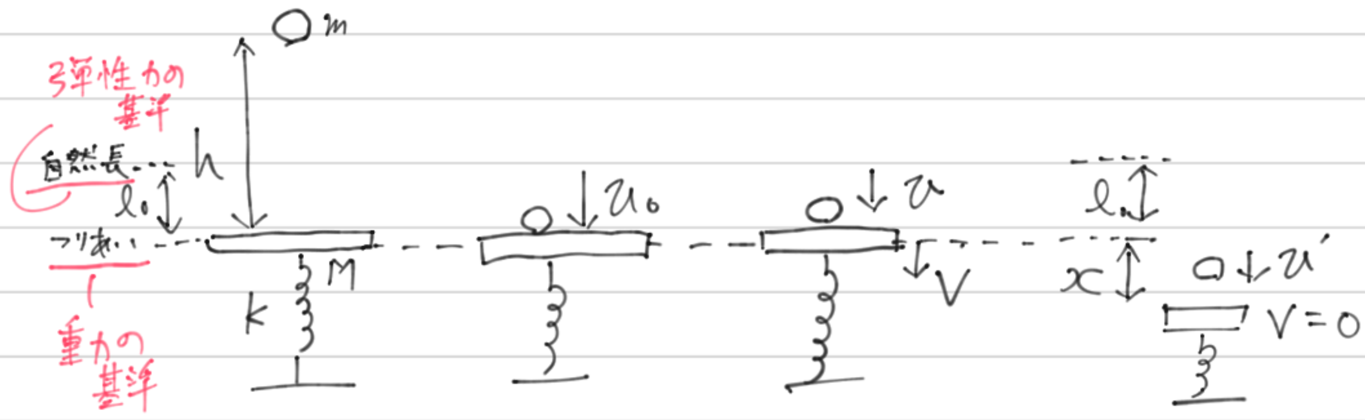
$\boxed{83}$ はじめ　直前　直後　最下点



(1) $\boxed{m単体}$

$$mgh = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\therefore v_0 = \sqrt{2gh}$$

(2) $\boxed{m+Mの系}$

運動量の保存（直前＝直後）

$$mv_0 + 0 = mv + MV \quad \cdots ①$$

反発係数の式

$$e = \frac{|遠ざかる|}{|近づく|}$$

$$e = \frac{V-v}{v_0} \quad \cdots ②$$

② を変形

$$ev_0 = V - v \Rightarrow V = ev_0 + v \quad \cdots ②'$$

②' を ① に代入して

$$mv_0 = mv + M(ev_0 + v)$$

$$\therefore v = \frac{m-eM}{m+M}v_0 = \frac{m-eM}{m+M}\sqrt{2gh}$$

②' に代入して

$$V = \frac{(1+e)m}{m+M}v_0 = \frac{(1+e)m}{m+M}\sqrt{2gh}$$

$\boxed{83}$ 続き

(3) $e=1$ を代入して

$$v_1 = \frac{m-M}{m+M}\sqrt{2gh} \qquad V_1 = \frac{2m}{m+M}\sqrt{2gh}$$

(4) $\boxed{M\text{ 単体}}$ は $\boxed{\text{直後}} \to \boxed{\text{最下点}}$ でエネルギー保存

(準備) $\boxed{\text{はじめ}}$ のつりあいより

$$Mg = kl_0$$

$$\therefore l_0 = \frac{Mg}{k}$$

(エネ保存)

$$\frac{1}{2}MV_1^2 + \frac{1}{2}kl_0^2 = \frac{1}{2}k(l_0+x_1)^2 - Mgx_1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}MV_1^2 + \cancel{\frac{1}{2}kl_0^2} = \cancel{\frac{1}{2}kl_0^2} + kl_0x_1 + \frac{1}{2}kx_1^2 - Mgx_1$$

l_0 を代入すると

$$\frac{1}{2}MV_1^2 = \cancel{k\cdot\frac{Mg}{k}\cdot x_1} + \frac{1}{2}kx_1^2 \cancel{- Mgx_1}$$

$$\frac{1}{2}MV_1^2 = \frac{1}{2}kx_1^2$$

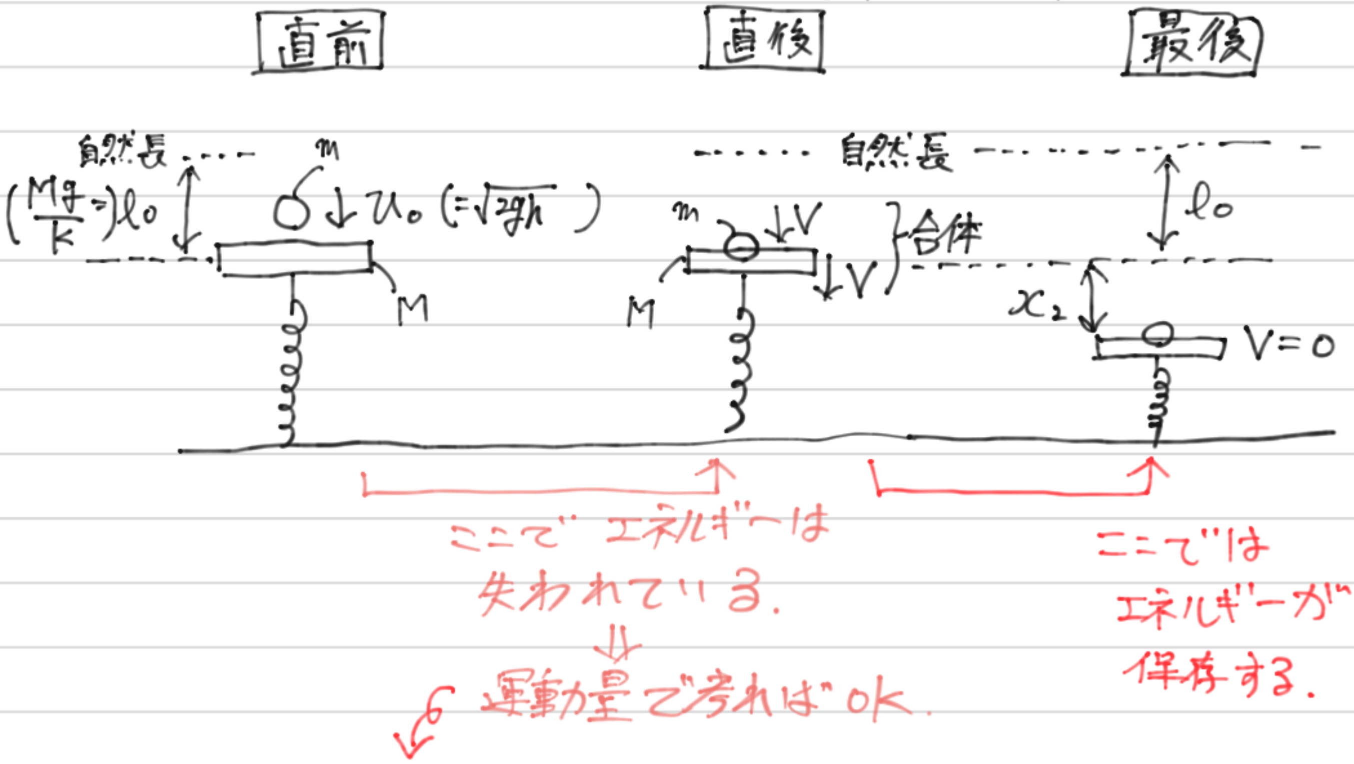
つりあいを新たな自然長とすれば、あたかも重力を無視したような式となる。(単振動の計算テクを使った式)

$$\therefore x_1 = V_1\sqrt{\frac{M}{k}}$$

どの系がどのタイミングで保存則を成立させるか、落ち着いて見極める。直感で考えない。

$\boxed{83}$ 続き

(5) $e=0$ → 合体するということ.
↳ エネルギーは損失する.



$$mv_0 = (m+M)V$$

$$V = \frac{m}{m+M}v_0 = \frac{m}{m+M}\sqrt{2gh}$$ //

(6) 直後 → 最後では エネルギーが保存している.

$$\frac{1}{2}(m+M)V^2 + \frac{1}{2}kl_0^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2}k(l_0+x_2)^2 - (m+M)gx_2$$

$l_0 = \frac{Mg}{k}$ を代入して

$$\frac{1}{2}(m+M)V^2 + \frac{1}{2}k\left(\frac{Mg}{k}\right)^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2}k\left(\frac{Mg}{k}+x_2\right)^2 - (m+M)gx_2$$ //

(x_2 について解くのは結構大変なので省略されているのだと思います.)