

88

エレベーターに対する加速度

⇒エレベーターから見た加速度のこと.



P, Q には共に下向きに慣性力がはたらく. (大きさは Ma, ma)

運動方程式を立てると

$$P \quad Mb = Mg + Ma - T \dots ①$$

$$Q \quad mb = T - mg - ma \dots ②$$

①+②で T を消去

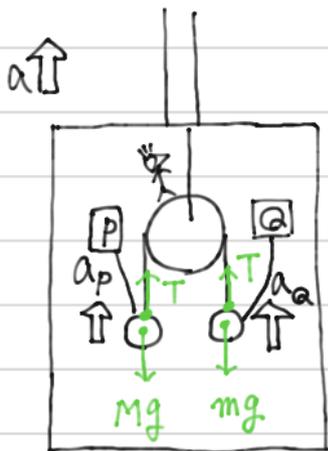
$$\begin{aligned} (M+m)b &= Mg + Ma - mg - ma \\ &= M(g+a) - m(g+a) \\ &= (M-m)(g+a) \end{aligned}$$

$$\therefore b = \frac{M-m}{M+m}(g+a)$$

①に代入して, T について解くと

$$T = \frac{2Mm}{M+m}(g+a)$$

※ 地面から見たときで考えてみる.



$$P \quad Ma_p = T - Mg \dots ③$$

$$Q \quad ma_q = T - mg \dots ④$$

束縛条件を立式する. 滑車の上から見た P, Q の加速度は大きさが同じで向きが逆と存在.

$$\begin{aligned} \text{束縛条件} \begin{cases} a_{滑 \rightarrow P} = a_p - a \\ a_{滑 \rightarrow Q} = a_q - a \end{cases} & \quad (\text{あ5あ3}) - (\text{あ3}) \\ \rightarrow a_{滑 \rightarrow P} = -a_{滑 \rightarrow Q} & \\ \Rightarrow a_p - a = -(a_q - a) & \\ \Rightarrow a_p + a_q = 2a \dots ⑤ & \end{aligned}$$

88 ※の続き

③ - ④ で T を消去

$$M a_p - m a_a = -Mg + mg \dots (6)$$

⑤ を変形して

$$a_p = 2a - a_a$$

⑥ に代入して

$$M(2a - a_a) - m a_a = -Mg + mg$$

$$2Ma - M a_a - m a_a = -Mg + mg$$

$$(M+m)a_a = 2Ma + (M-m)g$$

$$a_a = \frac{2M}{M+m} a + \frac{M-m}{M+m} g$$

今回の問題の答え b は、 $a_{滑 \rightarrow a}$ の大きさなので、

$$b = a_{滑 \rightarrow a} = a_a - a$$

$$= \left(\frac{2M}{M+m} a + \frac{M-m}{M+m} g \right) - a$$

$$= \left(\frac{2M}{M+m} - 1 \right) a + \frac{M-m}{M+m} g$$

$$= \frac{M-m}{M+m} a + \frac{M-m}{M+m} g$$

$$= \frac{M-m}{M+m} (a+g)$$

このように b が求まる。大変な計算となるけれど、両方の解き方を練習すると、力学の能力はぐんぐん伸びます。