# §電磁気−第 6 章　交流

## テーマ 1　交流の発生

電源には直流と交流の 2 種類がある．

直流 … 一定の電圧を発生させる電源．電池などが直流電源．

交流 … 時間経過で電圧の大きさや向きが変わる電源．家庭用のコンセントは交流電源．

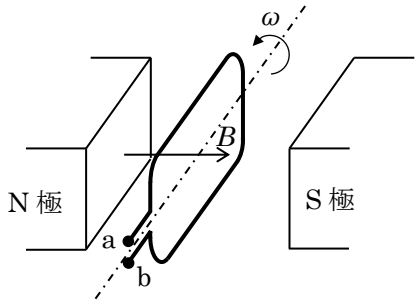
最初に，交流がいかにして作られるかを学ぼう．

### 問題 1　交流の発生

磁束密度 $B$ の磁場中で，断面積 $S$ の $N$ 巻コイルを磁場に垂直な軸のまわりで，角速度 $\omega$ で回転させる．コイル面が図のように磁場に垂直になったときの時刻を 0 とし，以下の問いに答えよ．

(1) コイルを貫く磁束の本数 $\phi$ を時刻 $t$ の関数で表せ．

(2) 誘導起電力 $V$ を時刻 $t$ の関数で表せ．ただし，a が高電位になるときの起電力の向きを正とする．

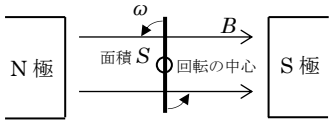



問題 1 解答　(1) $\phi = BS\cos\omega t$　　(2) $V = NBS\omega\sin\omega t$

問題 1 解説

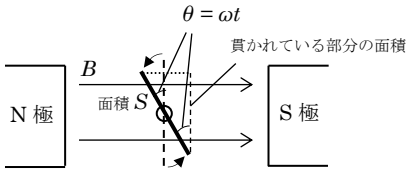
(1) 問題にある図は斜め上から立体的に見ているが，見づらい．これを紙面手前から見た図を書いてみると，右図のようになる．

最初は，コイル全体を磁束が貫いているので，$BS$ 本，磁束は貫いているといえる．



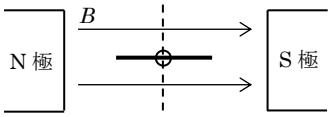

$t = 0$ のとき

ここから $t$ 秒たったときを考える．（コイルは $\omega t$ 回転する．）すると，右図のように磁束が貫く面積は減少する．そのときの面積は $S\cos\omega t$ であるので，コイルを貫く磁束は $BS\cos\omega t$ 本となる．… 答




$t = t$ のとき

＊ $\theta = 90^\circ$ のときには，コイルを貫く本数は 0 になり，その後の回転では本数は増えていくことになる．




まったく貫かなくなる瞬間!!

(2) 誘導起電力の大きさを出す方法は『棒電池』か『ファラデー則』の 2 通りだが，磁束の本数が時間変化する式を出したところなので，ファラデー則の方が考えやすい．

ファラデー則　$|V| = N\left|\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right|$　を立式するために，$\phi$ を $t$ で微分して$\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$を求めよう．

前問(1)の $\phi = BS\cos\omega t$　を微分すると，$\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -BS\omega\sin\omega t$ となる．

コイルが $N$ 巻の物なので，$N$ をつけることを忘れないように気をつけてファラデー則を適用すると，

$$|V| = N\left|\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right| = N\ |BS\omega\sin\omega t|$$

$t = 0$ 以降，最初に発生する起電力は a の方が高電位であることから，最初に正の値となる+sin 型の起電力といえるので符号は＋とわかり，

$V = NBS\omega\sin\omega t$　… 答

（＊ 磁束を横切っているので『棒電池』でも考えることはできる．棒電池で考える際は，$v$ の縦成分で $vBl$ 公式を立てる．また，起電力の向きを考えるときは棒電池の考え方が楽なので，今回のモデルで棒電池がどこにできるかなども考える練習をしておこう.）

重要　電圧 $V$ の正負の符号について

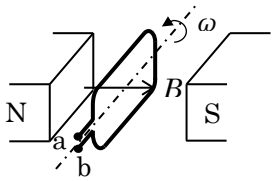
ファラデー則を絶対値記号を用いず $V=-N\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$ と書き，$\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -BS\omega\sin\omega t$ を代入すれば，符号が勝手に＋になり，絶対値記号が不要に見える．しかしこれは偶然で，問題文に『b が高電位になるときの起電力の向きを正とする』と書かれていたら，解答は $V = -NBS\omega\sin\omega t$ となる．

$V=-N\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$のマイナスはレンツの法則『$\phi$ の増減を打ち消す向きに起電力が生じるよ』という意味のもので，数式的な意味は特にないのだ．

（ほとんどの問題は $V=-N\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$に$\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$を符号ごと代入すれば起電力の正負と合うような向きに設定されているので単純代入でも大丈夫なのだが，たまに逆になっているときがあるので注意しよう.）

＊交流電源のグラフ

問題１の起電力の向きを，グラフにして考えてみる．コイルは90°回転するごとに磁束の増える減るが切り替わる．その磁束変化を妨げる向きに電流が流れるので，その向きをそれぞれの場合で考えると，

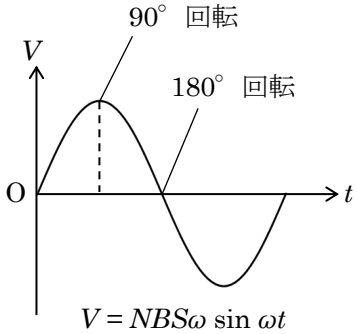



0°～90°　のときは磁束が減っていく→右に磁束を作る．
b→a に電流 (a が高電位)(起電力は正)

90°～180°のときは磁束が増えていく→左に磁束を作る．
b→a に電流 (a が高電位)(起電力は正)

180°～270°のときは磁束が減っていく→右に磁束を作る．
a→b に電流 (b が高電位)(起電力は負)

270°～360°のときは磁束が増えていく→左に磁束を作る．
a→b に電流 (b が高電位)(起電力は負)




となる．頭の中でコイルを回転させて，右ねじを巻いて，イメージと文章をしっかりと結びつけておこう．途中で，a と b の上下の位置関係が変わることにも注意が必要である．絶対に必要なトレーニングなので，必ず確かめよう．

また，交流電源のパラメータとして以下のものには名前がついている．頭に入れておこう．

角周波数ω … これが大きいと，変化のペースが早いイメージ.角振動数ともいう．

周期 $T$ … $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ ，電圧の１周期にかかる時間．コイルが１周する時間.

周波数 $f$ … $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega}{2\pi}$ ，1 s 間に１周期分の電圧が何回繰り返されるか. 振動数ともいう．

# テーマ 2 交流の最大値と実効値

交流電源は電圧が時間変化するので，『○○V の電源』のように単純には表現できない．そこで，電源の性能を示す際に特定の値をピックアップすることにした．それが『最大値』と『実効値』である．

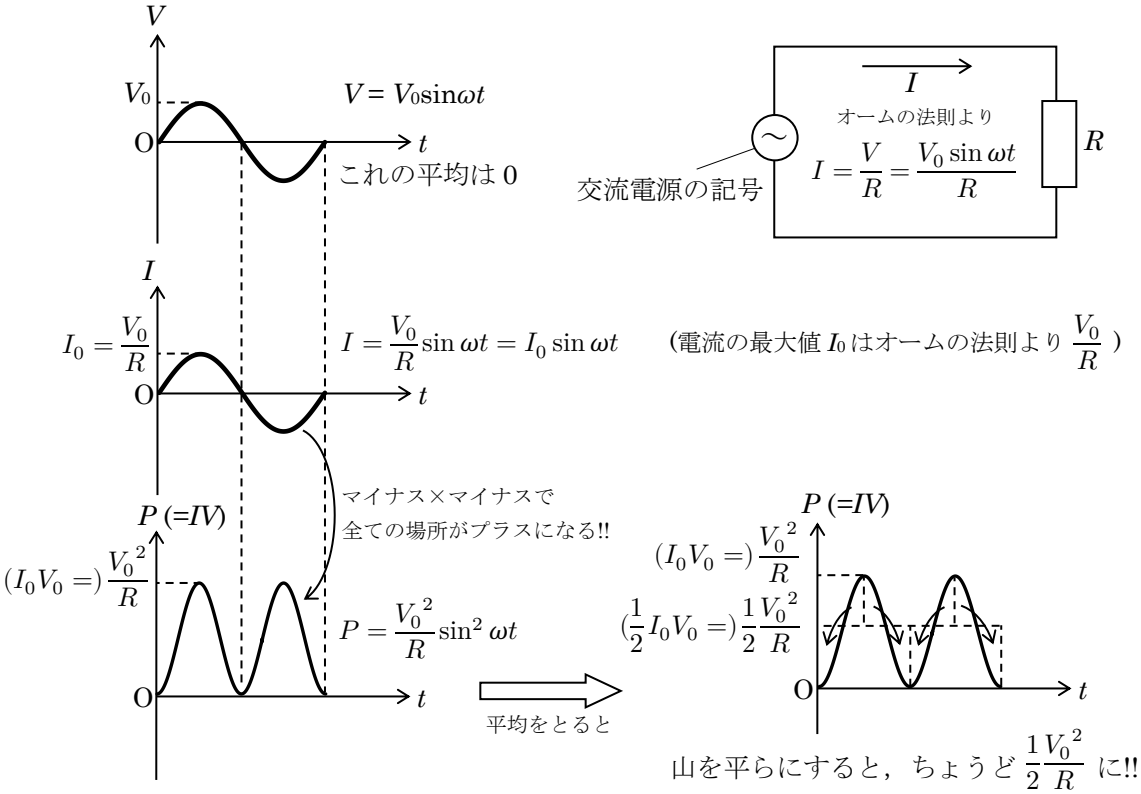
最大値 $V_0$ … 時間変化の中の最大値．$V = V_0 \sin \omega t$ という電源だったとき，$V_0$ が最大値．
実効値 $V_e$ … 交流での消費電力の平均値と等量の消費電力を，仮に直流で作ろうとしたときに必要な電圧．実際に計算をすると最大値 $V_0$ の $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍が実効値 $V_e$ と求まる．

公式 $V_e = \frac{1}{\sqrt{2}} V_0$

☆ 実効値の公式について

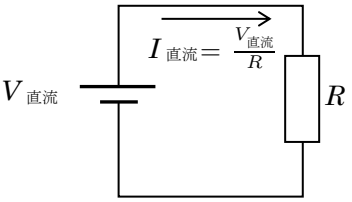
STEP ① **電力 $P$** のグラフを作り，**平均**をとる．

問題 229 のような $V = NBS\omega \sin\omega t$ の交流電源だと，その最大値は $NBS\omega$ である．これを $V_0$ と置く（$V = V_0 \sin\omega t$ という式になる）．このとき『起電力の平均』をとったら 0 になってしまう（以下 $V-t$ グラフ参照）．しかし，この電源に抵抗 $R$ を接続したときの電力 $P$ を考えると，いつも電力は正となり，平均を考えることができる．




このように，電力 $P$ は交流でも常に正の値となりその平均 $\bar{P}$ は $\bar{P} = \frac{1}{2}\frac{V_0{}^2}{R}$ となる．

STEP ② 平均の電力$\bar{P}=\frac{1}{2}\frac{{V_0}^2}{R}$を作る直流回路を考える




このときの電力 $P$ は $P=IV$ より，$P=\frac{{V_{直流}}^2}{R}$となり，

これが$\bar{P}=\frac{1}{2}\frac{{V_0}^2}{R}$と同じとなるときの $V_{直流}$を考えると，

$$\frac{{V_{直流}}^2}{R}=\frac{1}{2}\frac{{V_0}^2}{R}$$

$$V_{直流}=\frac{1}{\sqrt{2}}V_0$$

となる．これを『交流電圧の実効値 $V_e$』というのだ．

また，電流の実効値を $I_e$ としたとき，実効値の定義より$\bar{P}=I_eV_e$と示せる．そして，$\bar{P}=\frac{1}{2}I_0V_0$であり，$V_e=\frac{1}{\sqrt{2}}V_0$であることから，

$$\frac{1}{2}I_0V_0=I_e\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}V_0$$

$$\therefore\ I_e=\frac{1}{\sqrt{2}}I_0$$

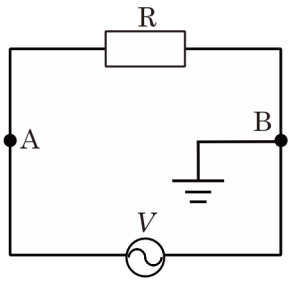
となる．これを『電流の実効値』と呼ぶ．

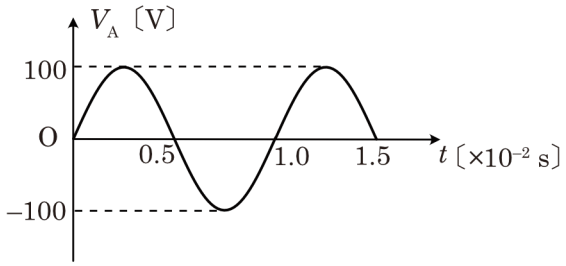
＊ 家庭用コンセントの電圧が 100 V というのを聞いたことがあるだろう．実はこの値は実効値である．よって，家庭用コンセントの電圧の最大値は $100\times\sqrt{2}$で約 141V である．具体数にすると，最大値と実効値は結構大きさが違うことが実感できる．

＊ 消費電力がいくらになるかを計算するときに便利な値が実効値，というイメージを持っておこう．

問題 2 交流のグラフ

交流電源を抵抗 R に接続し，点 B を設置した回路において点 A の電位 $V_A$ の時間変化は，図のように示される．電源の交流電圧 $V$ の最大値，実効値，周波数はそれぞれいくらか．また，抵抗 R が 50 Ω のとき，R を流れる電流の実効値はいくらか．



問題２解答　電圧の最大値 100 V，実効値 71 V，周波数 $1.0\times10^2$ Hz，電流の実効値 1.4 A

問題２解説

・電圧の最大値 $V_0$

グラフから読み取り，電圧の最大値 $V_0$ は

$V_0 = \mathbf{100\ V}$ … 答

・電圧の実効値 $V_e$

電圧の実効値 $V_e$ は最大値 $V_0$ の $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍である．($V_e = \frac{1}{\sqrt{2}}V_0$ は暗記しよう．)

$V_e = \frac{1}{\sqrt{2}}\times100 = 70.5 \fallingdotseq \mathbf{71\ V}$ … 答

・周波数 $f$

グラフから読み取り，交流の周期 $T$ は

$T = 1.0\ \times10^{-2}$ s … 答

交流の周波数 $f$ は

$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1.0\times10^{-2}} = \mathbf{1.0\times10^2\ Hz}$ … 答

・電流の実効値 $I_e$

交流の場合もオームの法則 $V = RI$ を立式できる．ただし，最大値なら最大値，実効値なら実効値で立式を行う．実効値で式を立てると，

$V_e = RI_e$

$\frac{100}{\sqrt{2}} = 50\times I_e$

$\therefore I_e = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} = 1.41 \fallingdotseq \mathbf{1.4\ A}$ … 答

＊ 最大値で立式を行うと

$V_0 = RI_0$

$100 = 50\times I_0$

$\therefore I_0 = 2.0$

$I_e = \frac{1}{\sqrt{2}}I_0$ より

$I_e = \frac{1}{\sqrt{2}}\times2.0 = \sqrt{2} = 1.41 \fallingdotseq \mathbf{1.4\ A}$ … 答

# テーマ３ 交流回路でのコイルとコンデンサーの振る舞い

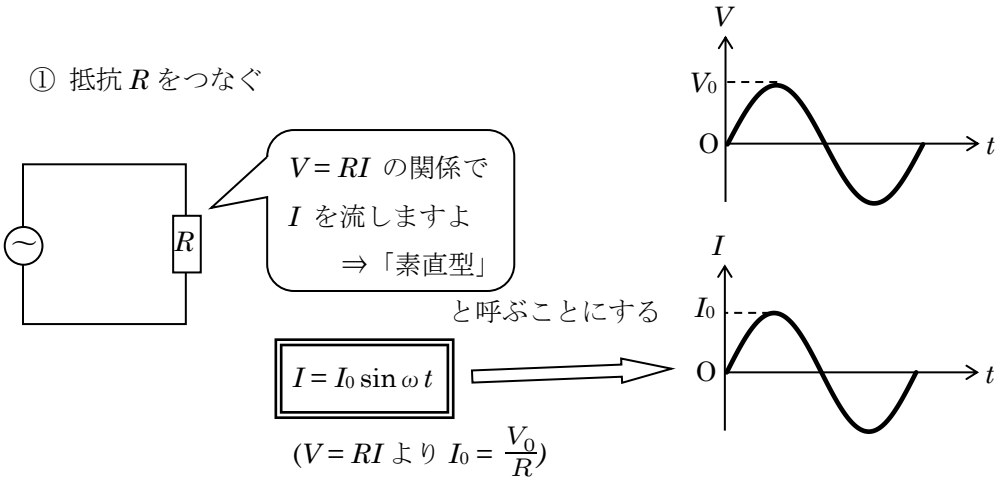
コイルやコンデンサーを回路につなぐと，

『コイル → 変化を嫌がるので，電圧がかかってもなかなか電流を流さない.』

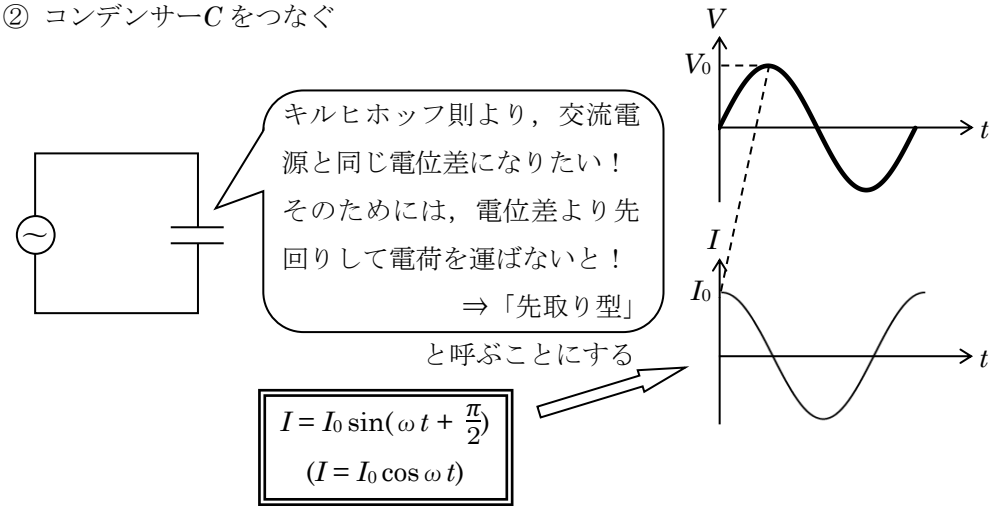
『コンデンサー → 電荷の移動が完了すると（電流が流れた後），極板に電位差が生じる.』

という振る舞いをする．この特徴を大切にしながら，交流回路にコイルやコンデンサーをつないだときの挙動を見てみよう．

① 抵抗 $R$ をつなぐ

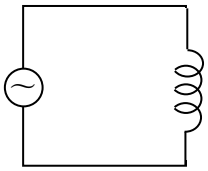



② コンデンサー$C$ をつなぐ

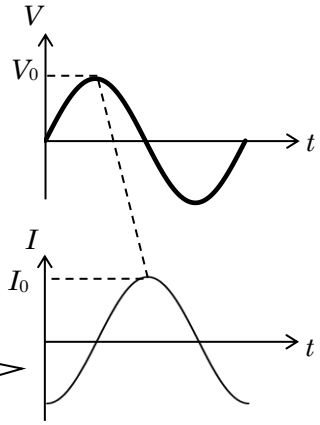



＊コンデンサーでは電荷が移動した分だけ電位差が生じる．電流が先，電圧はその結果というイメージ．電源の電位差に合わせてコンデンサーが電位差を持つためには『**電流が電圧を先取りする必要がある**』とイメージしよう．電圧より電流のほうが早いので先取り型と呼ぶことにする．

③コイル $L$ をつなぐ



交流電源の電圧がかかっても誘導起電力で対抗するよ.少しずつ受け入れて電流を流します.
⇒『いやいや型』
と呼ぶことにする.




$$I = I_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$
$$(I = -I_0 \cos \omega t)$$

＊コイルは電流の変化を嫌がり誘導起電力を発生させ，その後，だんだんと電流の変化が受け入れられる.『**変化を嫌々受け入れる**ので，**電圧のピークより遅れて電流のピークがくる**』とイメージしておこう．電圧より遅れて電流が流れるのでいやいや型と呼ぶことにする.

## テーマ 4 リアクタンス $X$

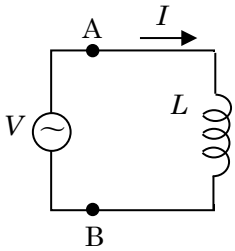
抵抗 $R$ と電圧 $V$ と電流 $I$ の関係はオームの法則より $V = RI$ となる．この関係により $V$ がわかれば，$I$ がどれだけ流れるか，などの逆算ができた．同様にコンデンサーとコイルにおいても $V$ の最大値に対して，$I$ の最大値がいくらになるか計算ができると便利である.

このようなコンデンサーとコイルでの抵抗値 $R$ のような値をリアクタンスという．次ページの問題 3 問題 4 を使って，リアクタンスを求めてみよう.

問題 3 コイルのリアクタンス

次の文中の(　　)の中に適する式または言葉を入れよ．また，途中の問いに答えよ．

図のように，自己インダクタンス $L$ のコイルが交流電源に接続され，回路には $I = I_0 \sin \omega t$ が流れている．ここで，$I_0$ は最大電流，$\omega$ は角周波数(角振動数)，$t$ は時刻である．電流は矢印の方向を正とし，交流電源の電圧は A 点の電位が B 点より高いときを正とする．電源とコイルの内部抵抗は無視できるものとする．




時間 $\Delta t$ の間に交流電流 $I$ が $\Delta I$ だけ変化すれば，コイルに生じる誘導起電力 $Vr$ は

$Vr =$ (ア)

である．ここで，回路に抵抗がない場合，キルヒホッフの法則より電源電圧 $V$ は

$V =$(イ)　　…①

となる．

$\Delta I$ は $\Delta I = I_0 \sin \omega (t + \Delta t) - I_0 \sin \omega t$ と示せるが，$\Delta t$ が小さいときは近似的に

$\Delta I =$ (ウ)・$\Delta t$　　…②

と書ける．そして②式を①式に代入すると，電源電圧 $V$ は

$V =$ (エ)

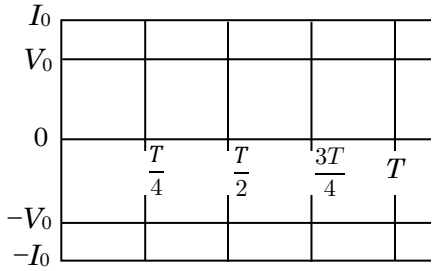
と書ける．この式より電源電圧 $V$ の最大値 $V_0$ は $\omega$，$I_0$，$L$ を用いて

$V_0 =$ (オ)　　…③

と示せる．

問い

交流電流 $I$ と電源電圧 $V$ の時間変化をグラフにかけ．ただし，グラフの横軸の $T$ は $\frac{2\pi}{\omega}$ である．




このグラフからわかるように，コイルに流れる交流電流 $I$ は，コイルにかけられた交流電圧 $V$ よりも位相が $\frac{\pi}{2}$ (カ) ことがわかる．

また，③式よりコイルのリアクタンスは(キ)といえる．

問題３解答　(ア) $Vr = L\frac{\Delta I}{\Delta t}$　(イ) $V = L\frac{\Delta I}{\Delta t}$　(ウ) $\Delta I = \omega I_0 \cos\omega t \cdot \Delta t$

(エ) $V = \omega L I_0 \cos\omega t$　(オ) $V_0 = \omega L I_0$　問い 解説参照　(カ) 遅れている

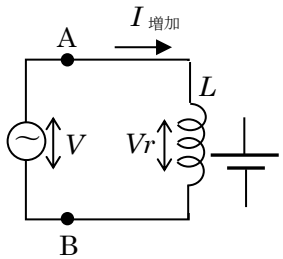
(キ) $\omega L$

問題３解説

(ア) インダクタンスの定義より

$$Vr = L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

誘導起電力の向きも考えよう. $\Delta I$ が正（正の向きの電流が増加）のときは, その変化を打ち消す向き, つまり負の向きにコイルは電流を流そうとする. すると, 右図のような起電力を生んでいるといえる.




(イ) キルヒホッフ則より，電源の電位差 $V$ とコイルの電位差 $Vr$ が等しいといえる．よって

$$V = L\frac{\Delta I}{\Delta t} \quad \cdots①$$

(ウ)　$\Delta I = I_0 \sin\omega(t+\Delta t) - I_0 \sin\omega t$

$= I_0 \sin\omega t \cdot \cos\omega\Delta t + I_0 \cos\omega t \cdot \sin\omega\Delta t - I_0 \sin\omega t$　（加法定理で展開）

ここで $\Delta t$ が非常に小さい場合，$\cos\omega\Delta t = 1$　$\sin\omega\Delta t = \omega\Delta t$　と見なせるので

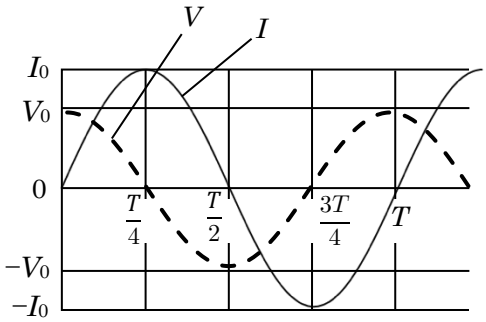
$$\Delta I = \omega I_0 \cos\omega t \cdot \Delta t \quad \cdots②$$

(エ) ②を①に代入して,

$$V = \omega L I_0 \cos\omega t$$

(オ)　空欄(エ)の式より，$V$ の最大値 $V_0$ は $V_0 = \omega L I_0$　となる．($\cos\omega t = 1$ のとき最大)

問い $I = I_0 \sin\omega t$ と $V = V_0 \cos\omega t$ をグラフにすると右のようになる. (+sin 型は原点スタートで最初に正に変化するグラフ．+cos 型は正に最大からスタートするグラフ．)



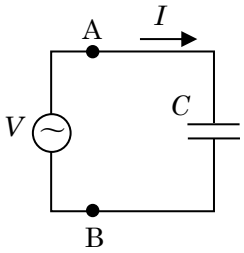

(カ) 問いで書いたように $I$ は $V$ よりもピーク(山)が遅れている．これを位相が $\frac{\pi}{2}$ 遅れているという．コイルは『いやいや型』なのである．

(キ) 空欄(オ)で求めた $V_0 = \omega L I_0$ をオームの法則 $V = RI$ と比べると, $R$ と対応するのは『$\omega L$』の部分である. この部分が, コイルの抵抗的なものにあたり『誘導リアクタンス』という.

問題 4　コンデンサーのリアクタンス

次の文中の(　　)の中に適する式または言葉を入れよ．途中の問いに答えよ．

電気容量 $C$ のコンデンサーが図のように交流電源に接続されている．電源電圧 $V$ は $V = V_0\sin\omega t$ となっている．ここで，$V_0$ は最大電圧，$\omega$ は角周波数(角振動数)，$t$ は時刻である．電圧は図において A 点の電位が B 点より高いときを正とし，電流は矢印の方向を正とする．電源の内部抵抗は無視できるものとする．




時間 $\Delta t$ の間にコンデンサーの上の極板に蓄えられている電気量が $\Delta Q$ だけ増加するとき，交流電流 $I$ は

$I =$ (ア)

といえる．一方で，コンデンサーに蓄えられる電気量 $Q$ と電源電圧 $V$ の関係は

$Q =$ (イ)

といえる．時間 $\Delta t$ の間の電源電圧 $V$ の変化を $\Delta V$ とすると，この 2 式より交流電流 $I$ は

$I =$ (ウ)　　…①

と書ける．

$\Delta V$ は $\Delta V = V_0 \sin\omega(t+\Delta t) - V_0\sin\omega t)$ と示せるが，時間 $\Delta t$ が小さいときは近似的に

$\Delta V =$ (エ)・$\Delta t$　　…②

と書ける．式②を式①に代入して計算すると，交流電流 $I$ は

$I =$ (オ)

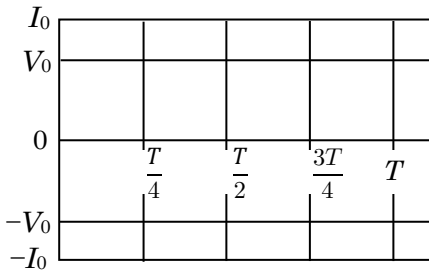
と書ける．このとき，交流電流 $I$ の最大値 $I_0$ は $\omega$，$V_0$，$C$ を用いて示すと

$I_0 =$ (カ)　　…③

である．

問い

交流電流 $I$ と電源電圧 $V$ の時間変化をグラフにかけ．ただし，グラフの横軸の $T$ は $\frac{2\pi}{\omega}$ である．




このグラフからわかるように，コンデンサーに流れる交流電流 $I$ は, コンデンサーにかけられた交流電圧 $V$ よりも位相が $\frac{\pi}{2}$ (キ) ことがわかる．

また，③式よりコンデンサーのリアクタンスは (ク) といえる．

問題４解答　(ア) $I=\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$　(イ) $Q=CV$　(ウ) $I=\dfrac{C\Delta V}{\Delta t}$　(エ) $\Delta V=\omega V_0\cos\omega t\cdot\Delta t$

(オ) $I=\omega CV_0\cos\omega t$　(カ) $I_0=\omega CV_0$　問い　解説参照　(キ) 進んでいる

(ク) $\dfrac{1}{\omega C}$

問題４解説

(ア)電流の定義より，$I=\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$

＊ 電流の定義は,『1 秒間に何 C の電荷が通過するか』である.

(イ) $Q=CV$ という関係から $Q=CV$

＊ 電源電圧 $V$ と，コンデンサー間の電位差 $V$ はキルヒホッフ則より同じになる.

(ウ) 空欄(イ)の式を $\Delta Q=C\Delta V$ と変形し，これを空欄(ア)の式に代入すると，

$$I=\frac{C\Delta V}{\Delta t}\quad\cdots①$$

(エ)　$\Delta V=V_0\sin\omega(t+\Delta t)-V_0\sin\omega t$

$=V_0\sin\omega t\cdot\cos\omega\Delta t+V_0\cos\omega t\cdot\sin\omega\Delta t-V_0\sin\omega t$　(加法定理で展開)

ここで，$\Delta t$ が小さい場合，$\cos\omega\Delta t=1$ ，$\sin\omega\Delta t=\omega\Delta t$　と見なせるので

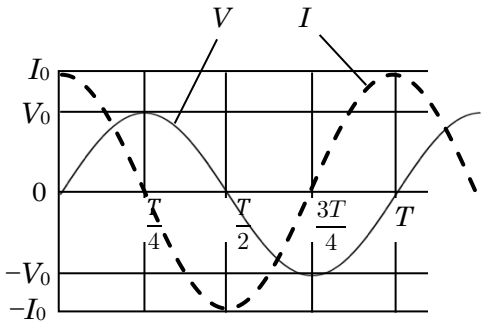
$\Delta V=\omega V_0\cos\omega t\cdot\Delta t$　…②

(オ) ②式を①式に代入して,

$I=\omega CV_0\cos\omega t$

(カ) 空欄(オ)の式より，$I$ の最大値 $I_0$ は $I_0=\omega CV_0$　となる．($\cos\omega t=1$ のとき最大)

問い　$I=I_0\cos\omega t$ と $V=V_0\sin\omega t$ をグラフにすると右のようになる.(+cos 型は最初正に最大からスタートするグラフ．+sin 型は原点スタートで最初に正に行くグラフ．)




(キ) $I$ は $V$ よりもピーク(山)が先にきている.

コンデンサーは『先取り型』なのである.

よって，位相は $\dfrac{\pi}{2}$ 進んでいる．($\dfrac{3\pi}{2}$ 遅れているともいえるが通常しない.)

(ク) 空欄(カ)で求めた $I_0=\omega CV_0$ とオームの法則 $V=RI$ と比べる.

$V=RI$ を $I=\dfrac{1}{R}V$ と変形すると比べやすく，$R$ と対応するのは『 $\dfrac{1}{\omega C}$ 』とわかる

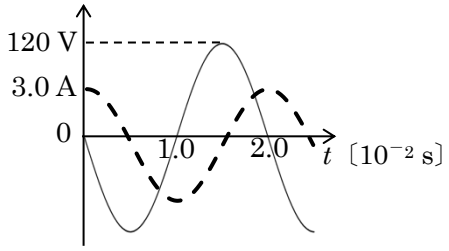
この部分がコンデンサーにおける抵抗的なものにあたり『容量リアクタンス』という.

問題 5 交流回路の素子

実線はある素子にかけた電圧 $V$ を，点線は流れる電流 $I$ を示す．以下の問いに答えよ．

(1) この電源の周波数 $f$ と電圧の実効値 $V_e$ はいくらか．

(2) 電圧をかけた素子は抵抗，コイル，コンデンサーのうちどれか．また，抵抗なら抵抗値 $R$，コイルならインダクタンス $L$，コンデンサーなら容量 $C$ がいくらか答えよ．




問題 5 解答 (1) $f$ : 50 Hz ， $V_e$ : 85 V (2) コイル，$L$ : 0.13 H

問題 5 解説

(1) この電源の周期 $T$ はグラフより $T = 2.0 \times 10^{-2}$ s とわかる．公式 $f = \frac{1}{T}$ に代入して

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2.0 \times 10^{-2}} = 50 \text{ Hz} \quad \cdots 答$$

(実効値) = (最大値)$\times \frac{1}{\sqrt{2}}$ であり，電圧の最大値が 120 V なので

$$V_e = 120 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 60\sqrt{2} \fallingdotseq 85 \text{ V} \quad \cdots 答$$

(2) 電圧より遅れて電流が流れているので，いやいや型のコイルだとわかる．… 答

＊$t = 0$ の電流のピーク(山)と，$t = 1.5$ の電圧のピーク(山)を比べると，先に電流のピークがきているように見える.しかし，$t = 1.5$ と $t = 2.0$ のピークのずれが小さく，『進んでいる・遅れている』の議論をするときは，ずれの小さい方に注目するのが正しい．

コイルのリアクタンスは $\omega L$ なので，電圧と電流の関係は $V_0 = \omega L \cdot I_0$ と書ける．よって

$$V_0 = \omega L \cdot I_0$$

$$120 = \omega L \cdot 3$$

ここで，$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ ということを用いて，

$$120 = 2\pi f \cdot L \cdot 3$$

$$L = \frac{120}{2\pi f \cdot 3} = \frac{120}{2 \times 3.14 \times 50 \times 3}$$

$\therefore\ L \fallingdotseq 0.13$ H … 答

＊$\omega = 2\pi f$ を用いたリアクタンスの変形は頻出なので意識しておこう．

＊リアクタンスの式を立てるときは，最大値か実効値のどちらかを使うのだ．同じ時刻の電流と電圧を式に代入しているわけではない，ということに注意しよう．

**交流の基本まとめ**

| 素子 | 抵抗 | コイル | コンデンサー |
|---|---|---|---|
| $V$ と $I$ の位相 | 同位相 | 電流が遅い<br>（ $\frac{\pi}{2}$ 遅れている ） | 電流が進んでいる<br>（ $\frac{\pi}{2}$ 進んでいる ） |
| 抵抗<br>リアクタンス | $R$ | $\omega L$ | $\frac{1}{\omega C}$ |

＊リアクタンスの単位は〔Ω〕

重要　リアクタンスの覚え方

リアクタンス $\omega L$ と $\frac{1}{\omega C}$ は丸暗記しなければいけない公式である．頑張って覚えよう．

次のようなイメージと一緒に覚えると，素子の持つ物理的性質の理解とつながり忘れづらくなるので，参考にして欲しい．

『$\omega$ がとても大きかったら？』

⇒　すごく早いペースで，電流の向きが切り替わる．変化が激しいといえる．

コイル

⇒　コイルはその変化をすごく嫌がるので電流を流さず，抵抗は大きいといえる．

⇒　コイルのリアクタンスは $\omega$ が大きいときほど大きくなるはずなので　$\omega L$

コンデンサー

⇒　コンデンサーはすごく早いペースで充電，放電を繰り返しているので電流はスムーズに流れ，抵抗は小さいといえる．

⇒　コンデンサーのリアクタンスは $\omega$ が大きいほど小さくなるはずなので $\frac{1}{\omega C}$

# テーマ 5 交流回路の消費電力

交流回路で消費電力を聞かれた際のポイントは以下の 2 つに絞られる．

① 電力が**消費**されるのは抵抗でのみ．

コイル・コンデンサーでは，使用した電力はエネルギーとしてとどまっている．交流ではそれを戻したり再度蓄えたりを繰り返しているだけで，ロスはせず，消費電力は平均すると 0 となる．

② 抵抗 $R$ では電流が流れたとき $\boldsymbol{P = IV}$ のジュール熱が発生する．

抵抗 $R$ では熱としてエネルギーを消費し，**実効値で $\boldsymbol{P = IV}$ の計算をすれば平均値が出せる**．平均値でなくリアルタイムで追跡すると，テーマ 2 で書いたグラフのような時間変化を求める形になる．

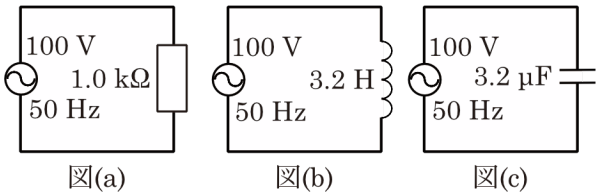
**Piont**

・平均消費電力はコイル・コンデンサーでは 0

・実効値で計算できるのは，あくまで平均値

## 問題 6 リアクタンス

図(a)，(b)，(c)の回路について，次の各問に答えよ．円周率を 3.14 とする．



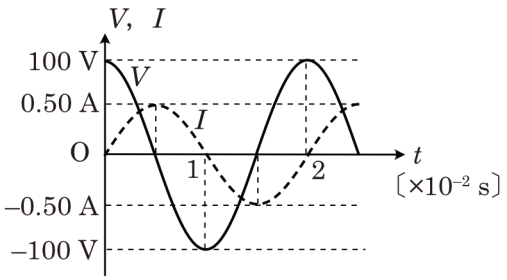

(1) (b)，(c)のリアクタンスを求めよ．

(2) 時刻 $t$〔s〕における電源電圧 $V$〔V〕が，$V = 141\sin 100\pi t$ と表されるとき，各回路に流れる電流 $I$〔A〕を，$t$ を用いて表せ．

(3) 各回路での平均消費電力 $\bar{P}$ はいくらか．

## 問題 7 交流のグラフ

交流電源にある素子を接続したところ，素子に加わる電圧 $V$ と流れる電流 $I$ は，図のようになった．次の各問に答えよ．




(1) 素子は，コンデンサー，コイルのどちらか．

(2) 電圧の最大値は 100 V，電流の最大値は 0.50 A であった．この素子のリアクタンスを求めよ．

(3) 素子がコイルならインダクタンス $L$，コンデンサーならば電気容量 $C$ を求めよ．

問題 6 解答 (1) (b) $1.0\times10^3\ \Omega$　(c) $1.0\times10^3\ \Omega$

(2) (a) $0.14\sin100\pi t$　(b) $-0.14\cos100\pi t$　(c) $0.14\cos100\pi t$

(3) (a) 9.9 W　(b) 0 W　(c) 0 W

問題 6 解説

(1) リアクタンスの公式を使おう．

(b) コイルのリアクタンス $X_L = \omega L$ に代入する．

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2\times3.14\times50\times3.2 = 1004.8 \fallingdotseq \mathbf{1.0\times10^3\ \Omega} \quad \cdots \text{答}$$

(c) コンデンサーのリアクタンス $X_C = \frac{1}{\omega C}$ に代入する．

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\times3.14\times50\times(3.2\times10^{-6})} = 9.95\times10^2 \fallingdotseq \mathbf{1.0\times10^3\Omega} \cdots \text{答}$$

(2) 交流で時間変化する電流や電圧を求める際は，① 最大値を求める　② 位相のズレを組み込む　の 2 ステップを意識しよう．

(a) 抵抗

オームの法則 $V = RI$ より，電流の最大値 $I_0$ を求める．

$$I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{141}{1000} = 0.141 \fallingdotseq 0.14\ \text{A}$$

抵抗は位相のズレはないので，電圧と同位相の式となる．よって，

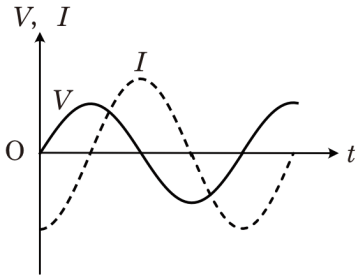
$$I = I_0\sin100\pi t = \mathbf{0.14\sin100\pi t} \quad \cdots \text{答}$$

(b) コイル

オームの法則 $V = X_L I$ より，電流の最大値 $I_0$ を求める．

$$I_0 = \frac{V_0}{X_L} = \frac{141}{1000} = 0.141 \fallingdotseq 0.14\ \text{A}$$

コイルは電流が電圧より遅れるので，電圧が＋sin 型なら電流は－cos 型となる．




よって，

$$I = -I_0\cos100\pi t = \mathbf{-0.14\cos100\pi t} \quad \cdots \text{答}$$

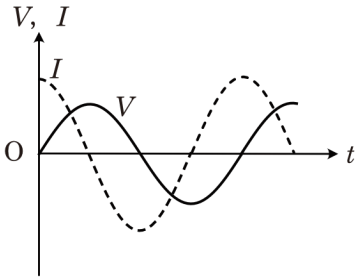
問題 6 解説 (2)続き

(c) コンデンサー

オームの法則 $V = X_C I$ より，電流の最大値 $I_0$ を求める．

$$I_0 = \frac{V_0}{X_C} = \frac{141}{1000} = 0.141 \fallingdotseq 0.14\ \mathrm{A}$$

コンデンサーは電流が電圧よりはやいので，電圧が+sin 型なら電流は+cos 型となる．




よって，

$I = I_0 \cos 100\pi t = \mathbf{0.14 \cos 100\pi t}$ … 答

(3) (a) 抵抗

抵抗の平均消費電力は $\bar{P} = \frac{1}{2} I_0 V_0$，または $\bar{P} = I_e V_e$ で求まることができる．

$$\bar{P} = \frac{1}{2} I_0 V_0 = \frac{1}{2} \times 141 \times 0.141 = 9.94 \cdots \fallingdotseq \mathbf{9.9\ W} \quad \cdots \text{答}$$

(b) (c) コイル，コンデンサー

コイル，コンデンサーでの平均消費電力は **0** となる．… 答

---

問題 7 解答 (1) コイル　(2) $2.0 \times 10^2\ \Omega$　(3) 0.64 H

問題 7 解説

(1) 電圧に対して，電流が遅れているので，この素子は**コイル**とわかる．

(2) 最大値を用いてオームの法則を立式すると，

$$V_0 = X_L I_0$$

$$X_L = \frac{V_0}{I_0} = \frac{100}{0.50} = \mathbf{2.0 \times 10^2\ \Omega}$$

(3) コイルのリアクタンスの式 $X_L = \omega L$ から求める．

グラフから交流の周期 $T$ が $T = 2.0 \times 10^{-2}$〔s〕であり，これより，交流の角振動数 $\omega$ は

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.14}{2.0 \times 10^{-2}} = 3.14 \times 10^2$$

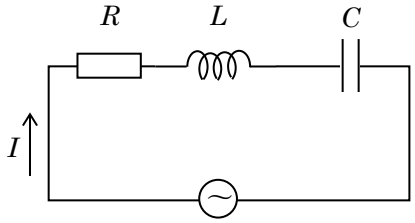
これより，

$$X_L = \omega L$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{2.0 \times 10^2}{3.14 \times 10^2} = 0.636 \cdots \fallingdotseq \mathbf{0.64H} \quad \cdots \text{答}$$

## テーマ6 インピーダンス $Z$

交流回路で複数の素子を入れたときの合成抵抗的なものをインピーダンスという．典型的な例として RLC 直列回路を使って分析の練習をしてみよう．




$R$ は抵抗，$L$ はコイル，$C$ はコンデンサーを示し，それを直列につないだものが『RLC 直列回路』である．直列だと，導線が枝分かれしていないので，**3 つの素子に流れる電流は共通**となる．
（RLC 並列回路だと，電圧が共通となる．）

共通な部分を基準に各素子での位相のずれを考える．電流を $I = I_0 \sin \omega t$ とすると，

$$\begin{cases} \text{抵抗での電位差} \rightarrow \text{同位相} \rightarrow V_R = RI_0 \sin \omega t \\ \text{コイルでの電位差} \rightarrow \text{電圧のほうが早い} \rightarrow V_L = \omega L \cdot I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad *(+\cos \text{型}) \\ \text{コンデンサーの電位差} \rightarrow \text{電圧のほうが遅い} \rightarrow V_C = \frac{1}{\omega C} \cdot I_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad *(-\cos \text{型}) \end{cases}$$

とまとめられる．

この $V_R$，$V_L$，$V_C$ をすべて足したものが全体の電圧 $V_{全体}$ といえるので足し算をすると，

$$V_{全体} = RI_0 \sin \omega t + \omega L \cdot I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{\omega C} \cdot I_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$V_{全体} = RI_0 \sin \omega t + \omega L \cdot I_0 \cos \omega t - \frac{1}{\omega C} \cdot I_0 \cos \omega t$$

$$V_{全体} = RI_0 \sin \omega t + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \cdot I_0 \cos \omega t$$

となる．

そして，ここからが少し難しい．このままでは $V_{全体}$ の最大値などを考えづらいので，三角関数の合成 $a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha)$ を使って整理する．結果として，

$$V_{全体} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \cdot I_0 \sin(\omega t + \alpha) \qquad \text{ただし} \left(\tan \alpha = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right)$$

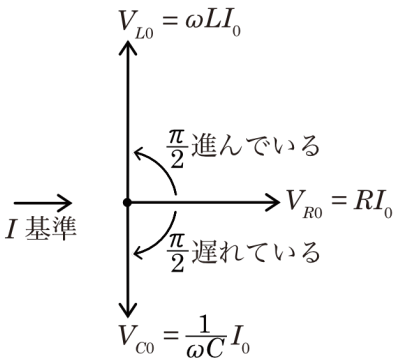
となる．すると，$V_{全体}$ の最大値 $V_{全体0}$ は

$$V_{全体0} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \cdot I_0$$

とわかる．

しかし，物理ではあまり三角関数の合成を公式では行わず，ベクトル図を用いて行う．共通している物理量を基準として真右に設定し，位相の進み，遅れ具合を回転角度としてベクトルを書き込む．今回の場合は，共通である電流 $I$ を真右に設定してみる．

電圧のベクトル図（sin＋sin の合成）




左図がベクトル図である．イメージとしては $\omega t = 0$ のときを想定し，単位円に最大値ベクトルを書き込んでいった感じである．ここで，

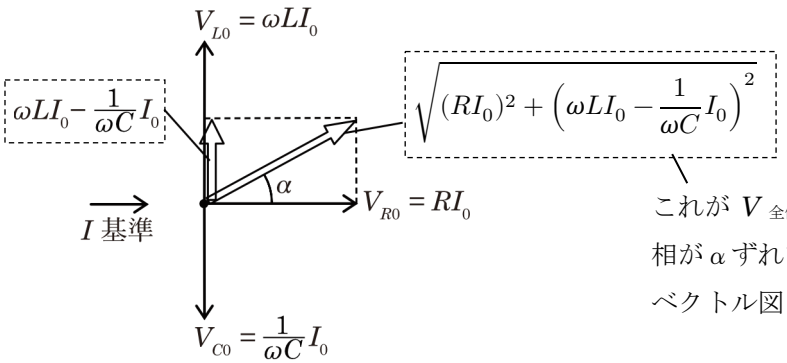
抵抗の電圧は電流と同位相なので真右，

コイルの電圧は $\frac{\pi}{2}$ 進んでいるので真上，

コンデンサーの電圧は $\frac{\pi}{2}$ 遅れているので真下になる．

左図のように書くことで，三角関数の合成を，ベクトルの合成のような手順で行える．

ベクトルの合成を行う




これが $V_{全体}$の最大値で，電流 $I$ と位相が $\alpha$ ずれているといえる．

ベクトル図より，$\alpha$ を求めると，

$$\tan\alpha = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

となるのだ．

さて，最大値が $\sqrt{(RI_0)^2 + \left(\omega L I_0 - \frac{1}{\omega C} I_0\right)^2}$ で位相が $\alpha$ ずれているということから，

$$V_{全体} = \sqrt{(RI_0)^2 + \left(\omega L I_0 - \frac{1}{\omega C} I_0\right)^2} \sin(\omega t + \alpha)$$

$$V_{全体} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \cdot I_0 \sin(\omega t + \alpha) \qquad \text{ただし} \left(\tan\alpha = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right)$$

と書け，三角関数の合成ができた．

三角関数の合成ができたら回路の合成抵抗的なものを出してみよう．これをインピーダンスと呼び，文字を $Z$ とする．

全体の電圧の最大値が$V_{全体0} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \cdot I_0$，電流の最大値が$I_0$なので，

オームの法則 $V = ZI$ に代入すると，

$$\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \cdot I_0 = Z \cdot I_0$$

$$\therefore Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

とインピーダンスを導ける．

＊ インピーダンス関連の問題は，インピーダンスを公式として暗記している前提で代入を要求するように出題されるが，受験物理で交流の出題頻度が低いせいで，すぐ忘れてしまう．導出方法を覚えておいた方が良いだろう．そうすれば導出問題にも対応できる．

重要　共振角周波数 $\omega_0$，共振周波数 $f_0$

RLC 直列回路の合成抵抗的な値であるインピーダンス $Z$ が，

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

と示されるなら，電源電圧の最大値 $V_0$ を用いれば，$V_0 = ZI_0$ といえるので，$I_0$ が

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

となる．$I_0$ の大きさは $V_0$ と $\omega$ の関数になっているといえるのだ．ここで，$I_0$ が最大になる $\omega$ を考えると，分母が最も小さくなるときに $I_0$ が最大となるので，

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$$

となるときであるといえる．このときの $\omega$ を共振角周波数 $\omega_0$ と呼び，$\omega_0$ について解くと，

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

となる．また，このときの周波数を共振周波数 $f_0$ と呼び，

$$f_0 = \frac{1}{T} = \frac{1}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

となる．

特定のコンデンサーやコイルをつないだ装置内では，特定の周波数の交流電流が顕著に流れやすくなる，ということであり，これを利用したのがアンテナなのである．

交流の典型問題の解法

① 回路で共通なものを見極め，その式をベースにする．問題で式が与えられていなかったら自分で $V = V_0 \sin \omega t$ などと仮定する．

$\boxed{\text{直列}}$ → $I$ が共通　　$\boxed{\text{並列}}$ → $V$ が共通

② 各素子で共通でないパラメータの最大値を，リアクタンスを用いて求める．

$\boxed{\text{直列}}$ → $V$ の最大値をそれぞれ求める　　$\boxed{\text{並列}}$ → $I$ の最大値をそれぞれ求める

③ 位相のズレを考慮しながら，各素子での式を立てる．

$\boxed{\text{直列}}$ → $V$ の式をそれぞれ立てる　　$\boxed{\text{並列}}$ → $I$ をそれぞれ求める

④ それぞれ立てたものを足し算して，全体を求める．三角関数の合成が出てくるので注意．

$\boxed{\text{直列}}$ → $V$ を合計する　　$\boxed{\text{並列}}$ → $I$ を合計する．

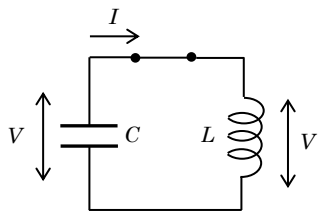
これで大体の問題は解けるので，よく練習しよう．

また，ズルとして，$T = 2\pi\sqrt{LC}$を丸暗記しておいてもよい．$T$ がわかればそこから

$f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ と $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ を書き出せる．$T$ や $f$の問題の答えは大体これである．

# テーマ 7 LC 振動回路の周期

電磁誘導の分野で扱った LC 振動回路の周期を求めてみよう．




左図のような振動回路があったとき，キルヒホッフ則より

・コイルとコンデンサーにかかる電圧は等しい

・コイルとコンデンサーに流れる電流は等しい

といえる．

コイルのリアクタンスが $\omega L$，コンデンサーのリアクタンスが $\dfrac{1}{\omega C}$ ということを使用し，オームの法則を立式すると，

$\boxed{\text{コンデンサー}}$

$$V = \frac{1}{\omega C} \cdot I$$

$\boxed{\text{コイル}}$

$$V = \omega L \cdot I$$

となることから，コイルとコンデンサーのリアクタンスは等しくなっていることがわかる．

$$\frac{1}{\omega C} = \omega L$$

となり，$\omega$ について解いて周期を求めると，

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC}$$

（このときの周波数を求めると　$f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ ）

と振動回路の周期が導ける．

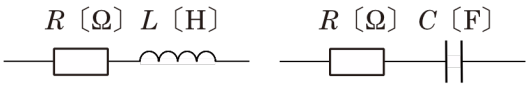
このときの $f$ を特別に固有周波数という．

＊共振周波数，固有周波数，など細かい言い回しが違うがこれらの言葉はそこまで重要ではない．色々な名前があるなぁ，くらいの感覚でよい．式も結果的に同じになる．

ただし，周波数の出し方はそれぞれの場合で違いがあるので，しっかり区別して理解しておこう．

**問題 8** 素子の接続

図(a), (b)のそれぞれについて, 次の各問に答えよ.




図(a)　　図(b)

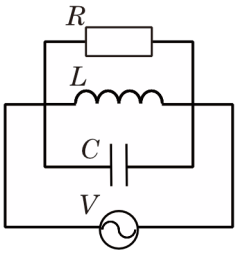
(1) 交流電圧 $v = V_0 \sin\frac{2\pi}{T}\ t$〔V〕を加えたとき，回路のインピーダンスはいくらか.

(2) 前問(1)において，流れる電流の実効値はいくらか.

(3) 直流電圧 $V$〔V〕を加え，十分に時間が経過したとき，流れる電流はいくらか.

**問題 9** RLC 並列回路

抵抗値 $R$〔Ω〕の抵抗，自己インダクタンス $L$〔H〕のコイル, 電気容量 $C$〔F〕のコンデンサーを並列に接続し, $V = V_0 \sin\omega t$〔V〕の交流電源をつなぐ.




(1) 各素子を流れる電流を，$t$ を含む式で表せ.

(2) 電源を流れる電流は，$I = \mathrm{A}\sin\omega t + \mathrm{B}\cos\omega t$ と表される．A，B に相当する式を求めよ.

(3) 前問(2)の電流 $I$ は, A'sin($\omega t + \phi$)と表される. A'を求めよ．$\phi$ は電源電圧 $V$ と電流 $I$ の位相差である.

(4) 回路のインピーダンスはいくらか.

**問題 8 解答** (1) (a) $\sqrt{R^2 + \frac{4\pi^2 L^2}{T^2}}$〔Ω〕　(b) $\sqrt{R^2 + \frac{T^2}{4\pi^2 C^2}}$〔Ω〕

(2) (a) $\frac{V_0}{\sqrt{2\left(R^2 + \frac{4\pi^2 L^2}{T^2}\right)}}$〔A〕　(b) $\frac{V_0}{\sqrt{2\left(R^2 + \frac{T^2}{4\pi^2 C^2}\right)}}$〔A〕

(3) (a) $\frac{V}{R}$〔A〕　(b) 0〔A〕

**問題 9 解答** (1) (抵抗)：$\frac{V_0}{R}\sin\omega t$〔A〕　(コイル)：$-\frac{V_0}{\omega L}\cos\omega t$〔A〕

(コンデンサー)：$\omega C V_0 \cos\omega t$〔A〕

(2) A = $\frac{V_0}{R}$，B = $(\omega C - \frac{1}{\omega L})V_0$　(3) A' = $\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} \cdot V_0$

(4) $\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}}$

問題 8 解説

交流の問題の基本方針を身につけよう．

① 共通なものに注目　② リアクタンスを利用し最大値を計算　③ それぞれを合成

(1) 直列接続なので電流が共通である．電圧の式が与えられているが $\omega$ を求めることだけに使用して一旦無視しよう．そして，流れる電流の最大値を $I_0$，電流を $I = I_0\sin\frac{2\pi}{T}t$ とおいて考える．

(a) 抵抗＋コイルの回路

回路に流れる電流の最大値は $I_0$ なので，抵抗での電圧の最大値 $V_{R0}$ はオームの法則より，

$$V_{R0} = RI_0$$

抵抗では電流と電圧が同位相なので，設定した電流の式 $I = I_0\sin\frac{2\pi}{T}t$ と同じ位相となり，

$$V_R = V_{R0}\sin\frac{2\pi}{T}t = RI_0\sin\frac{2\pi}{T}t$$

と書ける．

一方で，コイルのリアクタンス $X_L$ は公式より

$$X_L = \omega L = \frac{2\pi L}{T}$$

これをオームの法則に代入して，コイルの電圧の最大値 $V_{L0}$ を求めると，

$$V_{L0} = X_L I_0 = \frac{2\pi L}{T}I_0$$

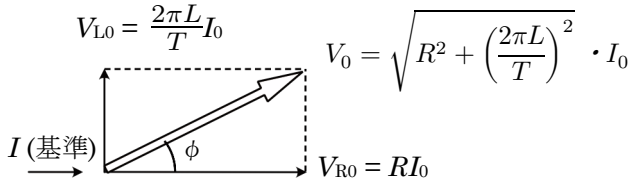
コイルは電流が遅れる素子なので，逆にいえば電圧 $V_L$ が電流より位相が $\frac{\pi}{2}$ 進んでいるといえる．よって，

$$V_L = V_{L0}\sin(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{2}) = \frac{2\pi L}{T}I_0\sin(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{2})$$

これより，回路全体に加わる電圧 $V$ を立式すると，

$$V = V_R + V_L = RI_0\sin\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi L}{T}I_0\sin(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{2})$$

ベクトル図を用いてこれを合成する．




ベクトル図より，回路全体の電圧 $V$ は

$$V = \sqrt{R^2 + \left(\frac{2\pi L}{T}\right)^2} \cdot I_0\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \phi\right)$$ （$\phi$ は電流と電圧の位相のずれを示す．）

問題 8 解説 続き

これより，回路全体の電圧の最大値 $V_0$ は $V_0 = \sqrt{R^2 + \left(\frac{2\pi L}{T}\right)^2} \cdot I_0$ といえる．

ここで，インピーダンス $Z$ を用いたオームの法則の式 $V_0 = ZI_0$ を立てると，

$$\sqrt{R^2 + \left(\frac{2\pi L}{T}\right)^2} \cdot I_0 = ZI_0$$

$$\therefore Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{2\pi L}{T}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \frac{4\pi^2 L^2}{T^2}} \quad \cdots \boxed{答}$$

(b) 抵抗＋コンデンサーの回路

抵抗での電圧 $V_R$ はコイルのときと同じなので，

$$V_R = V_{R0} \sin\frac{2\pi}{T}t = RI_0 \sin\frac{2\pi}{T}t$$

一方で，コンデンサーのリアクタンス $X_C$ は，

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{T}{2\pi C}$$

これをオームの法則に代入して，コンデンサーの電圧の最大値 $V_{C0}$ を求めると，

$$V_{C0} = X_C I_0 = \frac{T}{2\pi C} I_0$$

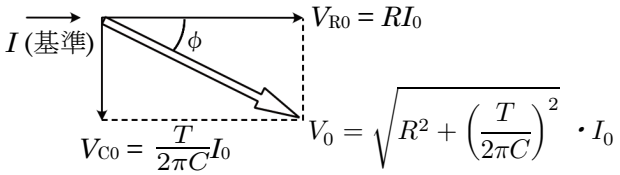
コンデンサーは電流が先に流れる素子なので，加わる電圧 $V_C$ は電流より位相が$\frac{\pi}{2}$遅れている．よって，

$$V_C = V_{C0} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{T}{2\pi C} I_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{2}\right)$$

これより，回路全体に加わる電圧 $V$ を立式すると，

$$V = V_R + V_C = RI_0 \sin\frac{2\pi}{T}t + \frac{T}{2\pi C} I_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{2}\right)$$

ベクトル図を用いてこれを合成する．




ベクトル図より，回路全体の電圧 $V$ は

$$V = \sqrt{R^2 + \left(\frac{T}{2\pi C}\right)^2} \cdot I_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \phi\right)$$ （$\phi$ は電流と電圧の位相のずれを示す．）

問題 8 解説 続き

回路全体の電圧の最大値 $V_0$ は $V_0 = \sqrt{R^2 + \left(\dfrac{T}{2\pi C}\right)^2} \cdot I_0$ といえる.

ここで，インピーダンス $Z$ を用いたオームの法則の式 $V_0 = ZI_0$ を立てると，

$$\sqrt{R^2 + \left(\frac{T}{2\pi C}\right)^2} \cdot I_0 = ZI_0$$

$$\therefore Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{T}{2\pi C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \frac{T^2}{4\pi^2 C^2}} \quad \cdots \boxed{答}$$

(2) インピーダンス $Z$ と，電源の最大電圧 $V_0$ から，電流の最大値 $I_0$ を求め，実効値に直す.

(a) コイル

オームの法則 $V = ZI$ より，

$$I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \dfrac{4\pi^2 L^2}{T^2}}}$$

実効値 $I_e$ は，$I_e = \dfrac{1}{\sqrt{2}} I_0$ なので

$$I_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \dfrac{4\pi^2 L^2}{T^2}}} = \frac{V_0}{\sqrt{2\left(R^2 + \dfrac{4\pi^2 L^2}{T^2}\right)}} \quad \cdots \boxed{答}$$

(b) コンデンサー

オームの法則 $V = ZI$ より，

$$I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \dfrac{T^2}{4\pi^2 C^2}}}$$

実効値 $I_e$ は，$I_e = \dfrac{1}{\sqrt{2}} I_0$ なので

$$I_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \dfrac{T^2}{4\pi^2 C^2}}} = \frac{V_0}{\sqrt{2\left(R^2 + \dfrac{T^2}{4\pi^2 C^2}\right)}} \quad \cdots \boxed{答}$$

(3) 直流の場合に十分時間が立った際は，以下のような振る舞いとなる.

コイル → 誘電起電力が 0 になるので，電位差 0 のただの導線,

コンデンサー → 充電が完了しているので，電流が流れない素子.（断線と同じ）

(a) コイル

電源電圧 $V$ が全て抵抗にかかるので，流れる電流 $I$ は,

$$I = \frac{V}{R} \quad \cdots \boxed{答}$$

(b) コンデンサー

電流は流れないので，$I = 0$ $\cdots$ $\boxed{答}$

問題 9 解説

RLC 並列回路では，各素子にかかる電圧が共通なので，電圧の式を設定する．問題文で電圧の式が与えられているので，これをそのまま使えばよい．

(1) 各素子での電流の最大値を求める　→　位相のずれを考慮して立式　の流れで考える．

抵抗

オームの法則 $V = RI$ より，抵抗に流れる電流の最大値 $I_{R0}$ は

$$I_{R0} = \frac{V_0}{R}$$

$I_R$ は電圧と同位相なので，

$$I_R = I_{R0}\sin\omega t = \frac{V_0}{R}\sin\omega t \quad \cdots \boxed{答}$$

コイル

コイルのリアクタンス $X_L$ は $\omega L$ なので，オームの法則 $V = XI$ より，コイルに流れる電流の最大値 $I_{L0}$ は

$$I_{L0} = \frac{V_0}{X_L} = \frac{V_0}{\omega L}$$

コイルに流れる電流 $I_L$ は電圧より位相が $\frac{\pi}{2}$ 遅れるので，

$$I_L = I_{L0}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = \frac{V_0}{\omega L}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = -\frac{V_0}{\omega L}\cos\omega t \quad \cdots \boxed{答}$$

コンデンサー

コンデンサーのリアクタンス $X_C$ は $\frac{1}{\omega C}$ なので，オームの法則 $V = XI$ より，コイルに流れる電流の最大値 $I_{C0}$ は

$$I_{C0} = \frac{V_0}{X_C} = \frac{V_0}{\frac{1}{\omega C}} = \omega C V_0$$

$I_C$ は電圧より位相が $\frac{\pi}{2}$ 進んでいるので，

$$I_C = I_{C0}\sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = \omega C V_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \omega C V_0 \cos\omega t \quad \cdots \boxed{答}$$

(2) 電源を流れる電流は $I_R + I_L + I_C$ となる．前問(1)の式を合計して，

$$I = \frac{V_0}{R}\sin\omega t + \left(-\frac{V_0}{\omega L}\cos\omega t\right) + \omega C V_0 \cos\omega t$$

$$= \frac{V_0}{R}\sin\omega t + \left(\omega C V_0 - \frac{V_0}{\omega L}\right)\cos\omega t$$

よって，$\mathrm{A} = \frac{V_0}{R}$，$\mathrm{B} = \left(\omega C V_0 - \frac{V_0}{\omega L}\right)$　$\cdots \boxed{答}$

問題 9 解説 続き

(3) 前問(2)の式を変形する．三角関数の合成公式を用いてもベクトル図を用いてもよい．

$$I=\sqrt{\left(\frac{V_0}{R}\right)^2+\left(\omega CV_0-\frac{V_0}{\omega L}\right)^2}\sin(\omega t+\phi)=\sqrt{\frac{1}{R^2}+\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)^2}\cdot V_0\sin(\omega t+\phi)$$

よって　$\mathrm{A}'=\sqrt{\frac{1}{R^2}+\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)^2}\cdot V_0$　…答

(4) 電流，電圧の最大値 $I_0$，$V_0$ とインピーダンス $Z$ を用いて，オームの法則を立式すると

$V_0=ZI_0$

前問(3)より，$I_0=\sqrt{\frac{1}{R^2}+\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)^2}\cdot V_0$ なので，これを代入して

$$Z=\frac{V_0}{I_0}=\frac{V_0}{\sqrt{\frac{1}{R^2}+\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)^2}\cdot V_0}=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2}+\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)^2}}\quad\cdots\text{答}$$

---

交流は新しい言葉が多いことや，三角関数の合成などが出てくることで，複雑で難しいと感じがち．しかし，項目の数自体は少なく，全体を理解するのは意外と楽である．以下のチェックリストを使って，複雑に見える部分をよく整理しておこう．

交流チェックポイント

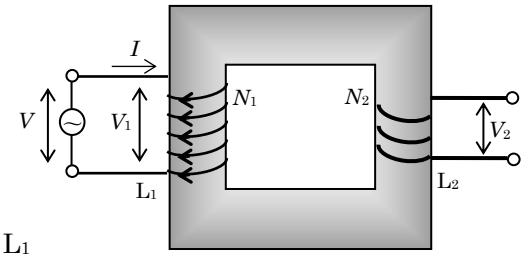
- □ 交流の発生の原理から $V=V_0\sin\omega t$ を導出できる（問題 1）．
- □ 実効値とは何か説明できる．
- □ 電圧と電流の位相差を素子の特徴から判断，説明できる．
- □ 交流の消費電力を議論できる．
- □ インダクタンス，リアクタンス，インピーダンスの言葉の意味をそれぞれ説明できる．
- □ コイル・コンデンサーのリアクタンスを導出できる．
- □ リアクタンスを用いて，素子に流れる電流と電圧の関係を計算できる．
- □ RLC 直列回路のインピーダンスを求めることができる．その際，ベクトル図を用いることができる．
- □ RLC 直列回路の共振周波数を求めることができる．

# テーマ 8 変圧器

交流の優れた点として，電圧を容易に変えることができる点が挙げられる．

問題 10 変圧器

図のように，鉄芯に 1 次コイル $L_1$($N_1$ 巻き)と，2 次コイル $L_2$($N_2$ 巻き)を巻きつける．1 次コイルに交流電源を接続すると，$L_1$ に流れる電流が時間変化し，$L_1$ を貫く磁束は $\Delta t$ 秒で $\Delta\phi$ だけ変化した．




このとき，ファラーデーの電磁誘導の法則から $L_1$ で発生している自己誘導による起電力 $V_1$ は

$V_1 =$ (ア)

といえる．この式からコイル一巻きあたりの起電力 $v$ が

$v =$ (イ)

であると解釈することができる．また，$V_1$ はキルヒホッフの法則より，交流電源 $V$ と同じ大きさとなる．

さて，エネルギーのロスのない理想的な鉄芯だと，鉄芯内の磁場は全ての場所で同じになるという特徴があり，$L_1$ が作る磁場がそのまま $L_2$ でも発生し，相互誘導が起きる．すると，$L_2$ で発生している相互誘導による起電力 $V_2$ は，

$V_2 =$ (ウ)

といえる．この式からコイル 1 巻あたりの起電力 $v$ が

$v =$ (エ)

であると解釈することができる．

$V_1 =$ (ア)，$V_2 =$ (ウ) の式より，コイルの巻き数 $N_1$，$N_2$ と起電力 $V_1$，$V_2$ の関係は，

$N_1 : N_2$ ＝（オ）:（カ）

となる．交流電源 $V$ (= $V_1$) の大きさを巻き数の比に合わせて自由に調整できるのである．

今回はこの結論をファラデー則で導いたが，$v =$ (イ)，$v =$ (エ)の式より，コイル一巻きあたりの起電力 $v$ が $L_1$，$L_2$ で同じあることから導くこともできる．コイル $L_1$，$L_2$ で発生する起電力 $V_1$，$V_2$ を，$v$，$N_1$，$N_2$ を用いて示すと，

$V_1 =$ (キ)　　$V_2 =$ (ク)

と書け，この 2 式より，

$N_1 : N_2$ ＝（オ）:（カ）

が導ける．

問題 10 解答 (ア) $V_1 = N_1 \dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}$　(イ) $v = \dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}$　(ウ) $V_2 = N_2 \dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}$　(エ) $v = \dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}$

(オ) (カ) $N_1 : N_2 \quad = \quad V_1 : V_2$　(キ) $V_1 = N_1 v$　(ク) $V_2 = N_2 v$

変圧器を用いることで，巻き数に比例した電圧に変えることができる.『巻くほど電圧が高くなる』と大小関係を覚えてしまおう.

また，エネルギーのロスがない場合，電力が等しくなるので，1 次コイルと 2 次コイルの実効電流 $I_{1e}$，$I_{2e}$ はの関係式は,

$$I_{1e}V_{1e} = I_{2e}V_{2e}$$

となることも覚えておこう.

コラム　変圧器関連のお話

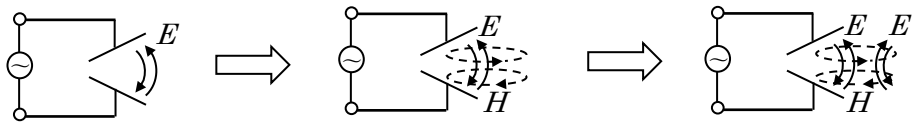
コンセントに挿す部分にアダプターという大きな箱みたいなパーツがついているものがある. アダプター内には, この構造の変圧器が入っている. アダプターのついていない製品は, 製品内部に変圧器が入っている. 交流だと家庭用コンセントの 100 V をそれぞれの家電に合わせて調整しやすいのだ.

他にも，発電所で発電した電気を一度超高圧にしてから各地に送電することで，電力のロスが小さくなるのも有名な話なので覚えておこう.

また，現実の鉄芯では磁束のもれがあり，それは電磁波として空間に出ていってしまうのでエネルギーのロスがある．他にも，鉄芯そのものが起電力をうみ，ジュール熱が発生してしまうといったロスもある.

# テーマ 9 電磁波

電場の振動と磁場の振動が空間を伝わっているものを電磁波と呼ぶ. 例えば以下のように, コンデンサーを少し開いで交流電源をつないでみる.



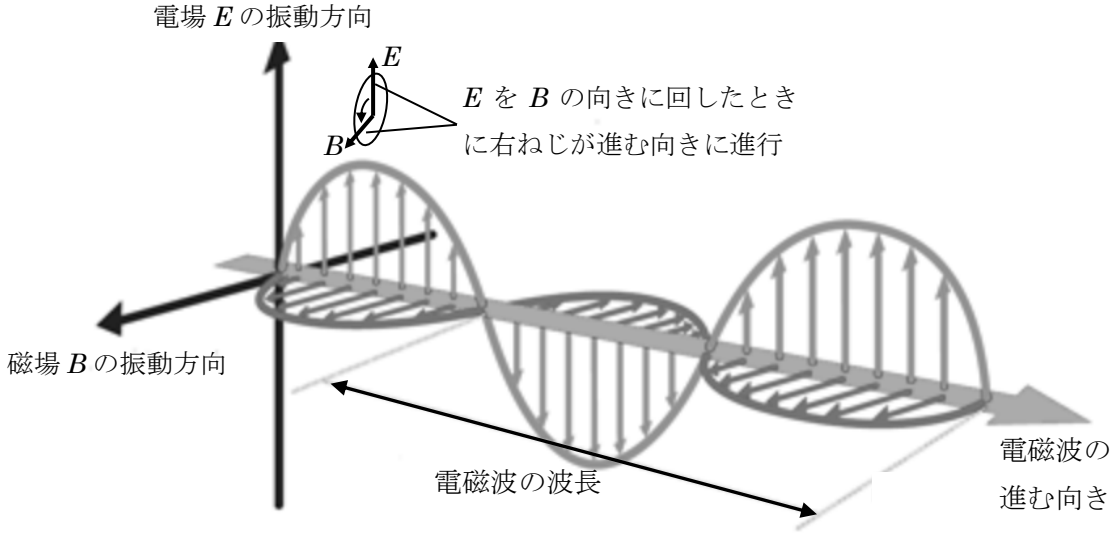

| | | |
|---|---|---|
| たまる電荷が入れ替わると，$E$ の向きが変わる.<br>⇒ 電場の振動が起こる | 電流の周りで磁場ができるのと同様に，電場の周りでも磁場ができる. | 磁場が振動すると，電磁誘導で新たな電場が発生.<br>⇒ 振動が遠くまで伝わる |

実際は上図 2 つ目で書いた磁場以外にも，電場の周りのあらゆる点で磁場が発生している．そして，新たな電場も，磁場が変化しているあらゆる点で発生している．それらを全て合成したとき，強めあう部分のみが残り，実際に観測される電磁波となる.

計算すると，電場の振動と磁場の振動は互いに直交し，電場 → 磁場の向きに右ねじを回す向きに波が進行していることがわかった．次ページの図参照.

（この計算は大学分野でマクスウェルの方程式といわれているものになる．高校分野では次ページにある事実を覚えるだけの形になってしまう.）

電磁波を構成する電場と磁場の振動の様子




電磁波関連で覚えること

・電磁波は横波である．（進行方向と振動方向が垂直）

・電場から磁場の向きに右ねじを回した向きに進行する．

・光は電磁波の一種である．

・電磁波の速さは光速 $c$ と同じ．

・電磁波は通常の波と同様に，屈折，反射，干渉，回折を起こす．

・金属板は電磁波を反射し，透過できない．