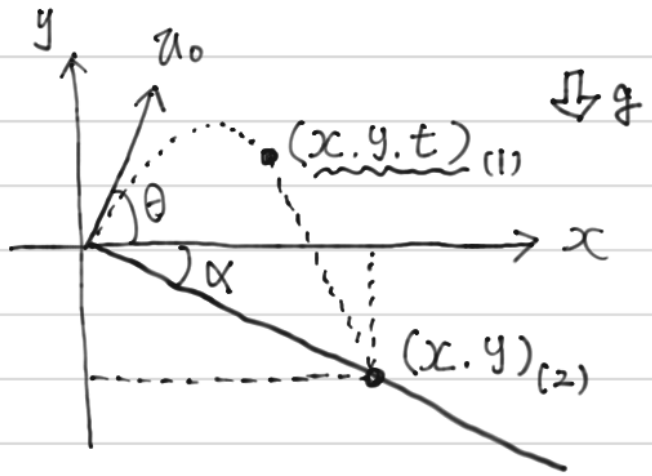
$\boxed{17}$




(1) 斜方投射の計算で求める

$\boxed{x}$ 速さ $v_0\cos\alpha$ の等速運動なので $x=vt$ より

$$x = v_0\cos\theta\cdot t \quad \cdots ①$$

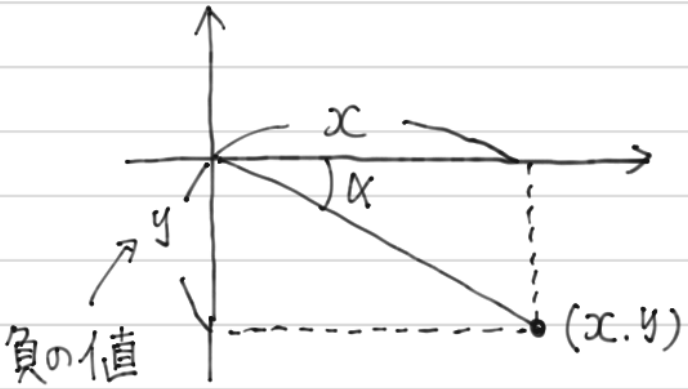
$\boxed{y}$ 初速度 $v_0\sin\theta$ の等加速度運動なので

$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ より

$$y = v_0\sin\theta\cdot t + \frac{1}{2}(-g)t^2$$

$$\Rightarrow y = v_0\sin\theta\cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \cdots ②$$

(2)




左図より

$$y = -x\tan\alpha \quad \cdots ③$$

## 17 続き

(3) ③式に①.②式を代入して

$$v_0 \sin\theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 = -v_0 \cos\theta \cdot t \cdot \tan\alpha$$

tについて解いて

$$t = \frac{2v_0(\sin\theta + \cos\theta \tan\alpha)}{g}$$ ← これを答えとしてok

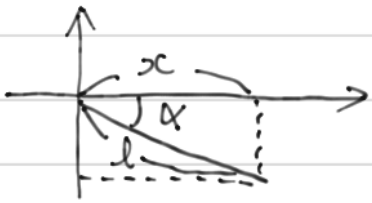
変形して

$$t = \frac{2v_0\left(\sin\theta + \cos\theta \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)}{g}$$

加法定理

$$t = \frac{2v_0(\sin\theta\cos\alpha + \cos\theta\sin\alpha)}{g\cos\alpha} = \frac{2v_0\sin(\theta+\alpha)}{g\cos\alpha}$$

(4)




上図より $l\cos\alpha = x$ なので

$$l = \frac{x}{\cos\alpha}$$ ① 式：$x = v_0\cos\theta \cdot t$ を代入.

$$l = \frac{v_0\cos\theta \cdot t}{\cos\alpha}$$ (3)の答えを代入

$$l = \frac{v_0\cos\theta}{\cos\alpha} \cdot \frac{2v_0\sin(\theta+\alpha)}{g\cos\alpha}$$

$$l = \frac{\boxed{2}\boxed{v_0^2}\boxed{\sin(\theta+\alpha)\cos\theta}}{g\cos^2\alpha}$$

$\theta_1 = \theta + \alpha$, $\theta_2 = \theta$ とすると
問題文の関係式を用いて
$2\sin\theta_1\cos\theta$
$= \sin(\theta_1+\theta_2) + \sin(\theta_1-\theta_2)$
とできる。

$$l = \frac{v_0^2\{\sin(\overbrace{\theta+\alpha}^{\theta_1}+\overbrace{\theta}^{\theta_2}) + \sin(\overbrace{\theta+\alpha}^{\theta_1}-\overbrace{\theta}^{\theta_2})\}}{g\cos^2\alpha}$$

$$\therefore\ l = \frac{v_0^2\{\sin(2\theta+\alpha) + \sin\alpha\}}{g\cos^2\alpha}$$

$\boxed{17}$ 続き

(5) 前問(4)の $l$ が最大となる $\theta$ を解けばよい。

$$l = \frac{v_0^2\{\boxed{\sin(2\theta+\alpha)} + \sin\alpha\}}{g\cos^2\alpha}$$

ここが変数となり、1となるとき最大

$\sin(2\theta+\alpha) = 1$ を $\theta$ について解いて

$$2\theta + \alpha = 90^\circ$$

$$2\theta = 90^\circ - \alpha$$

$$\therefore \theta = \frac{90^\circ - \alpha}{2} \quad //$$

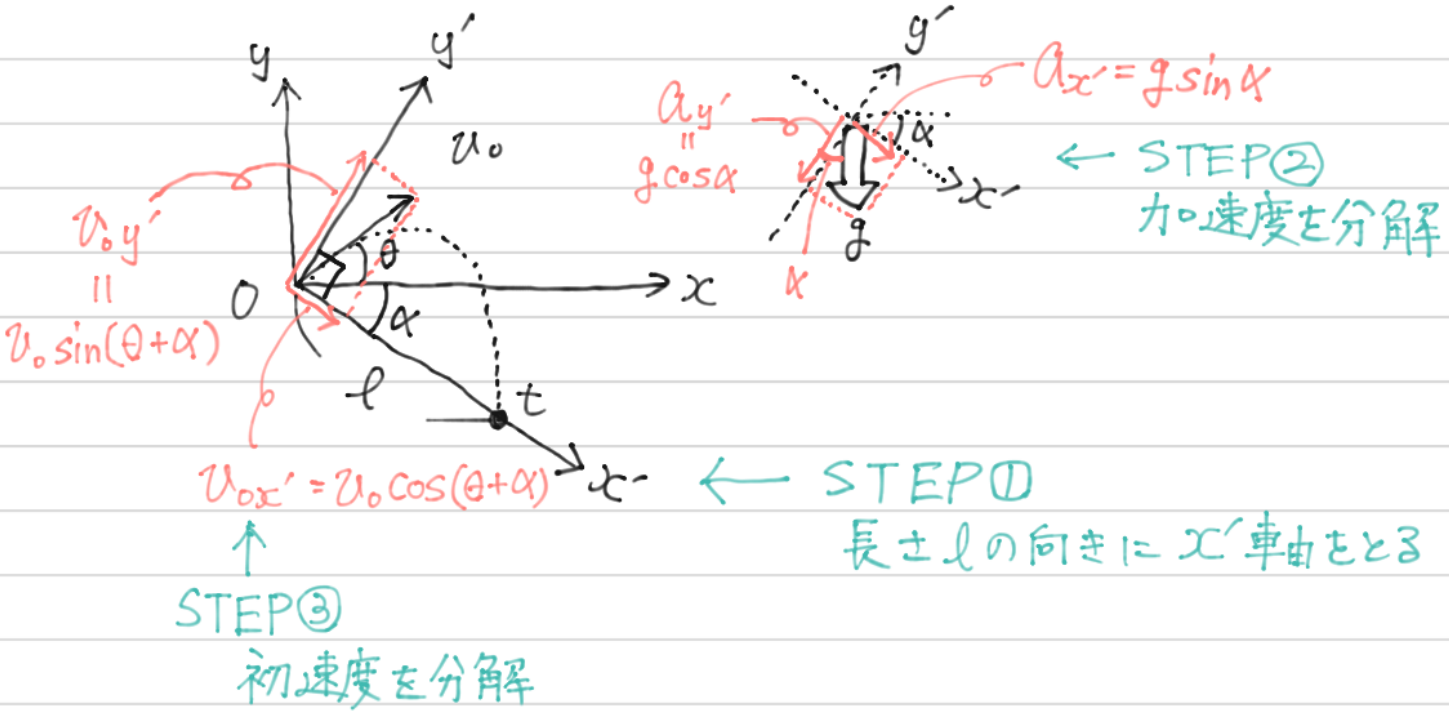
このときの $l$ を求めると

$$l = \frac{v_0^2(1+\sin\alpha)}{g\cos^2\alpha} \quad //$$

17 続き

※ 別解がとても大切 ((3)(4))

テーマ 座標軸の変換




このように軸をとると $x'=\ell$, $y'=0$ と斜面にぶつかったときの座標を示せる。等加速度運動の式を立式すると、

$\boxed{x'}$ $x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$ より

$$\ell=v_{0x}\cdot t+\frac{1}{2}a_x t^2$$

$$\ell=v_0\cos(\theta+\alpha)\cdot t+\frac{1}{2}g\sin\alpha\cdot t^2 \cdots ④$$

$\boxed{y'}$ $x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$ より

$$0=v_{0y}\cdot t+\frac{1}{2}(-a_{y'})t^2$$

$$0=v_0\sin(\theta+\alpha)\cdot t-\frac{1}{2}g\cos\alpha\cdot t^2 \cdots ⑤$$

⑤より tを求めると

$$0=v_0\sin(\theta+\alpha)+\frac{1}{2}g\cos\alpha\cdot t$$

$$t=\frac{2v_0\sin(\theta+\alpha)}{g\cos\alpha}$$ // (3) 解答

[17] 大切な別解続き.

㋔にtを代入して

$$l = v_0\cos(\theta+\alpha)\cdot\frac{2v_0\sin(\theta+\alpha)}{g\cos\alpha} + \frac{1}{2}g\sin\alpha\left\{\frac{2v_0\sin(\theta+\alpha)}{g\cos\alpha}\right\}^2$$

$$l = \frac{2v_0^2\cos(\theta+\alpha)\cdot\sin(\theta+\alpha)}{g\cos\alpha} + \frac{\overset{2}{\cancel{4}}v_0^2\cancel{g}\sin\alpha\cdot\sin^2(\theta+\alpha)}{\cancel{2}g^{\cancel{2}}\cos^2\alpha}$$

$$l = \frac{2v_0^2\cos\alpha\cdot\cos(\theta+\alpha)\cdot\sin(\theta+\alpha) + 2v_0^2\sin\alpha\cdot\sin^2(\theta+\alpha)}{g\cos^2\alpha}$$

$$l = \frac{2v_0^2\sin(\theta+\alpha)}{g\cos^2\alpha}\cdot\left\{\cos\alpha\cdot\cos(\theta+\alpha) + \sin\alpha\cdot\sin(\theta+\alpha)\right\}$$

$$l = \frac{2v_0^2\sin(\theta+\alpha)}{g\cos^2\alpha}\left\{\cos\alpha(\cos\theta\cos\alpha - \cancel{\sin\theta\sin\alpha}) + \sin\alpha(\cancel{\sin\theta\cos\alpha} + \cos\theta\sin\alpha)\right\}$$

$$l = \frac{2v_0^2\sin(\theta+\alpha)}{g\cos^2\alpha}\left\{\cos\theta(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha)\right\}$$

$$l = \frac{2v_0^2\sin(\theta+\alpha)}{g\cos^2\alpha}\cdot\cos\theta$$ ← ㋕の途中でできた式

⇓ ㋕と同様に変形して

$$l = \frac{v_0^2\{\sin(2\theta+\alpha) + \sin\alpha\}}{g\cos^2\alpha}$$ // ㋖答え