

§ A: 公式理解問題

1 《テーマ》 運動量の定義

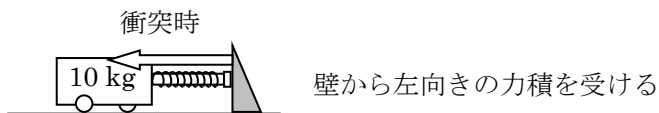
解答 $A = B = C = D = E = F$

解説 変化といえば後-前, 各パターンで運動量の変化を計算する.

A: 衝突前の運動量 $40 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ (質量×速度) 衝突後の運動量 0



⇒ 変化量 $-40 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ (左向きに力積が 40 ということを示す)



同様に求めると,

B: -40 C: -40 D: -40 E: -40 F: -40

すべて同じ力積を受けている. $A = B = C = D = E = F$

追加問題: 反発係数 e をそれぞれ求めてみよう.

→ A: 0 B: 0 C: 0.33 D: 1.0 E: 0.60 F: 1.0

2 《テーマ》 合体

解答 イ

車の質量を m , 衝突後の速さを v' と置き, 運動量保存の式を立てると,
 $mv = 2mv'$ となる. v' について解くと, $v' = 0.5v$ よってイ.

3 《テーマ》 反発係数と運動エネルギー

解答 $D > C > B > A$

A) のような弾性衝突($e = 1$)では, エネルギーの損失は 0 になり,

D) のような完全非弾性衝突($e = 0$)では, エネルギーの損失は最大になる.

反発係数とエネルギー損失の関係は $D > C > B > A$ なのだ.

* 反発係数の公式等が頭に入っていないならば, それぞれのパターンで, 衝突後の速度を計算する練習をしておこう.

§ B: 概念理解問題

1 《テーマ》 運動量と力積

解答 ウ

解説 『運動量の変化量が力積』という関係がある。

今回、力 F で、同じ時間 t だけ押されているので、力積の大きさはどちらも同じ。よって増加する運動量も同じである。

(運動量は同じだが、質量 m がちがうので、速さ v は異なる。軽い物体の方が速くなる。)

2 《テーマ》 運動エネルギーと仕事

解答 ア

解説 混同しやすいので注意。『運動エネルギーの変化量は仕事』という関係である。

仕事は、『力 $F \times$ 距離 x 』 同じ時間だけ同じ力で押せば、軽い物体の方が長い距離を移動するので、される仕事は大きい。よって、軽い物体の方が押された後に持っている運動エネルギーは大きい。

(運動方程式を立てて移動時間や速度を計算して具体的な値を求めることもできる。検証は各自おこなうべし。

このように、問いの答えを求められるようになった後も物理的な考察を行えると演習の密度が濃くなる。)

3 《テーマ》 運動量保存則が成り立つ条件

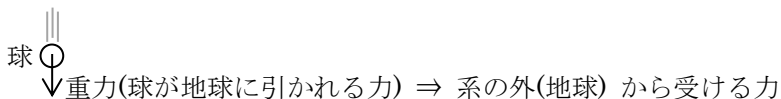
解答 ウ エ オ

運動量が保存する条件は、『働く力が内力のみであること』である。それで検証する。

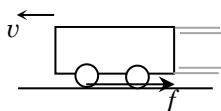
内力とは、設定された系の中にある物体が、その物体同士で及ぼしあう力で、外力は系の外にある物体が、中の物体に及ぼす力である。

よく出てくる外力は、系の外にいる「人から受ける力」や、「地面から受ける垂直抗力や摩擦」などである。このような力がはたらくときも、人や地面も系に含めれば、それらの力も内力となるので運動量保存則は保存する。登場する物体の全部で運動量保存を立てれば、どんな時でも運動量保存は成り立つのだ。

(ア) × ボールにはたらく重力は、ボールが地球から受ける力である。これは外力となる。保存則を成り立たせるには、ボールと地球を1つの系とすればよい。



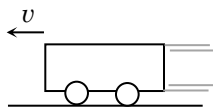
- (イ) × ブレーキの際にはたらく摩擦力は、車が地球から受ける力。力は系の外の物体なので、これは外力となる。保存則を成り立たせるには、車と地球を1つの系とすればよい。



ブレーキによる摩擦力(車が地球から受ける力)

⇒系の外(地球) から受ける力

- (ウ) ○ 運動方向に受ける力はないので、外力を受けていない。

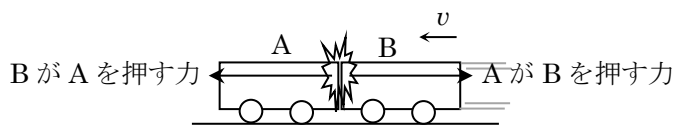


スリップしてるので摩擦力 f は受けてないとみなす。

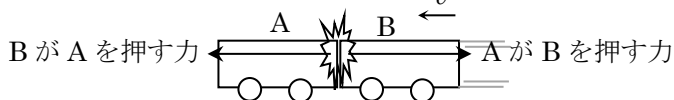
- (エ) ○ はたらく力は衝突の際に球と球が押し合う力で、これは内力となる。



- (オ) ○ 衝突するときに車が車を押す力がはたらき、それは内力となる。



- (カ) × 車一台だけを1つの系とすると、他の1台から受ける力は外力となる。



衝突前後で、片方の車だけ見ると、運動量は保存していない。

この問題でのウ、エ、オでは、内力のみが働いているので運動量が保存する。衝突や運動の変化前後で、系内の運動量を全て合計した量は変わらないのだ。

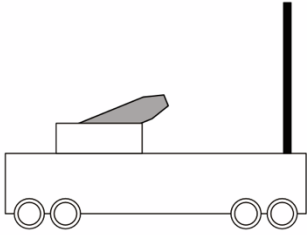
他の選択肢も、『地球』など、関わっている力を発生させているものを全て系内にいれて、運動量を計算してあげれば、運動量は保存することになる。

しかし、通常の中衝突の問題では、地球を含めず運動量保存則を立てる。これは衝突の直前と直後に限れば、重力が物体にはたらく時間が非常に短いので、重力による影響を無視できるという考え方からである。

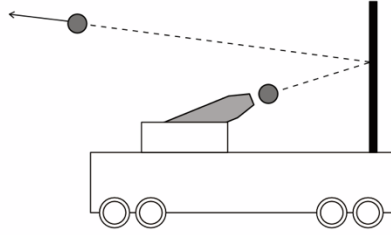
4 《テーマ》運動量保存則

解答 ア

解説 砲弾を発射する前と、砲弾が跳ね返った後を比べる。



運動量は砲弾も台車も 0
⇒ 合計 0



砲弾は左向きの運動量を持つ。
⇒台車が右向きの運動量を持たないと、合計が 0 にならない。

5 《テーマ》運動量保存則

解答 イ

跳ね返った場合と、合体した場合で運動量変化を比べてみる。

《跳ね返る場合》



今回は、力積（運動量の変化）をベクトルで考えてみる。

ベクトルの引き算で後－前を行うと、

$$\begin{array}{c} \text{②} \quad mv' \quad mv \quad \text{①} \\ \leftarrow \quad \quad \rightarrow \\ \text{力積} \end{array}$$

《合体する場合》



$$\begin{array}{c} \text{①} \quad mv \\ \rightarrow \\ \text{②} \quad mv' \quad \leftarrow \quad \text{力積} \end{array}$$

このように、跳ね返ったときの方が受ける力積は大きい。

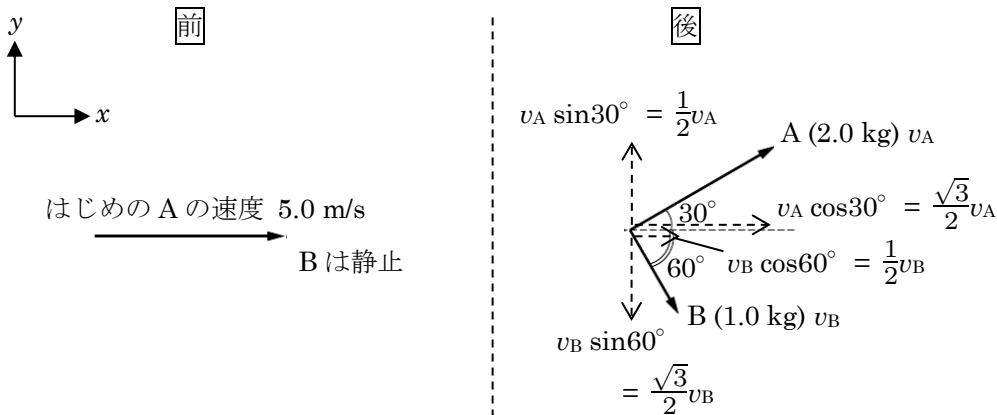
右向き速度を消して、そこからさらに左向き速度を与える力積が必要なイメージ。

ボールが受けた力積が大きいということは、作用反作用の法則より、ピンが受ける力積もこちらの方が大きいとわかる。よって、解答はイ

§ C: 実践問題

1 解答 (1) $v_A = \frac{5\sqrt{3}}{2} \doteq 4.3 \text{ m/s}$, $v_B = 5.0 \text{ m/s}$ (2) $5.0 \text{ N} \cdot \text{s}$

(1) 平面での運動量の保存の問題である。軸をとってそれぞれの向きで保存則を立てよう。



x 方向の運動量の合計 $2.0 \text{ kg} \times 5.0 \text{ m/s}$	イコール	x 方向の運動量の合計 $2.0 \text{ kg} \times \frac{\sqrt{3}}{2} v_A + 1.0 \text{ kg} \times \frac{1}{2} v_B$
y 方向の運動量の合計 0	イコール	y 方向の運動量の合計 $2.0 \text{ kg} \times \frac{1}{2} v_A + (-1.0 \text{ kg} \times \frac{\sqrt{3}}{2} v_B)$

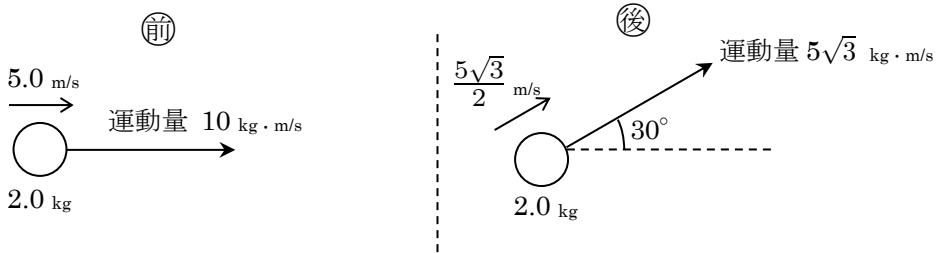
上図のように整理ができる。それぞれの式を整理すると、

x 方向: $10 = \sqrt{3}v_A + \frac{1}{2}v_B \dots \textcircled{1}$ y 方向: $0 = v_A - \frac{\sqrt{3}}{2}v_B \dots \textcircled{2}$

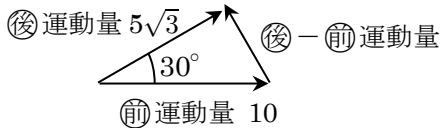
①, ②を連立してといて $v_A = \frac{5\sqrt{3}}{2} \doteq 4.3 \text{ m/s}$, $v_B = 5.0 \text{ m/s}$

(2) 力積は運動量の変化なので、運動量の(後) - (前)をすれば求まる。しかし今回は平面での変化なので、単純な数値の引き算はできない。平面ベクトルの引き算で求める必要がある。

A について運動の変化を図にしてみると、



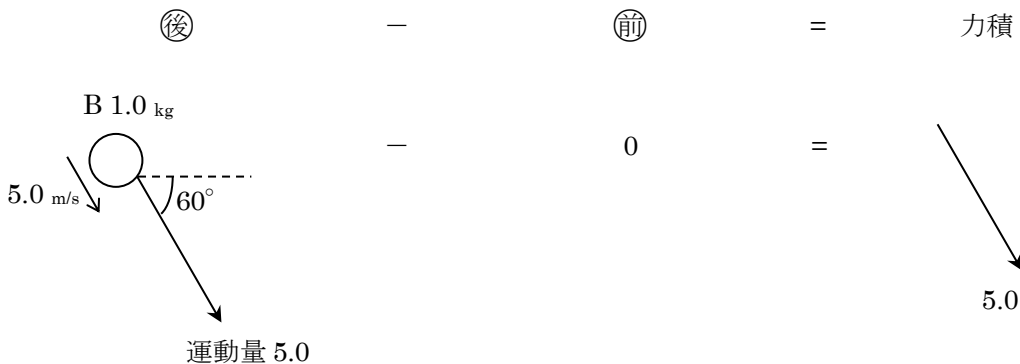
ベクトルの計算をするために作図をすると、下図のようにかける。



30° という角度と、(前)と(後)のベクトルの長さの比から、これは直角三角形であるとわかる。よって、有名三角形の辺の比より(後)-(前)のベクトルの長さは、5.0 とわかる。A の受けた力積は、 $5.0 \text{ N} \cdot \text{s}$ A は衝突の際斜め左上の力を受けるのだ。

*別解

A が受けた力積は、B が受けた力積と大きさが同じで向きが逆である(作用反作用の法則より)。B の最初の運動量が 0 なので B の受けた力積の方が計算しやすい。



これと同じ大きさの力積を A は受けているので、A が受けた力積は左上に $5.0 \text{ N} \cdot \text{s}$ 。