

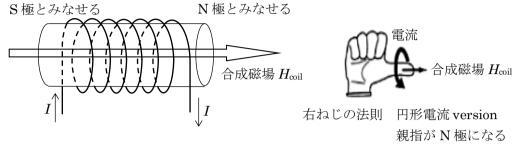
円形電流が作る磁場と、磁石が作る磁場は同等のものになる。これを電磁石と呼んだりする。

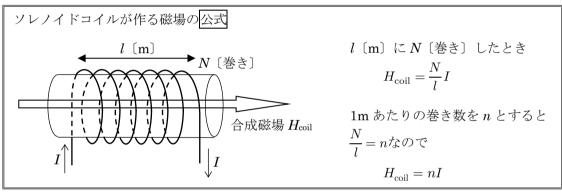


電流ループに棒磁石を近づけると、引き合ったり、しりぞけあったりする現象を観察できる。

② ソレノイドコイルが作る磁場

前ページ問題 214 の(3)のように、円形電流をいくつも並べると円の中に一直線の磁場ができる。これはコイル状にすることで作成でき『ソレノイドコイル』と呼ぶ。

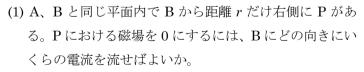


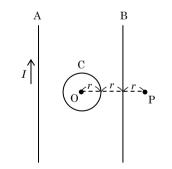


* 1と N が与えられるパターンと、n が直接与えられるパターンがあるので、気をつけよう。

- 問題3 円形電流が作る磁場

図のように、2本の長い直線平行導線A、Bと、円形コイルCが、同じ平面内に置かれている。Cの半径はrで、その中心はA、Bから等距離で2rの位置にある。はじめ、Aにだけ電流Iが上向きに流れていた。





(2) 前間(1)に続いて、点Oの磁場をOにするためには、Cにどの向きにいくらの電流を流せばよいか。(前間(1)で求めたOの電流は流れている状態とする。)

磁場9

問題 3 解答 (1) 下向き
$$I_{\rm B}=\frac{1}{5}I$$
 (2) 反時計回り $I_{\rm C}=\frac{3}{5\pi}I$ 問題 3 解説

電流 A と電流 B が作る磁場は、直線電流が作る磁場 $H=\frac{I}{2\pi r}$ 電流 C が作る磁場は、円形電流が作る磁場 $H=\frac{I}{2r}$ の公式で求めていく。(公式は暗記事項)

(1) 電流 A から点 P までの距離は 5r である。これを 公式 $H=rac{I}{2\pi r}$ に代入して A が作る磁場 H_A を求める。 $H_A=rac{I}{2\pi(5r)}$

また、向きは紙面表から裏向きとなる(図参照)。 磁場のループを右ねじの法則でイメージしよう。

この *H*_A を打ち消すには、B に流す電流が、紙面 裏から表向きに磁場を発生させる必要がある。その ためには、電流を<u>下向き</u>に流せばよいことがわかる。

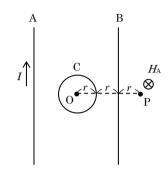
電流 B から P までの距離は r なので、B が作る磁 場の大きさは、 \triangle 式 $H = \frac{I}{2\pi r}$ より、

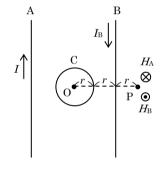
$$H_{\rm B} = \frac{I_{\rm B}}{2\pi r}$$

これが H_A と等しくなれば、磁場はちょうど打ち消されるので、

$$H_{\rm A} = H_{\rm B}$$

$$\frac{I}{2\pi(5r)} = \frac{I_{\rm B}}{2\pi r} \qquad \qquad \div I_B = \frac{1}{5}I$$



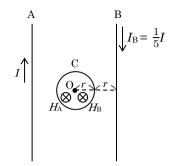


問題3解説 続き

(2) 情報を整理すると、

電流 A から点 O までの距離は 2r、流れる電流は上向きに I。電流 B から点 O までの距離は 2r、流れる電流は下向きに $\frac{1}{5}I$ 。これらより磁場を計算すると、

$$H_{\rm A} = \frac{I}{2\pi(2r)} = \frac{I}{4\pi r} \qquad \quad H_B = \frac{\frac{1}{5}I}{2\pi(2r)} = \frac{I}{20\pi r}$$



これらは、どちらも紙面表から裏向きなので重ね合わせると、

$$H_{\text{A+B}} = \frac{I}{4\pi r} + \frac{I}{20\pi r} = \frac{6I}{20\pi r} = \frac{3I}{10\pi r}$$

この H_{A+B} を、導線 C の円形電流が作る磁場 H_{C} で打ち消すことを考える。

《Icの向きについて》

磁場を<u>紙面裏から表向きに作れば打ち消せる</u>ので、右ねじの法則より<u>反時計回り</u>に電流を流せばよいとわかる。

《Icの大きさについて》

電流の大きさを $I_{\rm C}$ とすると、点 O に作る磁場は、円形電流の作る磁場の公式 $H=\frac{I}{2r}$ より、

$$H_{\rm C} = \frac{I_{\rm C}}{2r}$$

となり、これが H_{A+B} と同じになればよいので、

$$\frac{3I}{10\pi r} = \frac{I_{\rm C}}{2r} \qquad \therefore I_{\rm C} = \frac{3}{5\pi}I$$

テーマ 5 電流が磁場から受ける力(電磁力)

テーマ 4 の重要コラムで、ループした電流は磁石と同じはたらきをして、他の磁石と磁気力を及ぼし合うことを示したが、直線電流も磁場から力を受ける。この力を『電流が磁場から受ける力』という。略して『電磁力』ということもある。

《準備》 磁束密度 B

電磁力を議論するにあたり、新しいパラメータを知っておく必要がある。

磁束密度 文字:B

単位: [T] ^{読み: テスラ} または [本/m²] [Wb/m²]

1 m² あたりの磁束の本数。磁束は電気力線のように場をベクトルで示す矢印。 磁場が強いところほど、磁束という矢印がいっぱいあるイメージ。

磁束密度は、磁場 H が強いところほど強いので、もはや磁場と同じものを示している。しかし、同じ磁場でも、空気中と金属中では、はたらく力が変わるので、素材に合わせた係数をかける必要が出てきた。そこで、その係数と磁束密度を以下のように定義した。

定義式 $B = \mu H$

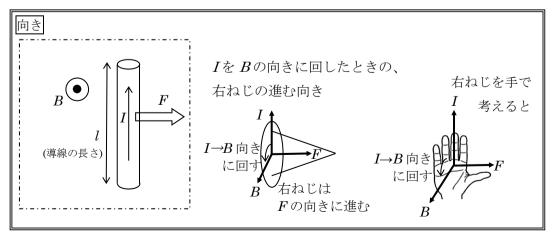
 $\| *H \times B$ に変換する係数を『透磁率 μ 』という。 素材ごとに異なり、鉄などは大きい値を持つ。

《電磁力の公式》

電磁力のポイントは、大きさと向きの2つである。大きさの公式は暗記事項である。

公式 F = IBl

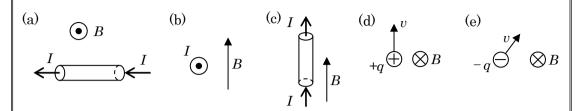
(アイビーエル公式と呼んだりする)



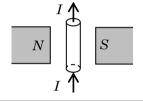
問題 4 電流が磁場から受ける力

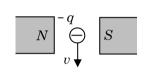
以下の問いに答えよ。

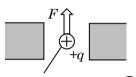
(1) 以下の電流や電荷が受ける力の向きを答えよ。はたらかない場合は0と答えよ。



- (2)2つの磁極の間に、電流を流したり、電荷を射出したりする。それぞれの問いに答えよ。
 - (a) 電磁力の向きは?
- (b) 電荷の受ける力の向きは? (c) どの磁極がどちら側?



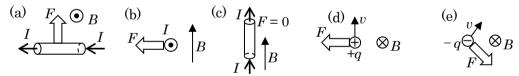




v は紙面表から裏 <</p>

問題4解答・解説

(1) 右ねじを使って、 $I \in B$ 向きにねじって進む向きを考えよう。



*(c)

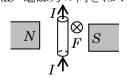
電流と磁場が直交していない場合、電磁力ははたらかない。直交ではなく斜めに交わっ ている場合は、直交成分で考察することになる。

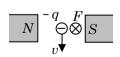
*(d)(e)

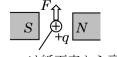
電流を電荷の動きで示している。(d)は電流が上むき、(e)はマイナスの電荷なので、速度 と逆向きの左下に電流が流れていると考える。

(2)

- (a) 電磁力の向きは?
- (b) 電荷の受ける力の向きは?
- (c) どの磁極がどちら側?





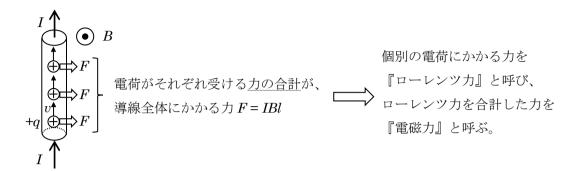


v は紙面表から裏 ⊗

磁極が作る磁場は N→S 向きになる。なので、(a)、(b)では右向きに磁場ができる。(c)は右ね じで考えると、左向きに磁場があるとわかり、左側に S極、右側に N極をおくことになる。

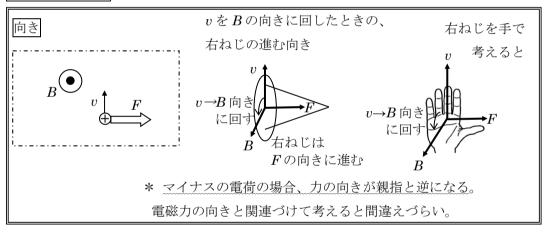
テーマ6 ローレンツ力

前ページ問題 216 で、電流 I が受ける力と、電荷 q が受ける力を考えたが、 \triangle 式 F=IBl で計算できるのは電流 I が受ける力である。これらの力には次のような関係がある。

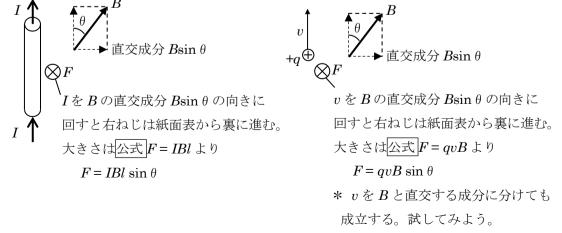


《ローレンツカの公式》 電磁力と同様、暗記項目となる。





《磁束密度 B と直交しないとき》



問題 5 平行電流で生じる電磁力

図のように、長い直線導線と一辺の長さがlの正方形コイル ABCD が同じ平面内に置かれている。直線導線には電流 I_1 が上向きに、正方形コイルには電流 I_2 が $A \to B \to C \to D \to A$ の向きに流れている。辺 AD は直線電流に平行で、距離 l だけ離れている。この空間の透磁率を μ とする。

- $\begin{array}{c|c}
 & A & l \\
 \hline
 & I_2 \\
 \hline
 & D & C
 \end{array}$
- (1) 直線電流 Inが辺 AD に作る磁場はどちら向きにいくらか。
- (2) 直線電流 I_1 が作る磁場により、 D_2 AD が受ける電磁力はどちら向きにいくらか。
- (3) 正方形コイル全体が、直線電流 I_1 が作る磁場から受ける力はどちら向きにいくらか。

磁場15

問題 5 解答 (1) 紙面表から裏、 $H_{AD} = \frac{I_1}{2\pi l}$ (2) 左、 $F_{AD} = \mu \frac{I_1 I_2}{2\pi}$ (3) 左、 $F_{AB} = \mu \frac{I_1 I_2}{4\pi}$ 問題 5 解説

(1) 右ねじの法則で磁場のループを考えると、辺 AD には<u>紙</u> <u>面表から裏向き</u>に磁場ベクトル H_{AD} が発生するとわかる。 大きさは、直線電流が作る磁場の公式 $H = \frac{I}{2\pi r}$ より、

$$I_1$$
 I_2
 I_2
 I_2
 I_3
 I_4
 I_5
 I_5
 I_6
 I_8
 I_8
 I_8
 I_8
 I_9
 I_9

$$H_{\mathrm{AD}} = \frac{I_1}{2\pi l} \quad \cdots (\stackrel{K}{\cong})$$

(2) 電磁力の公式 F = IBl を用いるが、そのためには前間(1)で求めた<u>磁場 H を磁束密度 B に変換する必要がある。 $H \rightarrow B$ の変換は透磁率 μ をかけるだけである。</u>

$$B_{AD} = \mu H_{AD}$$

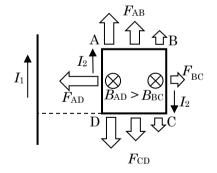
これを用いて、電磁力の公式 F = IBl から大きさを求める。 $F_{AD} = I_2 B_{AD} l$ $F_{AD} = I_2 \times \mu H_{AD} \times l$ $F_{AD} = I_2 \times \mu \times \frac{I_1}{2\pi l} \times l$ $\therefore F_{AD} = \mu \frac{I_1 I_2}{2\pi} \quad \cdots (答)$

向きは、電流 I_2 を磁束密度 B の向きに回す右ねじで考えて、左向きとわかる。

(3) 数値計算の前に、何が起こるかをきちんと考えることが重要である。前問(1)(2)のように、 I_1 が作る磁場を考える $\rightarrow I_2$ が受ける力を考える、という手順で考える。

辺 BC について

電流 I_1 は辺 BC 上に、紙面表から裏向きに磁場 H_{BC} を作る。このとき、 I_1 から距離が遠いので、磁場 H_{BC} は H_{AD} よりも小さい。よって、 $B_{AD} > B_{BC}$ となる。



電磁力の向きは、電流 I_2 が下向きで、 I_2 を磁束密度 B_{BC} の方にねじると右向きとわかる。 このとき、 $B_{AD} > B_{BC}$ なので F の大きさは $F_{AD} > F_{BC}$ となる。

辺 AB、辺 DC について

電流 I_1 から遠ざかるほど磁場も弱くなるので、電流 I_1 から遠ざかるほど辺 AB、辺 DC が受ける電磁力も小さくなる。ただし、辺 AB と辺 DC にかかる力が、互いに向きが反対で同じ大きさなので、向かいあった点同士でちょうど打ち消し合う。その結果、辺 AB と辺 DC の力は相殺されて 0 になり、考えなくてよいのだ。

問題 5 解説続き

コイル全体にかかる力の数値計算

辺 BC 上にできる磁場 $H_{\rm BC}$ を公式 $H=\frac{I}{2\pi r}$ を用いて計算し、透磁率 μ をかけて磁束密度

 $B_{\rm BC}$ を求め、電磁力の公式 F = IBl を用いて力の大きさを求める。

$$H_{\rm BC} = \frac{I_1}{2\pi(2l)} = \frac{I_1}{4\pi l}$$

定義式 $B = \mu H$ より

$$B_{\rm BC} = \mu \frac{I_1}{4\pi l}$$

公式 F = IBl より

 $F_{\rm BC} = I_2 B_{\rm BC} l$

$$F_{\mathrm{BC}} = I_2 \times \mu \frac{I_1}{4\pi l} \times l$$

$$\therefore F_{\rm BC} = \mu \frac{I_1 I_2}{4\pi}$$

ここで、コイルにかかる力の合計 $F_{\text{合計}}$ は、(F_{AD})-(F_{BC})といえるので、

$$F_{\triangle \mathbb{H}} = F_{AD} - F_{BC}$$

$$F_{\text{eff}} = \mu \frac{I_1 I_2}{2\pi} - \mu \frac{I_1 I_2}{4\pi}$$

$$\ \, \div F_{\text{合計}} = \mu \frac{I_1 I_2}{4\pi} \quad \cdots (答)$$

磁場内においたコイルにかかる力 ~ モーターの原理 ~ ------

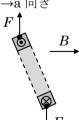
下図のように磁場内に電流のループをおいたときの電磁力について考えてみよう。

ループを少し傾け、電流を $a\rightarrow b$ 向きに流したときと、 $b\rightarrow a$ 向きに流したときを図にして



a→b 向き

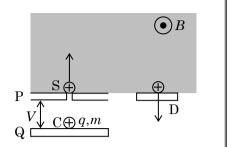




図にすると、電磁力が円形導線を回転させる作用を持つ ことがわかる。これに整流子という素子を組み込むと、 回転方向を一方向に保つことができ、モーターとなる。

問題 6 磁場内の電荷の運動

図の位置 C に質量 m、電気量 g(q>0)の荷電粒子が 静止している。平面電極板 P、Q 間に電圧 V を加え ることにより、荷電粒子を加速する。加速された荷電 粒子はスリットSを通って、磁束密度 Bの一様な磁 場が、紙面裏から表向きにかけてある領域へ垂直に 入射し、検出器 D に到達する。次の問いに答えよ。



- (1) スリットSにおける荷電粒子の速さを求めよ。
- (2) スリット S を通過した直後に、荷電粒子が受けるローレンツ力はどの向きにいくらか。
- (3) スリットSから検出機Dまでの運動経路は、次のどれに表されるか。

- (a) 直線 (b) 円 (c) だ円 (d) 放物線
- (4) スリットSから検出機Dまで移動する間に、荷電粒子がローレンツ力にされる仕事はい くらか。
- (5) 検出器 D に到達したときの荷電粒子の速さはいくらか。
- (6) スリットSから検出器Dまでの距離を求めよ。

問題 6 解答 (1)
$$v=\sqrt{\frac{2qV}{m}}$$
 (2) 右 $F=qB\sqrt{\frac{2qV}{m}}$ (3) b (4) 0 (5) $v=\sqrt{\frac{2qV}{m}}$ (6) $PD=\frac{2}{B}\sqrt{\frac{2mV}{q}}$

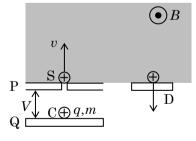
問題6解説

- (1) この問題は、電位と電場の章で扱った静電気力による位置エネルギーU = qVを用いた問 題である。忘れている人は戻って復習しよう。
 - C点とS点で力学的エネルギー保存の式を立てると、 (C 運動エネ) + (C 静電エネ) = (S 運動エネ) + (S 静電エネ)

$$0 + qV = \frac{1}{2}mv^2 + 0$$

υについて解いて

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} \quad \cdots (\stackrel{x}{\cong})$$



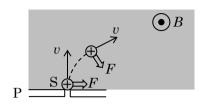
(2) vベクトルをBの向きに回した右ねじで考えると、右向きとわかる。

大きさは公式 F = qvB より

$$F = q \times \sqrt{\frac{2qV}{m}} \times B$$

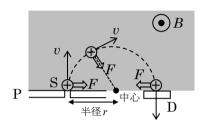
$$\therefore F = qB\sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

(3) ローレンツ力を受けて、電荷は進む向きを変えるが、速度の向きが変わればローレンツカの向きも変わる。



少し向きが変わったvベクトルを想定して力を考えると左図のようになる。すると、常に速度vに直角な力がはたらいているとわかる(左図参照)。

速度 v に直角の力は、速度の大きさは変えずに、 向きだけ変える。速度の大きさが変わらないという ことは、ローレンツ力も一定の大きさということだ。



常に速度と 90° の向きに、一定の大きさの力がはたらいている。これは円運動の特徴であり、 \mathbb{F} ローレンツ力qvBが向心力となって円運動している』といえる。よって(b)となる(左図参照)。

- (4) ローレンツカFと進行方向が常に90° なので、<u>仕事は0</u>となる。
 - * 前間(3)で出てきた『速度vに直角の力は、速度の大きさを変えない』という話は、加速度aと速度vの向きが合っていないことから説明できるが、この問題(4)の、仕事Wが0ということでも説明ができる。『仕事が0ならば運動エネルギーは増えない』ので、進行方向と 90° の力では速度の大きさは変わらないといえるのだ。
- (5) 速度の大きさは円運動の軌道上で変化しない。よって、前問(1)と同じ速さとなる。

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} \quad \cdots (\ref{equation})$$

(6) 円運動の運動方程式 $m\frac{v^2}{r}=F$ を立て、円運動の半径を求め、PD 間の距離を求める。 ローレンツカ F=qvB が向心力となって円運動をしているので、

$$m\frac{v^2}{r} = qvB$$

rについて解いて、

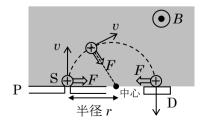
$$r = \frac{mv}{qB}$$

前間(1)で求めた $v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$ を代入して

$$r = \frac{m\sqrt{\frac{2qV}{m}}}{qB} = \frac{\sqrt{2mqV}}{qB} = \frac{\sqrt{2mV}}{B\sqrt{q}}$$

PD 間は 2r なので、これに 2 をかけて、

$$PD = \frac{\sqrt{2mV}}{B\sqrt{q}} \times 2 = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2mV}{q}} \quad \cdots$$
(答)



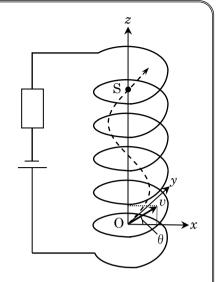
問題 7 RE 磁場内の電荷のらせん運動

図のように、真空中で長さlの円筒に一様にN回巻いた細長いコイルに電流Iが流れ、コイル内側には一様な磁場が生じている。この磁場内で、x軸正の向きから角度 θ だけz軸正の向きに傾けた初速度vで、電子が原点Oを出発する。

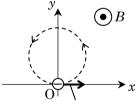
この電子はコイル内を図のようにz軸方向にらせん 軌道を描いて進み、再びz軸上の点Sを通過する。

電子の電荷を-e、質量m、真空の透磁率を μ_0 とし、次の各問いに答えよ。

(1) コイル内部の磁場の向きはどちら向きか。また、 磁束密度Bの大きさを求めよ。



以降は、磁東密度の大きさ*B*を解答に用いてよい。以下は出発直後の電子の運動を真上からみた図である。このとき、電荷にはローレンツ力がはたらき、円軌道を描く。円軌道を描きつつ、z軸方向の速度成分も持っているので、回転しながら上昇し、らせん運動をするのである。



Bと直交する速度の成分

- (2) 磁束密度 B と直交する電子の速度成分を求め、ローレンツ力の大きさを答えよ。
- (3) 電子がz軸から最も遠ざかるときの電子のx座標とy座標を求めよ。
- (4) 電子が点Sに到達するのは、ちょうど1周円運動をしたときといえる。電子が点Sに 到達するまでに要した時間を求めよ。
- (5) OS の長さを『らせん運動のピッチ』という。ピッチを求めよ。

問題 7 解答 (1) z 軸正の向き、 $B = \mu_0 \frac{N}{l} I$ (2) $v_{iix} = v \cos \theta$ 、 $F = evB \cos \theta$

(3) (0,
$$\frac{2mv\cos\theta}{eB}$$

(4)
$$T = \frac{2\pi m}{e^{R}}$$

(3)
$$(0, \frac{2mv\cos\theta}{eB})$$
 (4) $T = \frac{2\pi m}{eB}$ (5) $(\exists \forall \forall f) = \frac{2\pi mv\sin\theta}{eB}$

問題7解説

(1) 向きは右ねじの法則で考えると z軸正の向きとわかる。大きさはソレノイドコイルの作る 磁場の公式 H = nI を用いて磁場 H を求め、透磁率 μ_0 をかけて磁束密度 B に変換する。

n は 1 m あたりの巻数であることに注意する。1 m あたりの巻数は $\frac{N}{I}$ と計算できる。

$$H = nI$$
 より
$$H = \frac{N}{l}I$$

$$B = \mu H$$
 より
$$B = \mu_0 \frac{N}{l}I \quad \cdots (答)$$

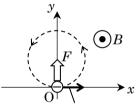
(2) 角度 θ を用いて、B に直交する成分を求める。直交する成分はx 軸方向の成分である。

$$v_{\bar{a}\bar{\infty}} = v \cos \theta$$

ローレンツ力は
$$F = qv_{in}B$$
より

$$F = evB \cos \theta$$
 ··· (答)

電子が持つ電荷がマイナスなので、vを B側に回 したときの右ねじの進む向きと逆向きに力を受け るので、右図のようにローレンツ力を受ける。



Bと直交する速度の成分

(3) 電子が最もを軸から遠ざかるのは、ちょうど円軌道を半周したときである。そのときの座 標を求める。x座標は図よりx=0、y座標は円軌道の半径rの2倍である。

円運動の運動方程式 $m\frac{v^2}{r} = F$ より半径 r を求める。

ローレンツ力 $evB\cos\theta$ が向心力となっているので、

$$m\frac{(v\cos\theta)^2}{r} = evB\cos\theta$$

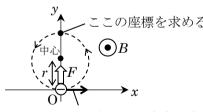
半径rについて解いて

$$r = \frac{mv\cos\theta}{eB}$$

y座標は半径rの2倍なので、

$$y = 2r = \frac{2mv\cos\theta}{eB}$$

よって座標は $(0, \frac{2mv\cos\theta}{eB})$ … 答



B と直交する速度の成分

磁場21

問題7解説 続き

(4) 円運動が 1 周するまでの時間は円運動の周期の公式 $T=\frac{\Pi B の長さ}{i x^2}=\frac{2\pi r}{v}$ より、

$$T = \frac{2\pi \times \frac{mv\cos\theta}{eB}}{v\cos\theta} = \frac{2\pi m}{eB} \quad \cdots (\stackrel{\triangle}{\cong})$$

* 周期の式に速度 v の式が登場しないこともポイント。v の大きさに関係しないのだ。

(5) z 軸方向は力がはたらいていないので等速運動

を行う。vのz軸成分 $v\sin\theta$ でT[s] 進んだ 距離がピッチとなる。

前問(4)で求めた周期を代入して、

