$\boxed{\text{解答}}$ 概念理解と思考力を高めるための問題集 ～円運動～

§A：公式理解問題

$\boxed{1}$ ≪テーマ≫ 円運動の速度

$\boxed{\text{解答}}$ イ

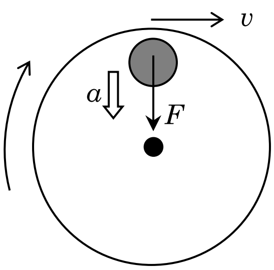
$\boxed{\text{解説}}$ 物体 A，B は台の角速度と同じ角速度で回転する．よって解答はイ．

もし物体 A，B の速度を比べるなら，$v = r\omega$ より，中心から半分の距離にいる物体 B の速度は，物体 A の半分となる．

$\boxed{2}$ ≪テーマ≫加速度と向心力

$\boxed{\text{解答}}$ オ

$\boxed{\text{解説}}$



等速円運動の速度は，円の接線の向き．

加速度，力は，円の中心向きである．

よって下図のように示せる．

§B:概念理解問題

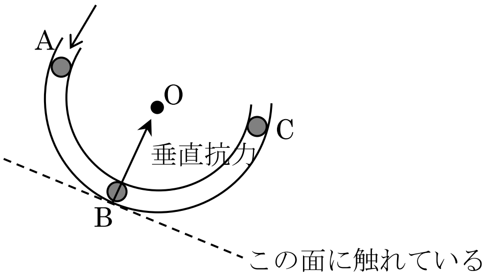
1 ≪テーマ≫ 円運動する物体に働く力

解答 イ

解説 物体にはたらく力は,『重力』+『触れているものからうける力』である.

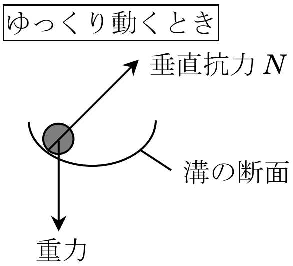
物体にはたらく重力は鉛直下向きである.

触れているものは床の溝のみである. 溝は面なので, 垂直抗力を受ける.

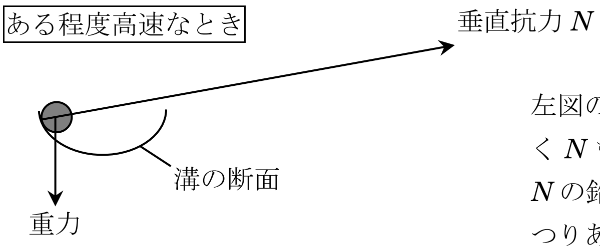


他の力は受けない. よって解答はイ.
『速度の向きにはたらく力』というものはない.
気をつけよう.

＊正確な話をすると垂直抗力の向きは B→O 向きではない. 以下は溝の断面図である.



このように, 垂直抗力 N は, 若干斜め上向きにはたらいている. N の鉛直成分が重力とつりあっていて, N の水平成分が向心力となって円運動をするのだ.
しかし, 高速で動いているときは, N が非常に大きくなり, N の角度は非常に小さくなる.



左図のように, 円運動が高速になると, 球に働く N も大きくなる.
N の鉛直成分の大きさが, どちらの図の場合もつりあっていることがポイントだ.

2 ≪テーマ≫ 円運動の速度

解答 イ

解説 チューブを飛び出した後は, 問題1で示したような垂直抗力を受けないので, 円運動をせずに飛び出したときの速度で進む. 飛び出したときの速度はイの向きであり, そのまま進む.

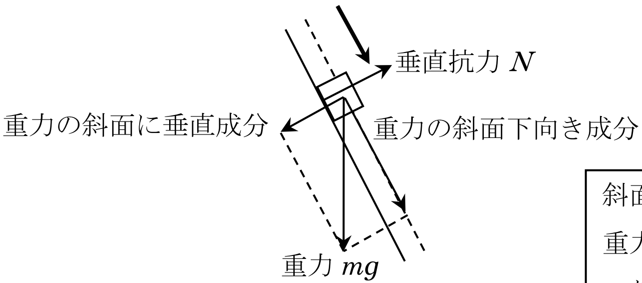
$\boxed{3}$ ≪テーマ≫加速度と向心力

$\boxed{\text{解答}}$ **問 1** ウ　**問 2** ア　**問 3** ウ

$\boxed{\text{解説}}$ 加速度は速度の変化率を表すパラメータである．速度がどのように変化していくかを分析しよう．また，加速度の向きはその物体に働く力の向きに生じる．力がつりあうとき，加速度は 0 といえる．この点にも注意しよう．

問 1　点 P では向きが変わらず，斜面下向きに速度が増えているので，加速度の向きは 4

＊働いている力を分析すると，

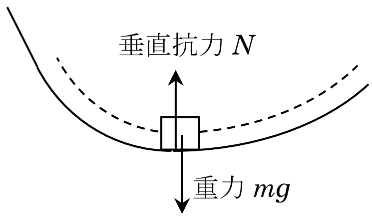


斜面下向き成分の力が物体を加速させ，
重力の斜面に垂直成分と，垂直抗力 N は
つりあっているので，加速度は生まない．

問 2　点 Q が非常に難しい．

① 力の分析

働く力を見出すと



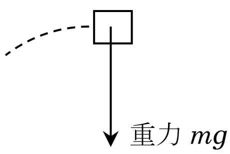
ここで，$N = mg$ と考えてしまう者が多いが，そうとは限らない．

② N と mg どちらがおおきいのか

点 Q は速度が真右から右上向きに変化している点なので，加速度は上向きのはずである．よって解答は 1

Q を通る瞬間を円運動の一部と考えると，円軌道の中心向きに力がはたらく必要があるので，N の方が大きく，合力 $N - mg$ が向心力となっていると分析できる．

問 3　点 R で働く力を分析すると，



重力のみが働き，力は下向きに働くとわかる．
よって加速度の向きは向き 5

$\boxed{4}$ ≪テーマ≫ 物体に働く力

$\boxed{解答}$ ア

$\boxed{解説}$ 物体に働く力は『重力』と『触れているものから受ける力』である．触れているのは壁のみ．壁は面なので壁からは垂直抗力を受ける．また摩擦を受けるかもしれないが，文章に『なめらかな壁』なのか『粗い面』なのかは明記されていない．

それを考えるために注目するのが，人がどんな動きをしているかだ．人は鉛直方向には動いていない．つまり，重力とつりあう力が働いているはずなのだ．今回は摩擦が働き重力とつりあっていると判断できる．壁が粗くないと，人は壁に張り付いていることはできないのだ．

解答はアとなる．

（人にはたらく力で，円の中心方向の力はつりあっていないこともポイントだ）

$\boxed{5}$ ≪テーマ≫ 遠心力　慣性力

$\boxed{解答}$ イ

$\boxed{解説}$ 観測者が加速度運動をしているときは，『重力』＋『触れているものから受ける力』＋『慣性力』が働く力となる．問題$\boxed{4}$の力の矢印に慣性力を追加しよう．

筒の中にいる観測者は円運動しているので，円運動の中心向きに加速度運動をしている．慣性力はその加速度と逆向きに働く．よって解答はイ．

また，筒の中の観測者から見たら，壁に張り付いた人は静止しているようにみえ，つりあっているともいえ，これらのことから，人に働く力はイといえる．

6 ≪テーマ≫ 向心加速度

解答　E > F > A > B = C > D

解説

物体に働く力と，運動方程式をしっかり意識して，加速度を考察し，円運動とそのほかの運動で，根源は同じであることをしっかりと理解しよう．

(A) 物体に働く力は重力のみで，運動方程式 $ma=F$ は $ma=mg$ となり，
加速度 a は 9.8 m/s²

(B) 物体に働く力は重力と垂直抗力．斜面垂直方向はつりあっているので無視して，斜面水平方向成分を考えると，運動方程式 $ma=F$ は $ma=mg\cos 30^\circ$ となり，加速度 a は 4.9 m/s²

(C) 運動方向が違うが，物体に働く力関係は B と全く同じ．よって C の加速度も 4.9 m/s²
ただし，B は加速する向き，C は減速する向きに 4.9 m/s² なのだ．(『大きさ』と問われているので，正負は考慮せず，大きさのみで並び替えを行う)

(D) 物体に働く力は，重力と垂直抗力．そしてそれらはつりあっていて静止している．加速度は 0.

(E) 振り子の最下点で働く力は重力と張力．円軌道を描いているということは，張力の方が重力より大きく，球を内側に引っ張り込んで円軌道になっているといえる．重力 mg と張力 T の差しひきで，球に働く合力は $T-mg$ となり，運動方程式は $ma=T-mg$ となる．しかし T も m もわかっていないので，この式からは a を出せない．

ここでは，円軌道をえがくときの向心加速度の式を使う． $a=\dfrac{v^2}{r}$ より，a = 16 m/s².

実際の問題では，求めた加速度 16 と，運動方程式を使い，T を出す問題(m は問題文で与えられる)が多い．加速度の公式をしっているだけでは解けず，運動方程式を立てることもできないといけないのだ．

(F) この問題文だけだと，円運動が水平面(台の上など)で行われているのか，鉛直面(振り子のような軌道)で行われているのかわからない．水平面なら働く重力は円運動に関わらないが，鉛直面だと関わってくる．どちらで考えればいいかわからない．しかし，円運動しているのならばどちらにせよ，向心加速度は $a=\dfrac{v^2}{r}$ なので，

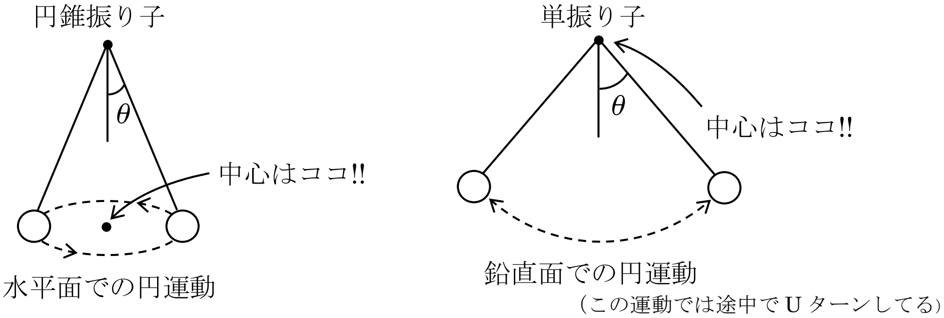
加速度 a は 12.5 m/s² となる．

これらを大きい順に並び替えると，E > F > A > B = C > D

＊鉛直面での円運動の問題を解くときのポイント

鉛直面での円運動では，速度が変化し，ひっかけ問題も増える．手始めに下の図で，水平面での円運動なのか，鉛直面での円運動なのかの違いを見極められるようにして，よくあるモデルを見てみよう．

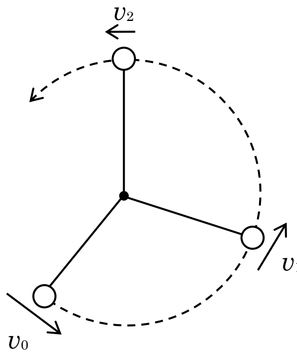
水平面と鉛直面での円運動の例　（円軌道の中心の見極めを気をつけよう）



公式のrに入れる長さは，中心から物体までの長さなので，円推振り子のとき，糸の長さをrに代入しないように気をつけよう．

モデル

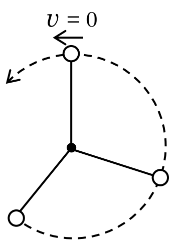
振り子をある高さから初速度 v_0 で押し出した．



さて，こういう問題で最初にたてる式は円運動に関するものではない．**『力学的エネルギー保存則』**の式となる．それぞれの地点での高さがわかってしまえば，この場合，速度は簡単に出せるのだ．

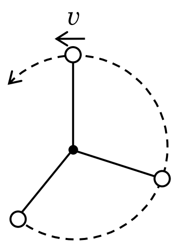
速度をだすと,『糸がたるまず，球が円運動の頂点に到達するためには，v_0 の大きさはいくら以上でなければならないか』というものを考えることもできる．

ここで，超頻出の２択　『糸がたるまずぎりぎり１回転する条件はどちらか』



頂上でちょうど $v=0$ となる

or



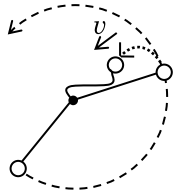
頂上で張力 T が 0 になる

これの正解は，『頂上で張力 T が 0 になる』なのだ．

そもそも，きれいな円をキープしたまま頂上に達し，そこで速度が 0 になることはありえない．

イメージしてみよう

初速度が足りないと？

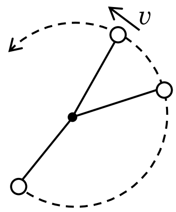


途中で糸はたるんで落ちてしまう．

ちなみにこの際も斜め下向きに速度はあるはず．

⇒速度 0 にすらなってない．

綺麗な円を描いているときは？



速度が十分あって勢いがある．

飛んで行ってしまいそうな球を内側に引き戻すために糸が球を引っ張っている．

そのとき糸は，ピン!!としているのだ．

糸がピン!!としているときは張力が働く(つ・ω・)っ

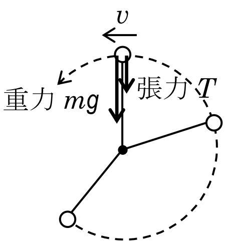
ここから考えると，頂点にいったとき，糸がたるまないというのは，

$\boxed{\text{頂点において，円運動をするための向心力を生むのに，張力 } T \text{ が必要である．}}$

ということを言っているのだ．

さて，綺麗な円運動をするためには，$F = m\dfrac{v^2}{r}$ の向心力が必要である．

頂点での球に注目すると，重力 mg と張力 T が働いている．



求められる向心力は $m\dfrac{v^2}{r}$ であるが，これが，重力 mg だけでは達成できず，張力 T が必要なとき，糸はピンと張っているのだ．

そして，ぎりぎり頂点に達するときは，$m\dfrac{v^2}{r}$ が，ちょうど重力 mg だけでまかなえたとき，といえる．よって，2 択の正解は，

『頂上で張力 T が 0 になる』になる．

実際に問題を解く手順はこうなる．

STEP① 初速度や，高さの条件から，力学的エネルギー保存則を用いて，聞かれている地点での速度 v を求める．

STEP② 円の中心がどこか見極める．→ 力を『円の中心向き』と『それと 90°』に分解

STEP③ 『中心に向かって働く力の合計』＝ $m\dfrac{v^2}{r}$ という関係式をたて，$T = 0$ となるときを考える．（これは実は $F = ma$ という運動方程式を立てている．$a = \dfrac{v^2}{r}$ なのだ）