**解答** **概念理解と思考力を高めるための問題集 ～力のつりあい・運動方程式～**

# §A:公式理解問題

1 ≪テーマ≫ 力のつりあいとは

解答　**問 1** イ　**問 2** ウ

解説

よくある誤解

物体が静止　⇒　力はつりあう

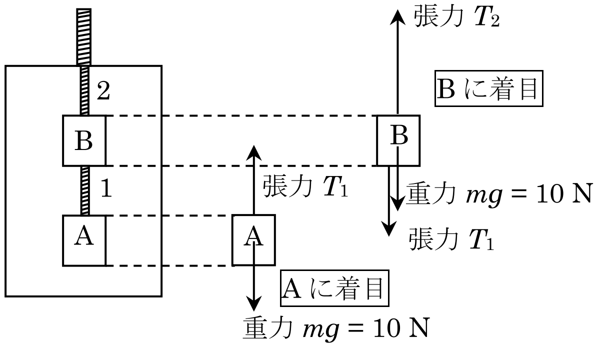
物体が動いている　⇒　動いている方向に力が働く

**この状況判断は間違い!!**　**動いていても加速度が 0 なら力はつりあっている**のだ.

静止 ⇒ 力はつりあう　も厳密には間違い.　**静止 ⇒ 加速度 0 ⇒ 力はつりあう**　という風に説明しないと間違いなのだ.

**問 1** 一定の速度で運動しているので，加速度が 0，よって力はつりあっている.

各物体ごとに力を見出し，力のつりあいの関係を見ていく.




A に働く力のつりあいから

$T_1 = 10$ N　　よってイ

問 1 を解くには, A の情報しか使わなかったが, 登場する力は全部きちんと見出せるようになろう.

**問 2** 加速度運動しているときは，運動方程式を立てて力を分析する．上向きに 2.0 m/s² で加速している A について運動方程式 $ma = F$ を立てると，

$$m \times a = F$$

$$1\,[\mathrm{kg}] \times 2.0\,[\mathrm{m/s^2}] = T_1 - 10\,[\mathrm{N}]$$　　$T_1$について解いて，　$T_1 = 12$ [N]　よって ウ

$\boxed{2}$ ≪テーマ≫

$\boxed{\text{解答}}$　**問 1** イ　**問 2** イ　**問 3** エ

解説

運動方程式 $ma=F$ (超重要) で，力と加速度の数的関係を分析する．

**問 1**

$ma=F$ より

$5.0 \times a=15$

$a=3.0\ \mathrm{m/s^2}$　　よって 解答はイ．

この関係から，質量 $m$ は
『加速のしにくさを示す物理量』
と定義されています(慣性質量).
$m$ が大きいほど，$a$ は小さくなる．

**問 2**

$ma=F$ の関係から，加える力を半分にしたら，加速度も半分になるとわかる．
加速度が半分になったら，同じ速度まで加速するまでに，2 倍の時間がかかる．
よって解答はイ．

**問 3**

物体が速度を持っていたとしても，加える力が変わっていなければ，$ma=F$ の関係より，同じ加速度が発生する．加速度が同じで，同じ時間だけ加速させたなら，速度の増加量も同じはずである．よって解答はエ．

$\boxed{3}$ ≪テーマ≫ 斜面上の物体

$\boxed{解答}$ **(1)** 重力 $mg$，床から受ける垂直抗力 $N = \frac{\sqrt{3}}{2}mg$，指から受ける力 $F = \frac{1}{2}mg$

**(2)** 重力 $mg$，床から受ける垂直抗力 $N = \frac{2}{\sqrt{3}}mg$，指から受ける力 $F = \frac{1}{\sqrt{3}}mg$

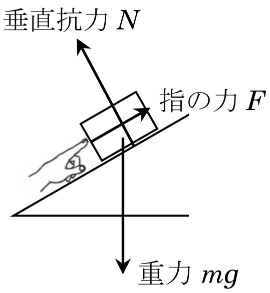
**(3)** $F = mg\sin\theta + ma$

解説

重力を書き，その後触れてるものを探すことで，働く力はすべて見つかる．

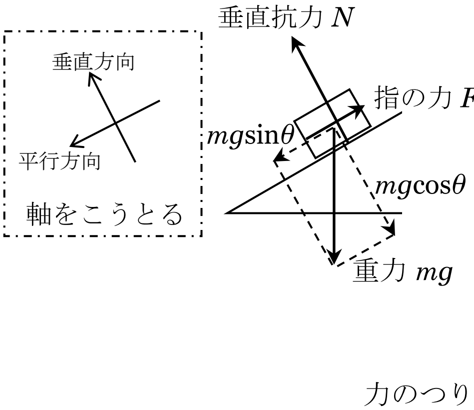
その後は，加速する方向とそれと 90 度に力を分解し，大小関係を見ていく．力がつりあっている場合は，どの向きでも問題ないが，直交する軸を設定して力を分解しよう．

**(1)** 働く力は以下の 3 つ．
『重力+触れてるもの』で力を見出そう．




次に，力の大小関係を示す立式をするが，
加速度が 0 なので，立てるのはつりあいの式

つりあいの式を立てるために，軸をとる．
今回の解説では斜面平行方向と，斜面垂直方向に軸をとってみる．(つりあいのときは，直交していれば，どの向きに軸をとっても構わない．たとえば，水平と鉛直に軸をとっても同じ結果が得られる．)




$F$ と $N$ は，最初から軸の方向とあっているので，分解の必要はない．そして，$mg$ を軸に合わせて分解を行うと，左下図のように分解できる．

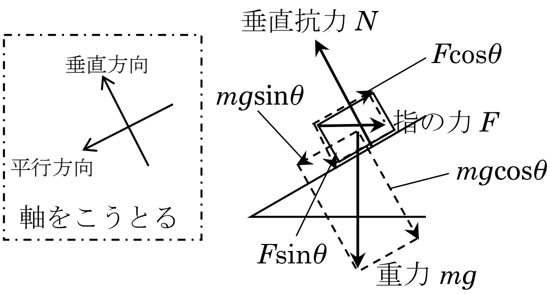
ここで，それぞれの方向でつりあいの式をたてると，

平行方向：$F = mg\sin\theta$

垂直方向：$N = mg\cos\theta$

となる．今回は，$\theta = 30^\circ$ なので，それぞれ計算すると，F と N の大きさをだせる． $F = \frac{1}{2}mg$ $N = \frac{\sqrt{3}}{2}mg$

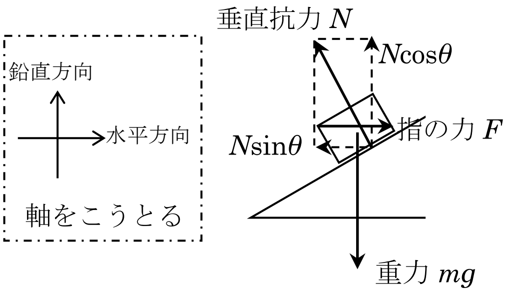
**(2)** (1)と同様に力を見出し，軸をとり，分解を行うと下図のようになる．




重力 $mg$ と指の力 $F$ を分解が必要．

(2)続き

前ページ右下の図のように，2 つも力を分解するのは大変なので, 軸の取り方を,『水平方向』と『鉛直方向』に分けてみる.




すると，$N$ のみを分解すればよくなる.

それぞれの方向でつりあいの式を立てると,

水平方向：$F = N\sin\theta$　…①

鉛直方向：$N\cos\theta = mg$ …②

$\theta$ に 30° を入れて $F$ と $N$ を計算する.

②式より,

$$N \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = mg$$

$$N = \frac{2}{\sqrt{3}}mg$$

これを①式に代入すると,

$$F = \frac{2}{\sqrt{3}}mg \cdot \frac{1}{2}$$

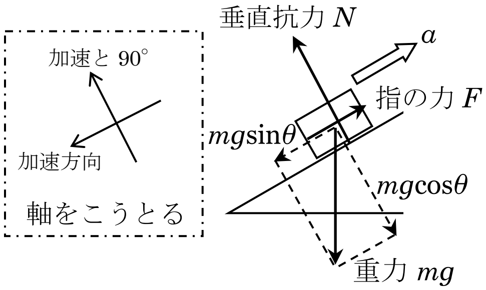
$$= \frac{1}{\sqrt{3}}mg$$

**(3)** 今度は物体が加速するので，力を見出したあと立てる式は運動方程式になる.

運動方程式をたてるときは，軸を『加速する方向』と『それと 90°』にとろう.

そうする理由は,『それと 90°』の方向は加速していないのでつりあいの式を立てられるからである.

力を見出し，軸をとり，分解すると下図のようになる.




それぞれの方向で立式を行うと,

加速と 90° 方向：$N = mg\cos\theta$

(加速と 90° はつりあい，加速度が 0 だから.)

加速方向：$ma = F - mg\sin\theta$　…①

(運動方程式 $ma = F$，加速するときはこの式を立てる.)

①式より，$F$ の大きさは,

$F = mg\sin\theta + ma$

＊1 『加速と 90° 方向』の立式は解くのには使わなかったが，どんなときもそれぞれの方向で立式する癖をつけておこう. 応用問題になるほど，両方の方向の式を使うことになります.

＊2 『加速と 90° 方向』『加速方向』，とはあまり表現しません. 記述式の問題では，斜面に平行方向，斜面に垂直方向，という表現を使いましょう.

$\boxed{4}$ ≪テーマ≫浮力

$\boxed{解答}$　B > F > E = C > A > D

$\boxed{解説}$　浮力は物体が押しのけた液体の重さに等しい（公式 $F=\rho Vg$）．今回物体はすべて液体中に沈んでいるので，体積が大きい順に，受ける浮力も大きい．

よって B > F > E = C > A > D

# §B：概念理解問題

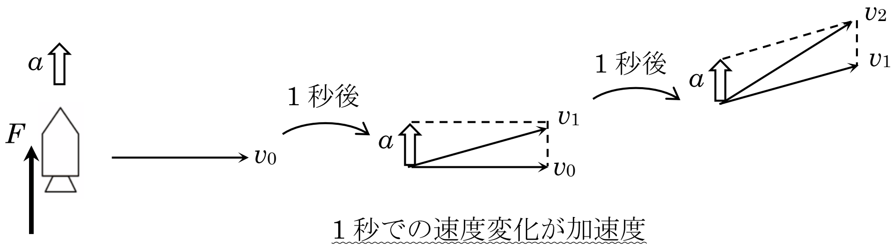
1 ≪テーマ≫ 加速度と速度変化

解答 **問 1** エ **問 2** イ **問 3** エ **問 4** ア

解説 ベクトルで速度変化を考察しよう

ジェットを噴射することで，シャトルは前方にのみ力を受ける．よって，前方に加速度が生じる．直感ではなく，ベクトルの合成という形で速度変化を追って行こう．

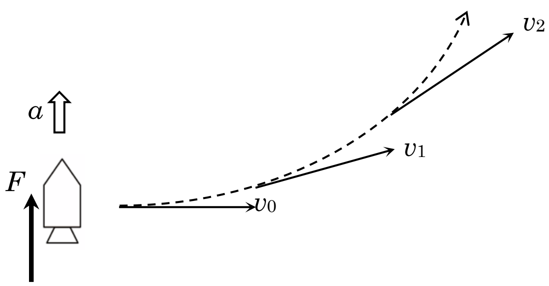
**問 1** 点 B 通過直後は以下のような状態になり，通過後の速度変化は以下のようになる．




1 秒での速度変化が加速度

⇒ 加速度ベクトルをベクトルの足し算で追加

すると，軌道は以下のように考えられる．




よって B→D の解答はエ

(また，これは，水平投射の上下をひっくり返したような状況と同じである．自分の知っている物理現象と結び付けられると，考えるのが簡単になる)

**問 2** 点 D 以降は，シャトルに力が加わらないので，加速度は 0．点 D での速度をそのまま維持し続ける．点 D では，斜め右上の速度を持っているので，それをそのまま維持する．よって解答はイ．ジェット噴射をやめたから元の運動に戻ると考え，アとしてしまう人が多いので気をつけましょう．

**問 3** 加速度は前方にのみ働いているので，横向きの成分は，増えもしないし，減りもしない．前方への速さは増えていく．よって解答はエ．

**問 4** 加速度が 0 なので，スピードは増えもしないし減りもしない．よって解答はア．

$\boxed{2}$ ≪テーマ≫ 力の見出し方

$\boxed{\text{解答}}$ イ

解説 **力の見出し方 (超重要)**

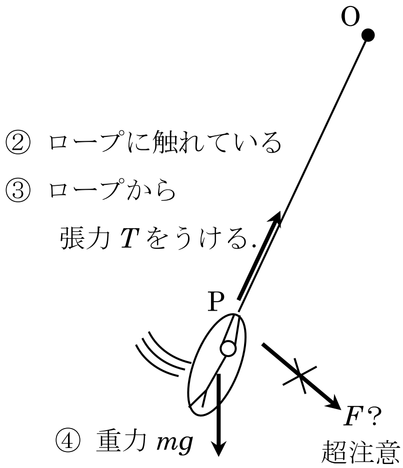
$\boxed{1}$ のように力を材料に加速度の向きを推測したり，加速度が０の場合に，力のつりあいの関係を立てたりするには，**着目物体に働くすべての力を見出すことが必須**になる．やみくもに見出しても，足りなかったり，書きすぎたり，ということがあるので，以下の方法で力を見出すようにしよう．

① 着目物体を決めまるで囲む.

② 囲んだ際に，触れている物体が何かを洗い出す.

③ 触れている場所が作用点となり，触れている物体からの力を書き出す．(触れていないものからは力を受けない)

④ 重力をかく　　　これで全ての書き出しが完了する．




超注意!! 進行方向への力，なんてものはない!!

＊図内の数字は，下記の手順の数字を示す.

① 人に着目し，丸で囲む.

② 触れているものを洗い出す.
(ロープに触れている)

③ ロープから受ける力を書き込む（張力）

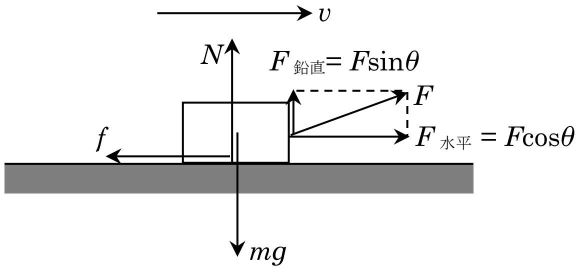
④ 重力を書く

3 ≪テーマ≫ 垂直抗力 $N$ の求め方　　摩擦力の考え方

解答　**問 1** ウ　　**問 2** $\dfrac{F\cos\theta - f}{m}$

解説

**問 1** 『一定の速度で動いている』これがキーワードである．一定の速度ということは，加速も減速もしていないので，力はつりあっているのだ．力のつりあいから，大小関係を考えると下図のようになる．




水平方向のつりあいより

$f = F_{\text{水平}}$

ここで $F_{\text{水平}} < F$ なので，

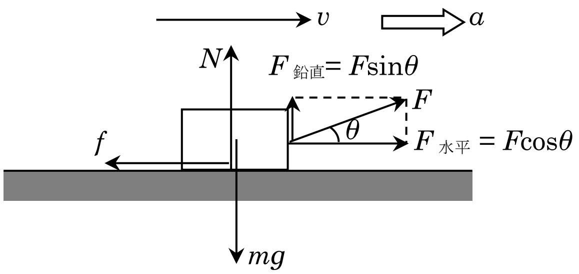
$f < F$

鉛直方向のつりあいより

$N + F_{\text{鉛直}} = mg$

よって $N < mg$　　　解答はウ

**問 2** 加速度のある向きでは力はつりあっておらず，運動方程式を立てることになる．




水平方向で運動方程式をたてると，

$ma = F\cos\theta - f$

$a$ について解いて

$a = \dfrac{F\cos\theta - f}{m}$

## 力学の解法

力学の問題は，答えに到達するまでに何ステップも踏むものが多く，『問題を読んでも何をすればいいかわからない』という声をよく耳にする．しかし，よくよく見てみると，やっていることは実はいつも同じ．このプリントでもこれは必ずしているはずだ．

**① 物体にはたらく力を見出す**

**② 力がつりあっていれば，つりあいの式**

**力がつりあっていなければ，運動方程式 $ma = F$ を立てる**

**③ 斜めの力などがあったら，『加速する方向』と『それと 90 度』に座標軸をとり，力を分解して．その後，それぞれの方向で②の式を立てる．**

まずはどの問題でもこの手順を踏む癖をつけよう．

$\boxed{4}$ ≪テーマ≫ 力のつりあいと浮力

$\boxed{\text{解答}}$ F > E > A = B = C > D

$\boxed{\text{解説}}$ 浮力は『物体が押しのけた液体の重さ』と等しいが，今回の場合，物体がすべて沈んでいるわけではないので，物体が押しのけた液体の量がわからない．しかし，『物体はすべて浮いている』ということから，それぞれの物体にかかる下向きの力と同じ大きさの浮力を受け，力がつりあっているということがわかる．

つまり，物体＋おもりの質量が大きいものほど，大きな浮力をうけている．

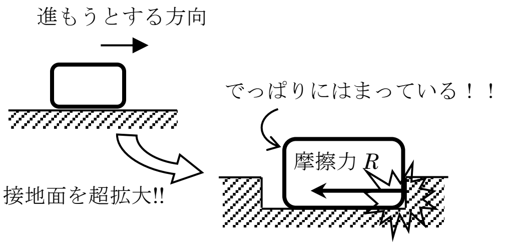
よって，F > E > A = B = C > D

# §C:実践問題

1 解答 下図参照

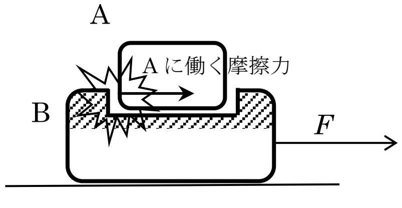
解説

摩擦の向きは『でっぱりシステム』で考えよう．
『でっぱりシステム』とは，
粗い面上の物体は，超拡大すると以下のようになっていると考えるシステムだ．



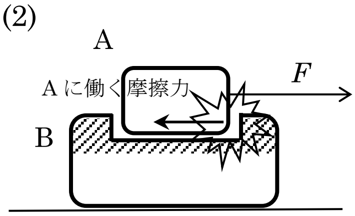

ぶつかったでっぱりから受ける力を摩擦力と考えるのだ

(1)



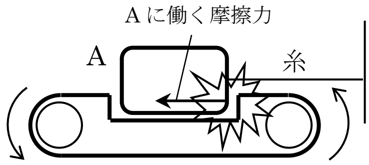

左側の壁面にぶつかる!!
⇒A に働く摩擦力は右向き!!
(B にも摩擦力は働き，それは左向き!!)

(2)



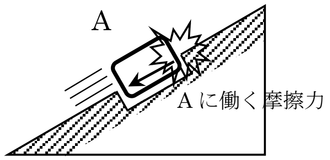

右側の壁面にぶつかる!!
⇒A に働く摩擦力は左向き!!
(B に働く摩擦力は右向き)

(3)



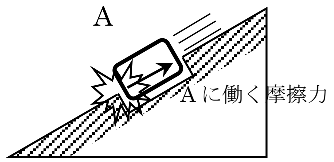

床が左に動き右側の壁面にぶつかる!!
⇒A に働く摩擦力は左向き!!

(4)




斜面上方の壁面にぶつかる!!
よって摩擦力は斜面下向き

(5)




斜面下方の壁面にぶつかる!!
よって摩擦力は斜面上向き

2 解答　**(1)** 左向きに 4.0 N　**(2)** 19.6 N　**(3)** 左向きに 9.8 N
**(4)** 左向きに 2.0 m/s² (1.96 m/s²)　**(5)** 右向きに 1.0 m/s² (1.04 m/s²)
**(6)** 9.8 N

解説

摩擦力に関する情報・解法を整理しよう．

摩擦力は，物体があらい面上を『**すべっていない状況**』なのか『**すべっている状況**』なのか，で働く力は全然違う．そこに着目しながら見ていこう．

すべっていない

働く力は静止摩擦力

ひかれる力などで大きさは変化する．
ひかれる力を打ち消して止まるイメージ．
引っ張る力が強いほど摩擦も強くなる．

解法!!

ひとまず**摩擦力を $R$ と置き**，
運動方程式，またはつりあいの式を立てる．
そこから問題で問われているものを計算．

すべりだすギリギリ，という条件ならば，
$R_{ギリギリ} = \mu N$ と計算できる．
静止摩擦力$=\mu N$は，すべるぎりぎり限定

すべってる

働く力は動摩擦力

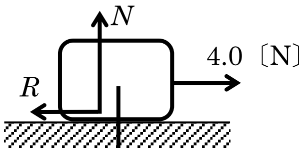
大きさは常に一定．$R = \mu' N$
ひかれる力によって変化したりしない．

解法!!

$\mu'$を与えられているなら，**$R$ を**
**$R = \mu' N$ で計算**し，運動方程式をたてる．
そこから問題で問われているものを計算．

$\mu'$を与えられていないなら，ひとまず $R'$と
置き運動方程式を立てる．
動摩擦力$=\mu' N$は滑ってるなら常に成り立つ

**(1)** まずは働く力を見出す．そして，式を立てよう．




左図のように力を書きだせるが，今回，物体は『すべっていない』ので『静止摩擦力』が働く．静止摩擦力が働く場合の解法は，とりあえず摩擦力を $R$ と置いてみて立式する．

物体は『静止』しているので『すべての方向でつりあいの式』を立てられる．
鉛直方向の式：$N = 49$〔N〕… ①
水平方向の式：$R = 4.0$〔N〕… ②　　水平方向の式から，(1)での摩擦力の大きさは

左向きに 4.0〔N〕

鉛直の式は使わなかったね(*ﾟ—ﾟ)

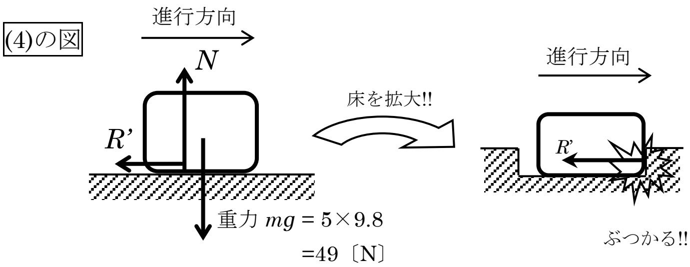
＊ 静止しているのだから，引っ張る力を摩擦力が完全に打ち消す．だから $R$ は引っ張る力と同じ大きさ．よって 4.0〔N〕と立式せずに答えてももちろん OK である．

**(2)** すべりだす瞬間をきいているので，このときの摩擦力は$R=\mu N$で計算できる．

(1)の①式から，物体と面との間に働く垂直抗力は$N=49$〔N〕，$\mu=0.40$なので，

$R_{ｷﾞﾘｷﾞﾘ}=0.40\times 49=19.6$〔N〕　　ここで鉛直の立式を使うんだね(σ・ω・)σ

**(3)(4)** ここからの問題は，(1)(2)とは圧倒的に状況が違う．物体が面上を『すべっている』のだ．すべっているときは，常に一定の大きさ$R=\mu' N$の摩擦力が働く．また，『でっぱりシステム』で考えると，(4)のように力を加えてない状況でも摩擦力が進行方向と逆向きに働くことがわかる．これを踏まえて力を書き込む．




鉛直方向は加速しない方向なので $\boxed{\text{つりあいの式}}$　：$N=49$〔N〕

よって，摩擦力$R'$は$R'=\mu' N=0.20\times 49=9.8$〔N〕

(3)の解答は，左向きに 9.8〔N〕となる．

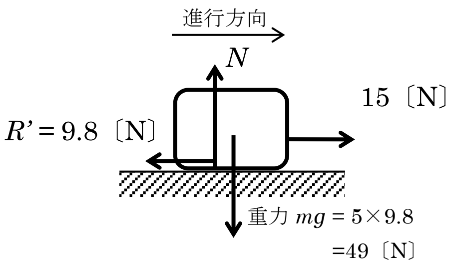
(4)は水平方向で立式すれば求まるが，慣れないうちは混乱するポイントがなる．いまこの物体には右向きに働く力はない．アクセルの成分が全くないのだ．よって，ブレーキのみがかかる．『進行方向を正として』立式すると，

水平方向の式（運動方程式$ma=F$）：　$ma=-R'$

$5a=-9.8$　　これを$a$について解いて，$a=-1.96\fallingdotseq-2.0$ m/s²

負の符号は，正の向きと逆という意味なので，左向きに 2.0 m/s² が(4)の解答となる．

**(5)** 今度は物体に右向きに 15 N の力を加えている．その状態の絵を書いてみる．




このとき，動摩擦力の大きさは(4)のときと同じである．動摩擦力は外から加える力に関係なく$R'=\mu' N$なのだ．

すると，アクセルである 15〔N〕のほうが，ブレーキとなる 9.8〔N〕よりも大きいので，右に加速すると考えられる．運動法方程式をたてると，

$ma=F$

$5a=15-9.8$

これを$a$について解くと，$a=1.04\fallingdotseq 1.0$ m/s²

よって，右向きに 1.0 m/s² が(5)の解答となる．

**(6)** 一定の速さで動かすということは，加速度 0 で動かすということである．
（加速度は 1 秒で速度がどれくらい変わるか，『一定の速さ』なら速度は変わらない，つまり $a$ が 0!!）
それはつまり，力がつりあっている状態だといえる．

いまブレーキである摩擦は 9.8 N なので, アクセルが 9.8 N であればよい. ((5)の図で考えてみよう.)

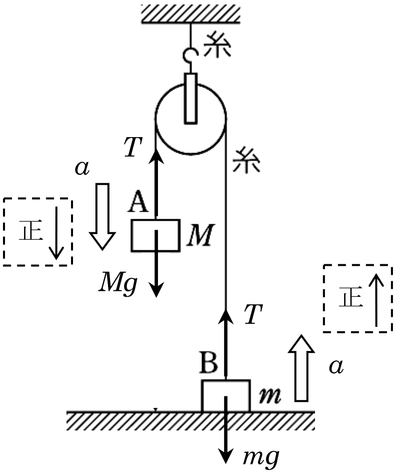
よって 9.8 N が(6)の解答となる．

$\boxed{3}$ 解答 **(1)** $\dfrac{M-m}{M+m}g$ **(2)** $\dfrac{2mM}{M+m}g$ **(3)** $\dfrac{4mM}{M+m}g$

解説

滑車があると，運動の向きがその両端でかわってしまう．こういうとき，それぞれの物体で，『加速方向を正』という風に設定しなければいけない．すると，A は下，B は上，というように正の向きが違ってくる．注意しよう．

**(1)** 力を書き出す．B が床に触れているが，すぐに離れてしまうので，垂直抗力は書かない．




それぞれの物体で運動方程式をたてると，

A について

$Ma = Mg - T$ …①

B について

$ma = T - mg$ …②

① + ② を行い $T$ を消去

$(M+m)\,a = (M-m)\,g$

$a = \dfrac{M-m}{M+m}\,g$

**(2)** (1)で求めた $a$ を①式に代入して，

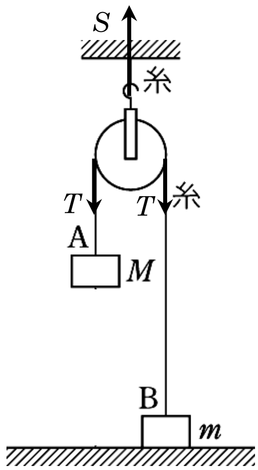
$$M \cdot \frac{(M-m)}{(M+m)}\,g = Mg - T$$

$T$ について解いて，

$$T = \frac{2mM}{(M+m)}\,g$$

**(3)** 滑車に働く力を書き出し，つりあいの式をたてる．

(滑車は動いていない，よって，つりあい)




つりあいより，

$S = 2T$

$S = 2 \cdot \dfrac{2mM}{(M+m)}\,g$

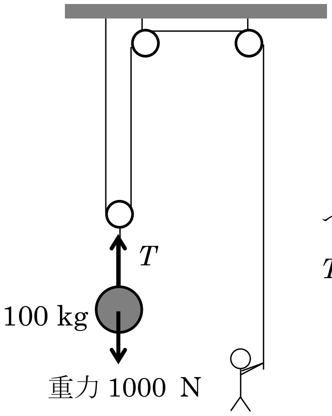
$S = \dfrac{4mM}{M+m}\,g$

4 解答 **(1)** 500N **(2)** 250 N

**解説**

動滑車での力の働き方を理解しよう．動滑車が張力 $T$ で物体を引き上げるとき，滑車を吊り下げている糸にはその半分の張力がかかるのだ．

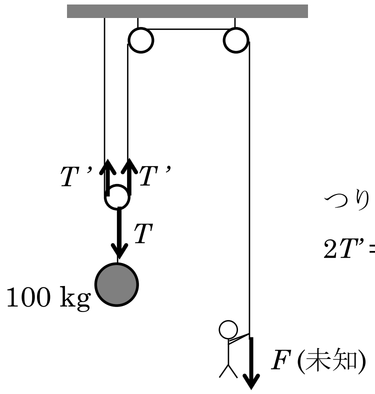
**(1)** おもりにはたらく力を書き出すと以下のようになる．




つりあいより

$T = 1000$

動滑車に働く力を書き出すと以下のようになる．



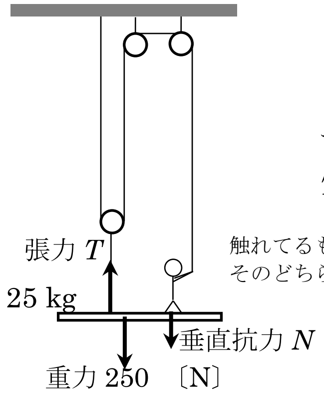

つりあいより

$2T' = T$

2 つのつりあいの式から，$T'$ は 500 N と計算でき，$F = T'$といえるので，人は 500 N で糸を引いていることになる．

**(2)** 『板に働く力』『動滑車に働く力』『人に働く力』をすべて書き込み，それぞれの物体でつりあいの式を立てる．

『板』

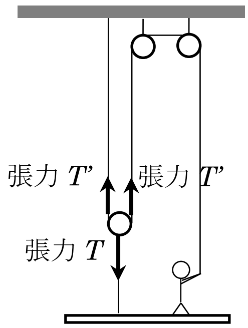



つりあいより，

$T = 250 + N$

触れてるものは，『糸』と『人』，そのどちらからも力を受けるよ!!

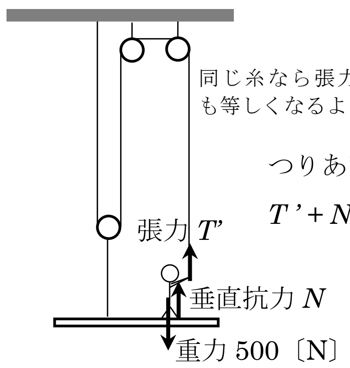
『動滑車』




つりあいより，

$T = 2T'$

『人』




同じ糸なら張力はどこでも等しくなるよ

つりあいより，

$T' + N = 500$

(3) 続き

3つのつりあいの式

板　　　$T = 250 + N$ …①

動滑車　$T = 2T'$ …②

人　　　$T' + N = 500$ …③

から，人が糸にかけている力 $T'$を求める．

②式を①式に代入し $T$ を消去．

$2T' = 250 + N$

これを変形すると，

$N = 2T' - 250$

となる．これを③式に代入し $N$ を消去．

$T' + 2T' - 250 = 500$

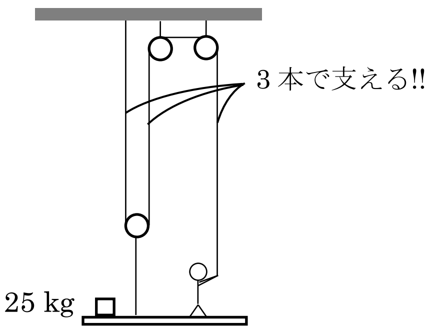
これを T'について解いて，

$T' = 250$ N

別解

『台＋おもり＋人＋動滑車』をひとまとまりの物と見たとき，3本の糸で，全体を支えているといえる．全体にかかる重力は 750 N で，3本の糸で支えているから，750÷3＝250 N

糸1本あたり 250 N の力が働けばつりあうので，人は 250N で糸を引けばよいとわかる．




このやり方は物理の理解が深まらないので，普通の解き方ができるようになってから使いましょう．