§電磁気−第５章　電磁誘導

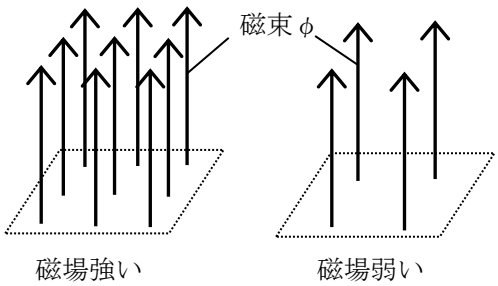
テーマ１ 電荷の運動に伴う電磁誘導 ～棒電池～

《準備》磁束 ϕ のイメージ

磁束密度 B は、磁場 H に係数として透磁率 μ を掛け算しただけのもので、本質的には同じ物理量『磁場の強さ』を示している。B と H は同じものを示しているのだ。

（長さ１km と長さ１ ヤードのような関係。中身は同じで単位が換算されているイメージ）

しかし『磁束密度 B』には言葉の通り、『磁束がどれだけ密集しているか』という意味がある。磁束は『磁場を示す矢印』のことで、密集している時ほど磁場が強いと定義しているのだ。



磁束密度 B は、『1 m² あたりの磁束の本数』を示す。$B = 5$ なら 1 m² あたりに 5 本の磁束がある、というイメージである。

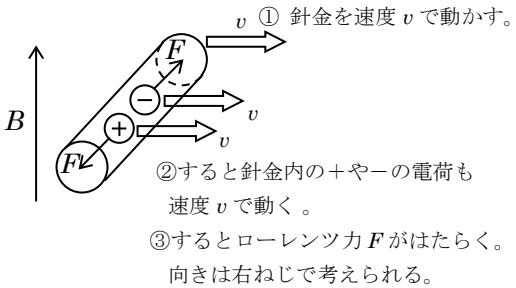
これを公式としてまとめると、

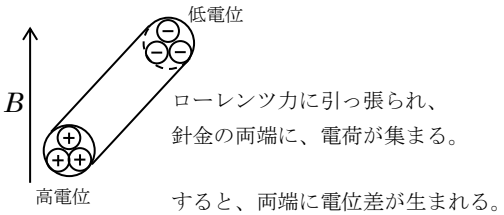
(磁束) = (磁束密度)×(面積)

$\phi = BS$　＊磁束の文字：ϕ 読み：ファイ

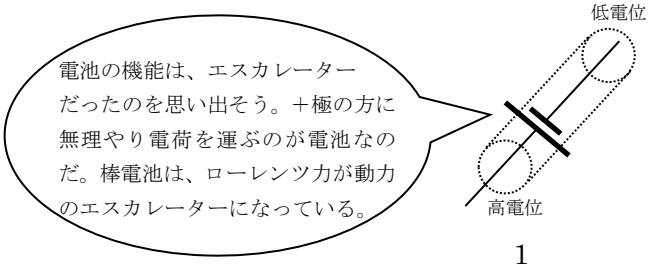
《棒電池》vBl 公式

電磁誘導は、ただの針金を磁場で動かすと電池になる、という現象である。このようにできる電池を『棒電池』と呼ぶこととする。棒電池はローレンツ力により起きる現象である。





これは



左図の状況と同じ!!
針金が電池になっているのだ!!

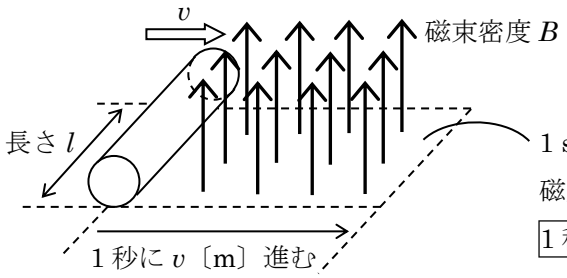
また、針金を動かすのをやめてしまうと
電荷は元の場所に戻ってしまい、
電池じゃなくなる。

ここで、棒電池の起電力の大きさは、

導体（針金）が１秒に横切る磁束の本数　ということがわかっている。

針金が１秒間に５本の磁束を横切れば５V。10 本の磁束を横切れば 10 V の電池となるのだ。

モデル１　磁束と直角に横切る場合

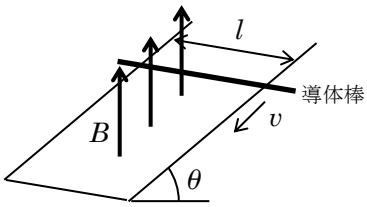


１s に面積 $S = vl$〔m²〕分だけ磁束を横切る。
磁束の本数 ϕ は、(磁束密度)×(面積)より
１秒で横切る磁束の本数 $\phi = B \times vl$　となる。

この値がそのまま棒電池の起電力になる。この起電力を誘導起電力と呼ぶ。

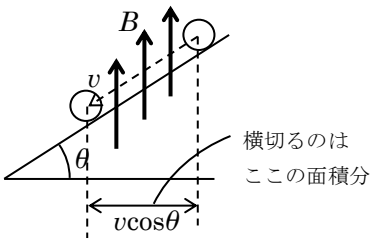
公式
誘導起電力 $V = vBl$　（+電荷が受けるローレンツ力の向きが+極）

モデル２ 磁束と斜めに横切る場合



斜めの場合も考えるべきは、導体が横切る磁束の本数である。

磁束を１秒でどれくらい横切るかは、横から見た図だとわかりやすい（左下図）



左図のように、1 秒で横切る部分は、$v\cos\theta$ の長さ分の面積 $v\cos\theta \times l$ であるので、

誘導起電力 $V = B \times v\cos\theta \times l = vBl\cos\theta$

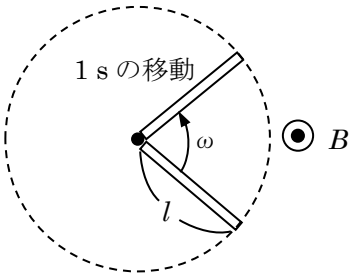
与えられる θ の場所次第で、sin、cos などは変わってしまうので、大事なのは公式ではなく、(横切る本数) = (起電力 V) と考える発想である。

草刈りのイメージ

モデル 3 針金を回転させた場合

長さ l の針金を磁場の中で角速度 ω で回転させたとしよう。このときも大事にするのは、

1 秒で横切る磁束の本数 = 起電力 V という考え方だ。



1 秒に針金は ω〔rad〕回転するので、右図のように ω 回転したときに横切る面積を求めよう。

おうぎ形の部分の面積 S は、『半径×半径×π×円に対するおうぎ形の割合』なので、

$$S = l^2 \times \pi \times \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2}\omega l^2$$

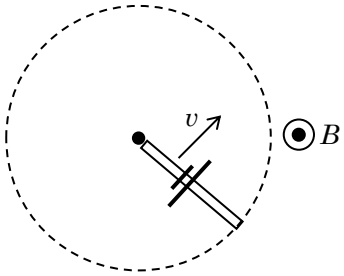
よってこのときの誘導起電力 V は、

V = (1 秒で横切る本数) = (磁束密度)×(面積)

$$V = B \times \frac{1}{2}\omega l^2$$

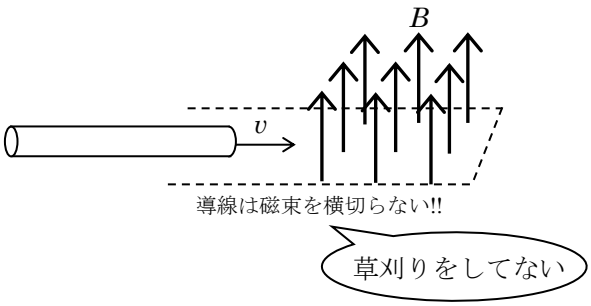
$$V = \frac{1}{2}B\omega l^2$$ となる。

また、どちらが＋極の電池になるか考えると、導体内にある＋の電荷が受ける、ローレンツ力の向きが＋極の向きなので、右図のような電池になるといえる。



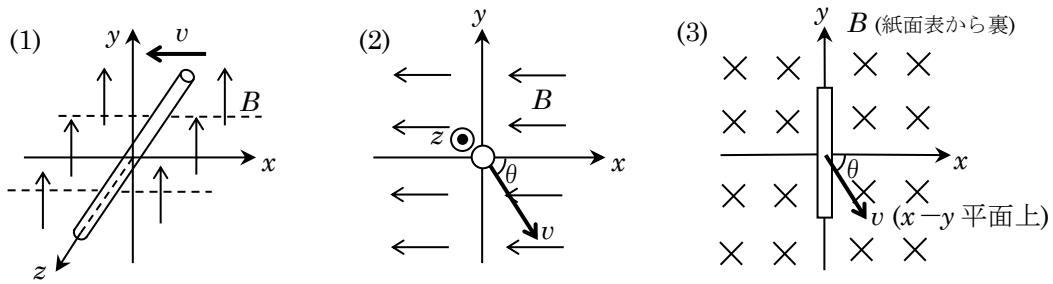
モデル 4 V が発生しない場合

右図のような場合は、磁束の隙間を針金が通っているだけなので、横切っておらず、棒電池にならないのだ。



問題 1 棒電池

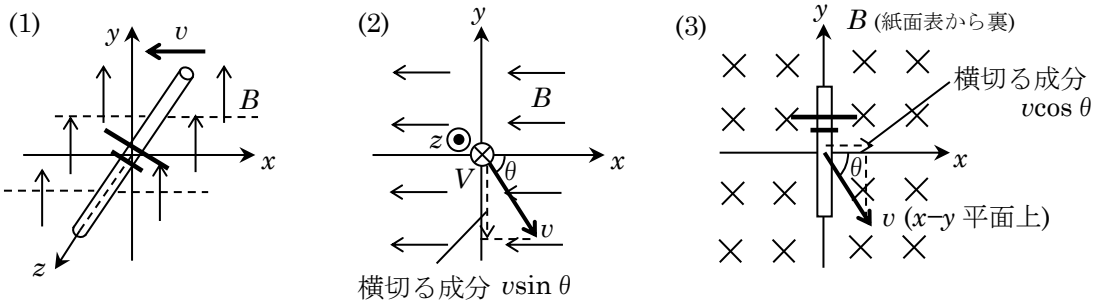
磁束密度 B の磁場中を一定の速さ v で動く長さ l の導体棒に生じる起電力の向き(電流を流そうとする向き)と、その大きさ V を求めよ。



問題１解答

(1) z 軸負の向き：vBl　(2) z 軸負の向き：$vBl\sin\theta$　(3) y 軸正の向き：$vBl\cos\theta$

問題１解説



テーマ２ 磁場の変化に伴う電磁誘導 ～ファラデー則～

《大きさについて》

ローレンツ力に起因する電磁誘導以外にも、磁場が変化することで電磁誘導が起こることがわかっている。その大きさは、磁束 ϕ の時間変化率で求められ、以下の公式が成り立つ。

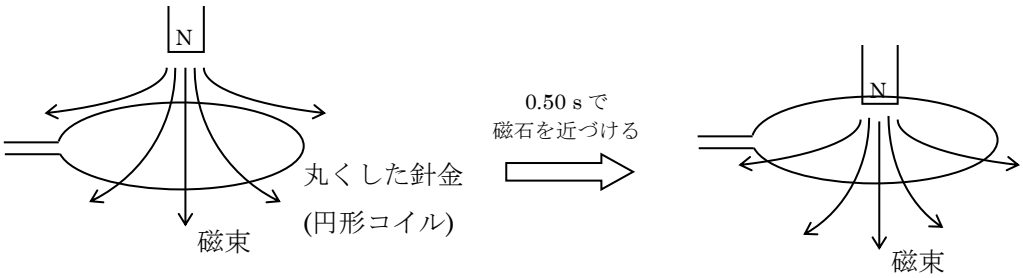
公式 ファラデーの電磁誘導の法則

誘導起電力 $|V| = N\left|\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}\right|$　(Nはコイルの巻数)

＊ 次項目の、レンツの法則と合わせて、

誘導起電力 $V = -N\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}$　と書くこともある。

モデル　棒磁石を１回巻きの円形コイルに 0.50 s 間で近づける。



このモデルの作図だと、コイルを貫く磁束は３本から５本に増えている。

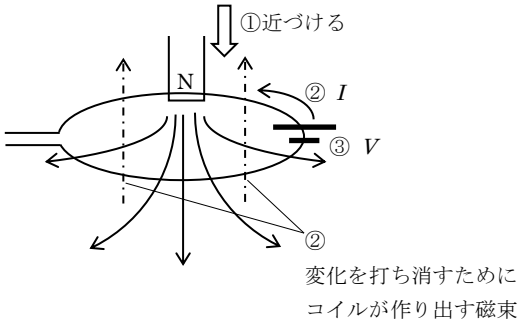
つまり、$\Delta\phi = 2$ といえる。そしてファラデーの電磁誘導の法則$|V| = N\left|\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}\right|$を立式すると、

$$V = 1 \times \frac{2}{0.50} = 4.0\ \mathrm{V}$$

この円形コイルで、4.0 V の誘導起電力が発生するのだ。

《向きについて》～レンツの法則～

起電力の向きを考える。コイルは『変化を好まない』という性質を持っており、そのことから起電力の向きを説明する。



① 磁石が近づくことで、コイルを下向きに貫く磁束が増える。

② コイルは変化を嫌がり、上向きに磁束を作るように電流を流す。右ねじの法則より、左図のように流れることがわかる。この電流を**誘導電流**と呼ぶ。

③ 誘導電流が左図のように流れるということは、コイルが左図のような電池になっているといえる。

このように、コイルが磁束の変化を妨げる向きに起電力を生むことを『レンツの法則』という。ファラデーの電磁誘導の法則をマイナスの符号をつけて

$$\text{誘導起電力 } V = -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

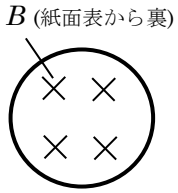
と書いたときのマイナスは『磁束の変化$\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$を妨げる』というレンツの法則を示していて、

向きを示すためだけの記号なのである。計算する上で大切になる符号ではないことに注意しよう。

問題 2 レンツの法則

以下の問いに答えよ。

(1) 図中のループは円形導線、×は磁束密度 B（紙面表から裏）を示す。この円形導線に(a)〜(c)のように誘導電流が発生しているとき、磁束密度 B の変化はそれぞれ(ア)〜(ウ)のどのようになっているか。



(a) 時計回りの誘導電流が流れるとき

(b) 反時計回りの誘導電流が流れるとき

(c) 誘導電流が流れないとき

(ア) 増大している　　(イ) 一定の大きさである　　(ウ) 減少している

(2) 図のような装置を組み立てた。(a)〜(d)の操作をしたとき、円形導線に流れる誘導電流は図中(ア)、(イ)のどの向きか。流れないときは(ウ)と答えよ。

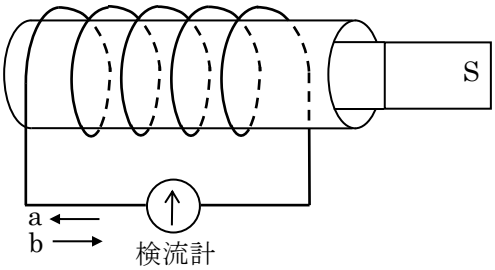
(a) スイッチを閉じる前

(b) スイッチを閉じた直後

(c) スイッチを閉じて十分時間がたったとき

(d) スイッチを開いた直後

(3) (a)〜(c)のように検流計に電流が流れるのは、(ア)〜(ウ)のどの操作をしたときか。



(a) 検流計を右から左に流れている。

(b) 検流計を左から右に流れている。

(c) 検流計を流れていない。

(ア) 磁石を動かさない　　(イ) 磁石を抜き出す　　(ウ) 磁石をさらに奥に挿す

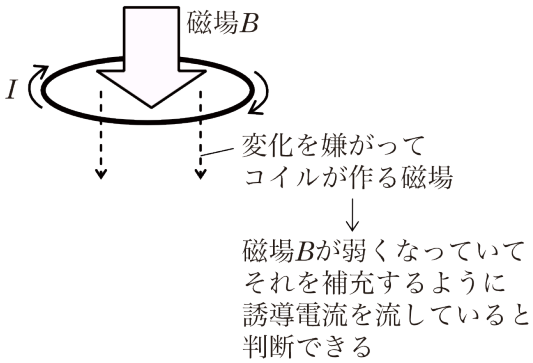
問題２解答 (1) (a) ウ　(b) ア　(c) イ　　(2) (a) ウ　(b) ア　(c) ウ　(d) イ

(3) (a) イ　(b) ウ　(c) ア

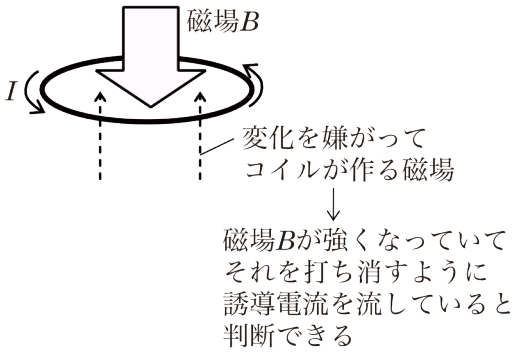
問題２解説

(1) 誘導電流が作る磁場 B'が、元の磁場 B の変化を打ち消す向きであることから考える。

(a) 誘導電流が時計回りの場合の作図



(b) 誘導電流が反時計回りの場合の作図



(c) 誘導電流がない場合は、変化がないということである。

よって、(イ) 一定の大きさである、となる。

(2) スイッチの操作により、上部にある円形コイルが磁場をつくることから考える。

(a) スイッチを入れる前は、磁場がない状態をキープ。

よって、変化はなく、誘導電流は流れない。よって(ウ) 流れない。

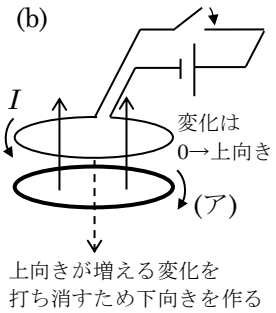
(b) スイッチを入れた直後は

磁場がない状態 → 上向きにある状態　に変化。

⇒ この変化を妨げるため、下部の円形コイルは下向きに磁場を作る。

⇒ 下向きに作るには、誘導電流は(ア)の向きであればよい。

よって(ア)の向き。



(c) スイッチを入れて十分時間がたったあとは

磁場が上向きにある状態　→　そのままキープ。

⇒ 変化していないので、誘導電流は流れない。

よって(ウ) 流れない。

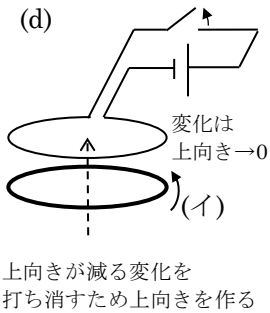
(d) スイッチを開くと

磁場が上向きの状態　→ 磁場がない状態　に変化。

⇒ この変化を妨げるため、下部の円形コイルは上向きに磁場を作る。

⇒ 上向きに作るには、誘導電流は(イ)の向きであればよい。

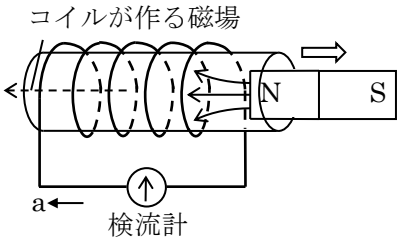
よって(イ)の向き。



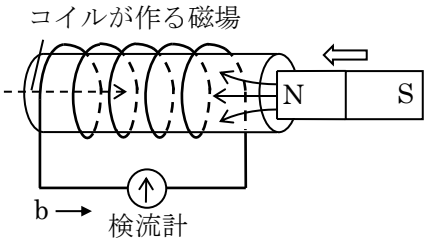
問題 2 解説 続き

(3) 磁石は N 極から飛び出す向きに磁場を作り、磁極に近いほど磁場が強いことがポイント。

(a) 誘導電流が検流計を右から左に流れているとき
コイルは左向きに磁場を作っている。
⇒ つまり、左向きの磁場が減る変化が起きている。
⇒ N 極が遠ざかっている。
と分析ができる。よって(イ) 磁石を抜き出す。



(b) 誘導電流が検流計を左から右に流れているとき
コイルは右向きに磁場を作っている。
⇒ つまり、左向きの磁場が増える変化が起きている。
⇒ N 極が近づいてきている。
と分析ができる。よって(ウ) 磁石をさらに奥に挿す。

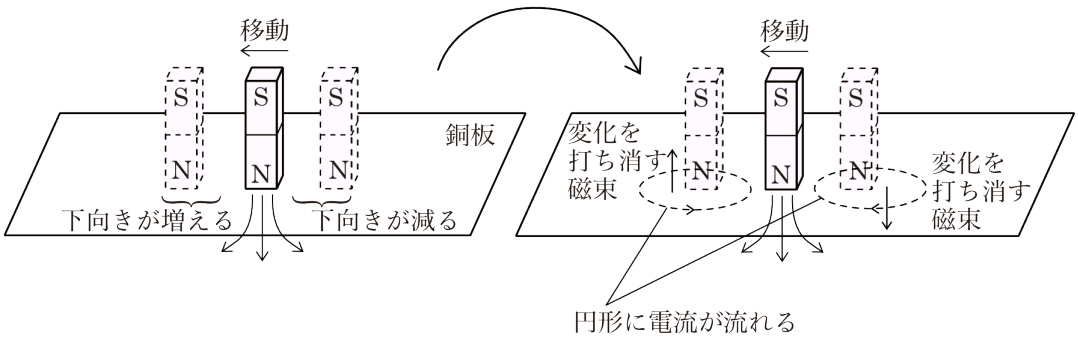


(c) 検流計を電流が流れていないということは、磁場に変化が起きていないということになる。よって、(ア) 磁石を動かさない。

コラム 渦電流（うずでんりゅう）

電磁誘導は、導線やコイルなど、形を整えた金属以外でも起こせる。

例えば銅やアルミなど、磁石とくっつかない金属の板の上で磁石が動かしたとき、磁束の変化に対応して誘導電流が流れる。

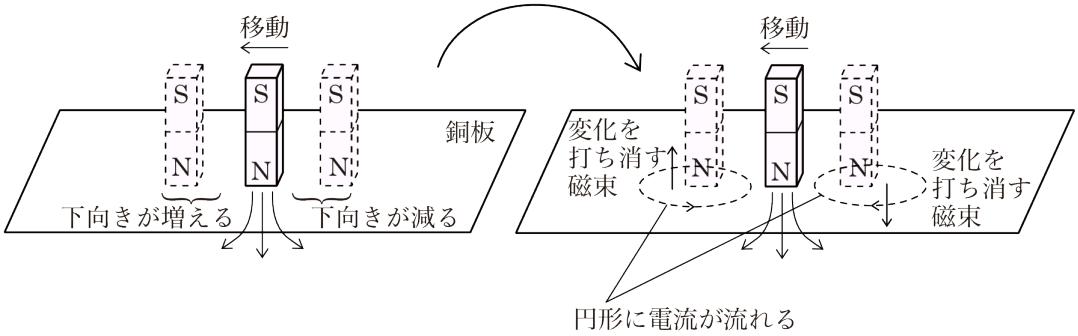


これを渦電流と呼ぶ。渦電流は磁場を作るので、動かしている磁石と磁力を及ぼし合う。本来はくっつかない金属なのに磁力が発生するので、一見不思議な現象となるのである。

コラム　渦電流（うずでんりゅう）

電磁誘導は、導線やコイルなど、形を整えた金属以外でも起こせる。

例えば銅やアルミなど、磁石とくっつかない金属の板の上で磁石が動かしたとき、磁束の変化に対応して誘導電流が流れる。



これを渦電流と呼ぶ。渦電流は磁場を作るので、動かしている磁石と磁力を及ぼし合う。本来はくっつかない金属なのに磁力が発生するので、一見不思議な現象となるのである。

テーマ 3　電磁誘導の解法

ロここまでで、電磁誘導の基本原理は終わりである。電磁誘導は、ストーリーの長い問題が多いので、典型的な手順を頭に入れつつ、問題演習をしてみよう。

電磁誘導の問題の解法

STEP①：発生する起電力 V を求める。⇒求め方は 2 通り。

Ⅰ. 導体が動き、磁束を横切る問題

⇒　向きはローレンツ力の向き。（右ねじの法則で考える）

誘導起電力 V は **1 秒に横切る磁束の本数 ϕ** の量

Ⅱ. 導体が動かず、磁束密度が変化する問題

⇒　**磁束の変化を嫌がるように電流が生じる。**

誘導起電力 V は $|V| = N\left|\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right|$　← 1 秒あたりの磁束変化!!

STEP②：オームの法則 $V = RI$、キルヒホッフの法則で、回路に流れる電流 I を求める。

STEP③：棒やコイルが受ける電磁力 F を求める。

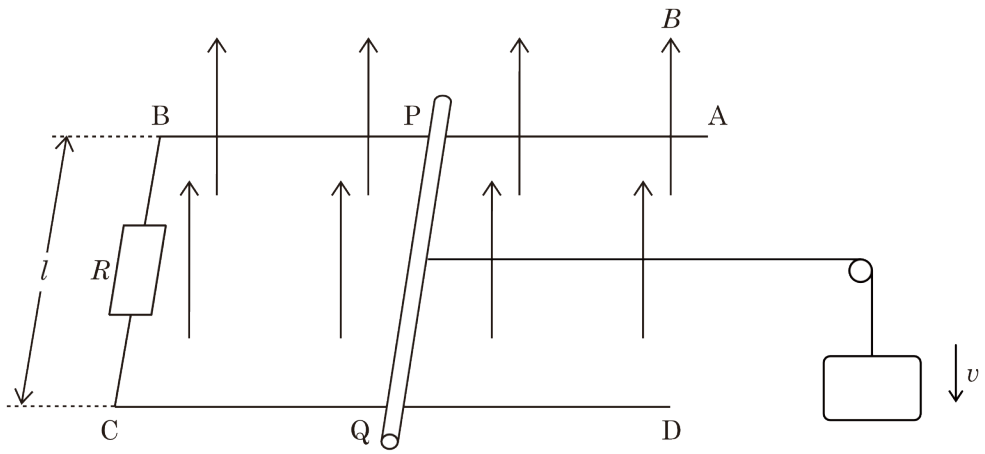
STEP④：その後は棒やコイルの運動を追跡。主に 2 パターン。

Ⅰ. 一定の速度で運動　⇒ 力はつりあっている　⇒ つりあいの式を立てる。

Ⅱ. 加速度をもつとき　⇒ 運動方程式 $ma = F$ を立てる

STEP⑤：回路全体のエネルギー収支を考える。

問題 3 電磁誘導の典型問題①



図のように、水平に置かれたコの字型回路 ABCD がある。AB と CD は平行で、その間隔は l である。また、BC 間に抵抗値 R の抵抗が挿入されている。この回路の上に、導線 PQ が置かれ、PQ は回路の上をつねに BC と平行になめらかに動けるようになっている。PQ の中央に軽い糸が結ばれ、その片方にはおもりがぶら下がっている。また、これらの回路には鉛直上向きに磁束密度 B の一様な磁場がかかっている。

いま、おもりが一定の速さ v で落下しているとし、重力加速度の大きさを g として、次の問いに答えよ。ただし、空気の抵抗、糸の質量、導線とコイルの摩擦は無視してよい。

(1) 導線 PQ に生じている誘導起電力の向き(電流を流そうとする向き)と大きさはいくらか。

(2) 回路 BPQC をコイルとみなしたとき、コイルを貫く磁束の変化率 $\left|\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}\right|$ の大きさはいくらか。

(3) 回路を流れている電流の大きさはいくらか。

(4) 導線 PQ にはたらいている電磁力の向きと大きさはいくらか。

(5) おもりの質量はいくらか。

(6) おもりが失う単位時間あたりの力学的エネルギーはいくらか。

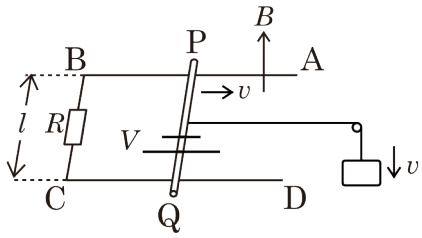
(7) 抵抗で消費される電力はいくらか。

問題３解答 (1) P→Q 向き、$V = vBl$　(2) $\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t} = vBl$　(3) $I = \dfrac{vBl}{R}$　(4) 左：$F = \dfrac{vB^2l^2}{R}$

(5) $m = \dfrac{vB^2l^2}{Rg}$　(6) $\dfrac{v^2B^2l^2}{R}$　(7) $\dfrac{v^2B^2l^2}{R}$

問題３解説

(1) 磁場中を導体棒が横切っているので、棒電池ができる。



《向き》

右ねじの法則で、v を B の向きに回して、右ねじが進む向きに起電力が生まれる。P→Q 向きとわかる。

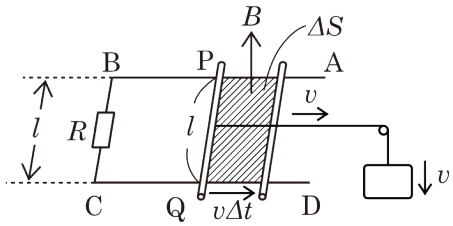
《大きさ》

大きさは公式 $V = vBl$ より

$V = vBl$　…(答)

＊公式 $V = vBl$ は、『1 s 間に横切る磁束の本数』という日本語から書き出せるようになっておこう。

(2) 電磁誘導を、棒電池ではなくファラデーの電磁誘導の法則 $|V| = N\left|\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}\right|$ から考えてみる問題である。Δt〔s〕での導体棒 PQ の移動を考えると、導体棒は $v\Delta t$ だけ進むので、コイルの面積は $\Delta S = vl\Delta t$ だけ増えているということがわかる。これと公式 $\phi = BS$ より ϕ のコイルを貫く磁束の変化量 $\Delta\phi$ を求める。



$\Delta\phi = B\Delta S = vBl\Delta t$

これより、磁束の変化率 $\left|\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}\right|$ は

$\left|\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}\right| = \dfrac{vBl\Delta t}{\Delta t} = vBl$　…(答)

＊レンツの法則で起電力の向きを考えると、コイル内の磁束の変化は上向きが増える変化なので、下向きに磁場を作るように誘導電流が流れる。よって、P→Q 向きとわかる。

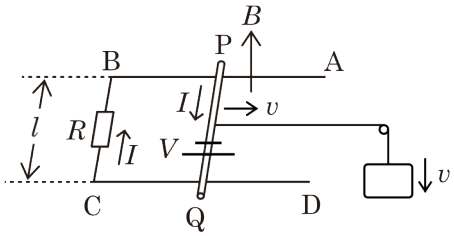
＊前問(1)と同じ解答になり、誘導起電力をファラデーの電磁誘導の法則でも求められることがわかった。起電力の発生要因が違っていても同じ結果になるのは興味深いことである。

(3) 導体棒 PQ が電池になり、P→Q→C→B という回路になっている。この回路では、抵抗 R に誘導起電力 V がかかっているので、

オームの法則 $V = RI$ より

$vBl = RI$

$\therefore I = \dfrac{vBl}{R}$　…(答)



(4) 棒電池が電流を流すことで、電流が流れ、その電流が電磁力 $F = IBl$ を受ける。

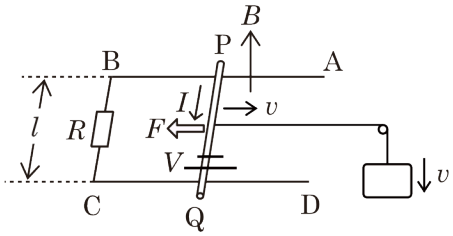
《向き》

I を B の向きに回した右ねじが進む向きに電磁力がはたらく。左向きとわかる。

《大きさ》

大きさは公式 $F = lBl$ より

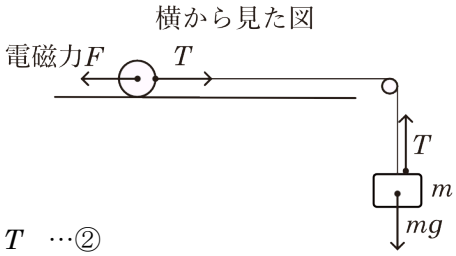
$$F = \frac{vBl}{R} \times Bl \qquad \therefore F = \frac{vB^2l^2}{R} \quad \cdots(答)$$



(5) 電磁力を出した後は、力学の問題になってくる。おもりにかかる重力と電磁力を作図してみる。

右図のようになり、問題文に『おもりが一定の速度で落ちている』とあるので、物体にはたらく力はつりあっているといえる。

つりあいの式を立てると、



導体棒 PQ　$F = T$

$$\Rightarrow \frac{vB^2l^2}{R} = T \quad \cdots①$$

おもり　$mg = T$　…②

②式を①式に代入して T を消去

$$\frac{vB^2l^2}{R} = mg \qquad \therefore m = \frac{vB^2l^2}{Rg} \quad \cdots(答)$$

＊ $mg > F$ のような場合、導体棒は加速する。物体が加速するときは、運動方程式を立てることになる。柔軟に考えられるようになっておこう。

(6) この問題と次の(7)が電磁誘導特有の問題で『エネルギー収支』がテーマとなっている。電磁誘導は、どこか違う場所からのエネルギーを受け取り発生している、という考え方である。今回は、

おもりが位置エネルギーを失う　⇒　その分が電気のエネルギーとなる

という構造なのだ。

おもりは一定の速度 v〔m/s〕で落下しているので、1 s に v〔m〕落下している。よって 1 s で失う位置エネルギーは、$mg \times v$ となる。前問(5)の m を代入して、

$$mgv = \frac{vB^2l^2}{Rg} \times gv$$

$$= \frac{v^2B^2l^2}{R} \quad \cdots(答)$$

問題 3 解説 続き

(7) 前問(6)と関連している『エネルギー収支』の問題である。電磁誘導で発生した電気エネルギーは、最終的に抵抗で熱エネルギーとなり消費されている。

おもりが位置エネルギーを失う ⇒ その分が電気のエネルギーになる

⇒ 電流が流れ、抵抗を経由して熱エネルギーに変わる

このような全体像をつかんでおこう。

おもりで消費する電力は公式 $P = IV$ に前問(1)、(3)で求めた V と I を代入すればよい。

$$P = IV$$

$$P = \frac{vBl}{R} \times vBl$$

$$\therefore P = \frac{v^2B^2l^2}{R} \quad \cdots(答)$$

＊ 消費電力と電力量は、紛らわしい物理量なので、ここで思い出しておこう。

1 s あたりに消費するエネルギー ⇒ 消費電力 $P = IV$

t〔s〕間で消費するエネルギー ⇒ 電力量 IVt である。

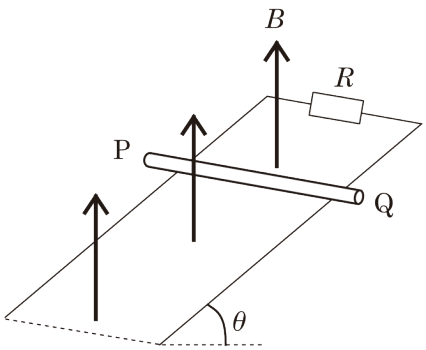
＊ 問題(6)と(7)が同じ答えになるのは、たまたまではなく、エネルギーをやりとりしている関係だからである。これが『エネルギー収支』といわれる問題である。

＊ 導体の速度が小さいと、電磁力 F ＜ おもりの重力 mg となり、(導体棒＋おもり)が加速するが、おもりの失う位置エネルギー ⇒ 電気のエネルギー ＋ 導体棒の運動エネルギー ＋ おもりの運動エネルギー というようにエネルギーが分配される。

これが電磁誘導のよくある流れとなる。この問題の流れと合わせて再度『解法』のページを見直して、手順を確認してから次の問題に進もう。

問題 4 電磁誘導の典型問題②

間隔 l の長いレールを水平から角 θ 傾け、端を抵抗 R で結び、磁束密度 B の一様な磁場中に置く、レールに沿ってなめらかに動く質量 m の導体棒 PQ を放す。その後、十分時間がたつと、棒の速さが v_0 で一定となった。重力加速度を g として、



(1) P と Q の電位はどちらがどれだけ高いか。

(2) R に流れる電流の大きさ I を v_0 を含む式で表せ。

(3) v_0 を求めよ。

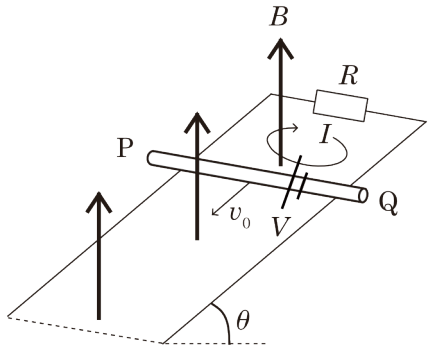
(4) 抵抗での消費電力 P と、棒に重力が単位時間あたりにする仕事 W との関係式を答えよ。

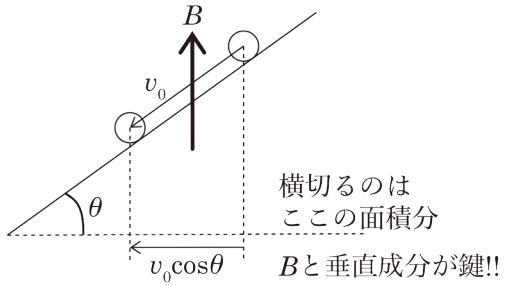
問題 4 解答 (1) P の方が $v_0Bl\cos\theta$ 高い　(2) $I = \dfrac{v_0 Bl\cos\theta}{R}$　(3) $v_0 = \dfrac{mgR\sin\theta}{(Bl\cos\theta)^2}$

(4) $P = W$

問題 4 解説

(1) 棒電池の考え方で、誘導起電力の向きと、大きさを考える。





《向き》

横切る速度成分 $v_0\cos\theta$ を B の向きに回したとき、右ねじの進む向きに起電力が発生するので、上図左のような棒電池ができる。よって、<u>P の方が Q よりも電位が高い</u>。

《大きさ》

vBl 公式を用いて

$$V = v_0 Bl\cos\theta \quad \cdots(答)$$

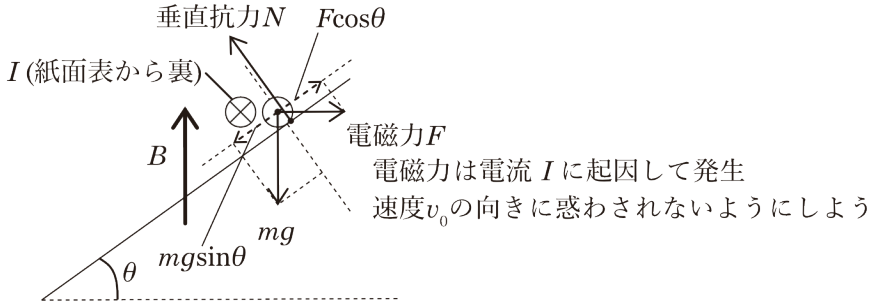
＊ QPR の部分をコイルとみなすと、コイルを貫く磁束は上向きが増える変化である。そして、レンツの法則より、それを打ち消すために下向きに磁場を作るように誘導電流が流れる。よって、Q→P 向きに電位が上がる向きだとわかる。

(2) オームの法則 $V = RI$ より、

$$v_0 Bl\cos\theta = RI$$

$$\therefore I = \frac{v_0 Bl\cos\theta}{R} \quad \cdots(答)$$

(3) 電磁力の向きを見極め、力のつりあいを考える。電磁力の向きが斜面に沿った向きではなく、電流 I、磁束密度 B と直交する向きであることに注意する。下図のように、横から斜面を見たとき電流 I は紙面表から裏向きに流れているので、電磁力は真右にはたらく。



導体棒の速度が v_0 で一定ということは、力がつりあっているということになる。電磁力 F（$= IBl$）の斜面平行成分と、重力の斜面平行成分で、力のつりあいの式を立てると

$$F\cos\theta = mg\sin\theta$$

$$IBl\cos\theta = mg\sin\theta$$

$$\frac{v_0 Bl\cos\theta}{R} \times Bl\cos\theta = mg\sin\theta \qquad \left(\because I = \frac{v_0 Bl\cos\theta}{R}\right)$$

$$\therefore v_0 = \frac{mgR\sin\theta}{(Bl\cos\theta)^2} \quad \cdots(答)$$

(4) 重力が仕事をした分が電気エネルギーに変わっている、というエネルギー収支であるので、$\underline{P = W}$ となる。これを厳密に計算すると下図のようになる。

抵抗 R での消費電力について　　公式 $P = IV$ で求めると、

$$P = \frac{v_0 Bl\cos\theta}{R} \times v_0 Bl\cos\theta = \frac{(v_0 Bl\cos\theta)^2}{R}$$

前問(3)の v_0 を代入して、

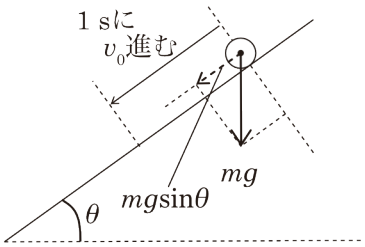
$$P = \frac{\left\{\dfrac{mgR\sin\theta}{(Bl\cos\theta)^2} \times Bl\cos\theta\right\}^2}{R} = \frac{R(mg\sin\theta)^2}{(Bl\cos\theta)^2}$$

重力による仕事について　棒は斜面を 1 s 間に v_0 進む。これを用いて重力が棒にする仕事を公式 $W = Fx$ で求めると、

$$W = mg\sin\theta \times v_0$$

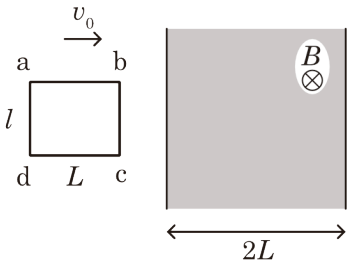
$$W = mg\sin\theta \times \frac{mgR\sin\theta}{(Bl\cos\theta)^2} = \frac{R(mg\sin\theta)^2}{(Bl\cos\theta)^2}$$

このように、$P = W$ ということを示せる。



問題 5 電磁誘導の典型問題③

辺の長さ L、l で抵抗 R をもつ長方形のコイル abcd を一定の速さ v_0 で幅 $2L$ の磁束密度 B の磁場（向きは紙面表から裏）の中を図のように動かす。右辺 bc が磁場中に入った時刻を 0 とする。このとき、以下の(1)〜(3)の物理量の時間変化を表すグラフをかけ。このとき、㋐ $0 < t < \dfrac{L}{v_0}$、㋑ $\dfrac{L}{v_0} < t < \dfrac{2L}{v_0}$、㋒ $\dfrac{2L}{v_0} < t < \dfrac{3L}{v_0}$ でグラフの特徴が変わることに注意せよ。



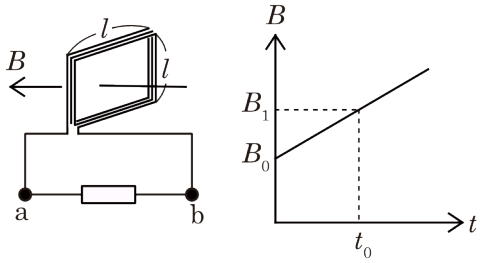
(1) 抵抗に流れる電流 I (a→b の向きを正)

(2) コイルに加えるべき外力 F (右向きを正)

(3) コイルを貫く磁束 ϕ

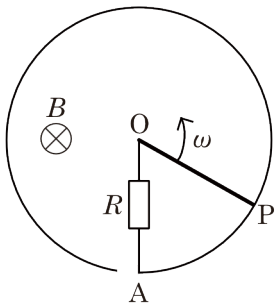
問題 6 電磁誘導の典型問題④

一辺が l の正方形をした N 巻のコイルに垂直に磁界をかけ、磁束密度 B を図のように時間的に増やした。抵抗 R に流れる電流の大きさ I と向きを求めよ。



問題 7 電磁誘導の典型問題⑤

半径 r の円形レールの一部をカットし、中心 O と端 A を抵抗 R で結ぶ。OP は金属棒で、時刻 $t = 0$ に OA の位置から一定の角速度 ω で反時計回りに回転させる。磁束密度 B の磁界が紙面の表から裏の向きにかかっている。R 以外の抵抗はないとする。



(1) 金属棒 OP で発生する誘導起電力の大きさ V と向きを答えよ。

(2) OA を流れる電流の強さ I を答えよ。

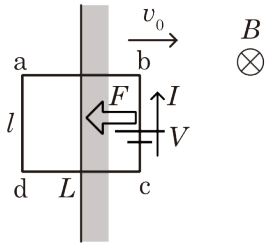
(3) OP のほかにもう一本金属棒 OQ を OP と正反対の位置に置き、(POQ は直径となる)、両者を ω で反時計回りに回転させる。OA を流れる電流は(2)の何倍になるか。

問題５解答　完成したグラフは次ページ下部

問題５解説　㋐、㋑、㋒の区間でそれぞれどのような状況になるか分析してみよう。

㋐：㋐はコイルが入っていく過程となる。辺 bc のみが磁束を横切って棒電池になる。

起電力 → 電流 → 電磁力 の解法ステップを丁寧に処理していこう。



《起電力》右ねじの法則により、起電力の向きは c → b 向き

起電力の大きさ V は vBl 公式より、$V = v_0Bl$

《電流》オームの法則 $V = RI$ より

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I = \frac{v_0Bl}{R}$$

問題文の指示に従うと、これは負の値となる。

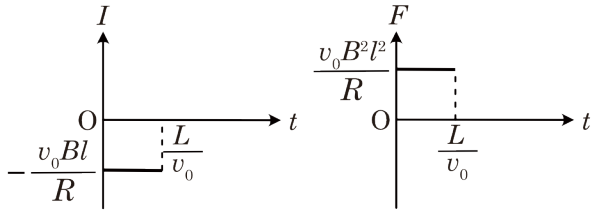
《電磁力》右ねじの法則より、電磁力 F の向きは左向き。

これはブレーキになってしまうので、等速で動かすには、同じ大きさの外力を右向きに加えればよい。外力の向きは正の向きといえる。

電磁力 F の大きさは IBl 公式より

$$F = IBl \Rightarrow F = \frac{v_0Bl}{R} \times Bl = \frac{v_0B^2l^2}{R}$$

ここまでをグラフにすると下図のようになる。



《コイルを貫く磁束 ϕ》

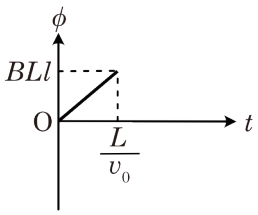
$\phi = BS$ であり、㋐ではだんだんと磁場領域にコイルが侵入していっているので、だんだん増えていっているといえる。入っていくコイルの面積を t の関数で示すと、

$$S = l \times v_0t = v_0lt$$

よって磁束 ϕ を t の関数で示すと、

$$\phi = BS = Bv_0lt$$

t の一次関数なので直線のグラフとわかり、コイルがすっぽり入ると面積は Ll となり、磁束の数が $\phi = BS = BLl$ になることを踏まえてグラフにすると下図のようになる。

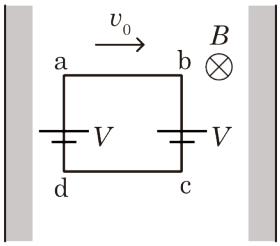


㋑：㋑ではコイルが全て入った状態で移動している過程となる。辺 bc と辺 ad が磁束を横切って棒電池になる。

《起電力》辺 bc の起電力の向きは c → b 向き、

辺 ad の起電力の向きは d→a 向き。

起電力の大きさ V はどちらも $V = v_0Bl$



《電流》2 つの棒電池は互いに起電力を打ち消しあって、

電流は流れなくなる。

《電磁力》電流が流れていないので、電磁力もはたらかない。

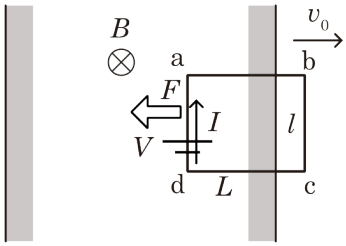
《コイルを貫く磁束 ϕ》コイルは全部入った状態で移動しているので、常に面積 $S = Ll$ の部分を磁束は貫き、$\phi = BLl$ で一定となる。

＊ コイル内の磁束の変化がないので、ファラデー則的にも起電力がないことが説明できる。

㋒：㋒ではコイルが出ていく過程となる。辺 ad のみが磁束を横切って棒電池になる。

《起電力》辺 ad の起電力の向きは d→a 向き。

起電力の大きさ V は $V = v_0Bl$



《電流》オームの法則 $V = RI$ より

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I = \frac{v_0Bl}{R}$$

問題文の指示に従うと、これは正の値となる。

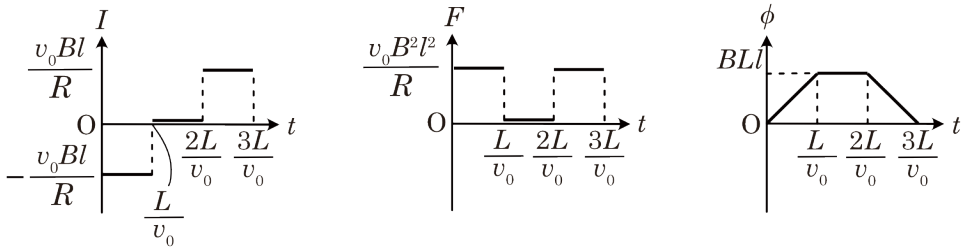
《電磁力》右ねじの法則より、電磁力の向きは左向き。

等速で動かすには、同じ大きさの外力を右向きに加えればよい。外力の向きは正の向きといえる。電磁力の大きさは IBl 公式より

$$F = IBl \Rightarrow F = \frac{v_0Bl}{R} \times Bl = \frac{v_0B^2l^2}{R}$$

《コイルを貫く磁束 ϕ》㋐の過程と逆の要領で磁束が減っていくといえる。

ここまでをグラフにまとめると下図のようになる。…(答)



＊ファラデー則で起電力を考えることもできる。起電力は磁束の変化率 $\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$ なので、$\phi - t$ グラフの傾きといえる。ア、ウの区間は傾きがあるので起電力があり、イの区間は傾きがないので起電力が 0 となる。今回の現象をファラデー則でもきちんと説明できることを確かめておこう。

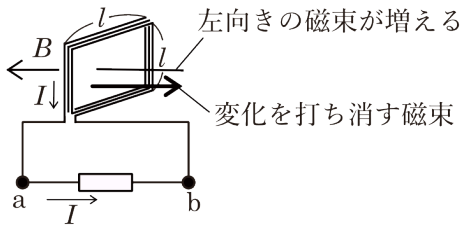
問題６解答　a → b の向き、$I = \dfrac{Nl^2(B_1 - B_0)}{Rt_0}$

問題６解説　この問題は、磁束密度 B が変化する問題なので、棒電池の考え方では解けない。ファラデー則で考えよう。

今回の問題はコイル内を左向きに貫く磁束が増えている。よってその変化を打ち消すために、右向きの磁束を作るように誘導電流が流れるような起電力が生まれる。右ねじの法則より電流の流れる向きを考えると a → b となる。

さて、起電力の大きさ V を出すために、１秒での磁束の変化率 $\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}$ をグラフより求めると、

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{B_1 l^2 - B_0 l^2}{t_0} \quad (\because \phi = BS,\ \Delta\phi = \phi_{後} - \phi_{前})$$



いつもはこれがそのまま起電力だったが、コイルを N 巻しているので、N 倍しないといけないことに気をつける。ファラデーの電磁誘導の法則より、

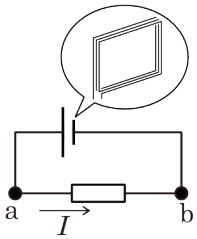
$$V = N\left|\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right|$$

$$V = N \times \frac{B_1 l^2 - B_0 l^2}{t_0} = \frac{N(B_1 - B_0)l^2}{t_0}$$

起電力がわかったので、オームの法則 $V = RI$ より、I を求めると

$$I = \frac{V}{R} = \frac{\dfrac{N(B_1 - B_0)l^2}{t_0}}{R} = \frac{N(B_1 - B_0)l^2}{Rt_0}$$

＊ コイルが誘導起電力を発生させるときも、下図のように回路内に電池があると考えられるようになっておこう。

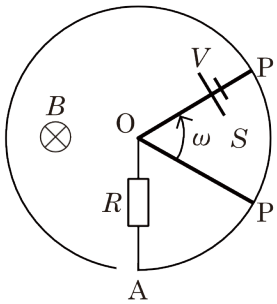


コイルも電池となるのだ。

問題 7 解答 (1) P→O 向き、$V=\dfrac{Br^2\omega}{2}$ (2) $I=\dfrac{Br^2\omega}{2R}$ (3) 1 倍

問題 7 解説 磁場内で導体棒が動いているので、棒電池となる。

(1) 『1 秒に横切る磁束の本数』が起電力 V となる。角速度 ω で動くとき 1 秒に横切る面積は、下図のようなおうぎ形になり、そこの面積 S を求め、そこから ϕ を求める。



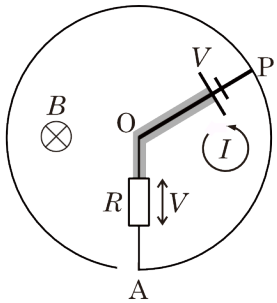
$$S=r^2\pi\frac{\omega}{2\pi}=\frac{r^2\omega}{2}$$

$$\Rightarrow \phi=BS=B\times\frac{r^2\omega}{2}=\frac{Br^2\omega}{2} \quad \cdots(答)$$

これが 1 s あたりに横切る磁束の本数となり、それがそのまま起電力 V となる。

円軌道の際に vBl 公式は使えないので注意しよう。

(2) 起電力が出たので、オームの法則で電流 I を出す。OAP で回路となっているので、色分けしてみると、抵抗に起電力 V がそのままかかっているとわかる。

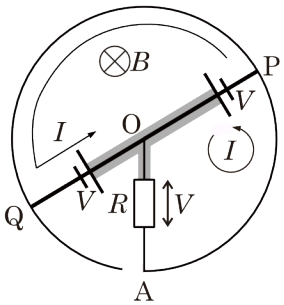


オームの法則 $V=RI$ より、

$$I=\frac{V}{R}=\frac{\frac{Br^2\omega}{2}}{R}$$

$$\therefore I=\frac{Br^2\omega}{2R} \quad \cdots(答)$$

(3) OQ に設置した導体棒も電池となる。電池を書いて色分けをすると下図のようになる。



抵抗にかかる電圧は V のまま変わらないので、流れる電流は前問(2)と同じとわかる。

よって <u>1 倍</u>。

＊ 回路の形からは読み取りづらいが、電池が並列接続されている状況と同じである。