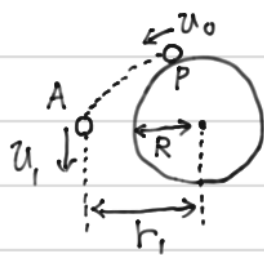


119 (いきなり模範解答の様な計算をするのはきびしい。地道にゴリ押し)

(1)

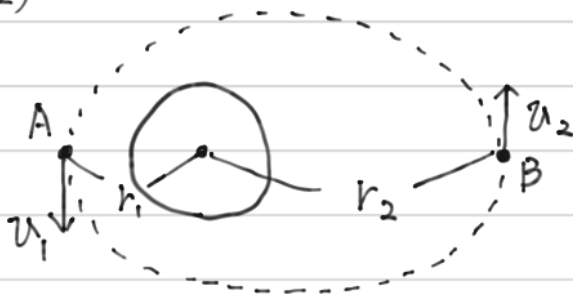


力学的エネルギーの保存より

$$(P) \quad K_0 + \left(-G \frac{mM}{R}\right) = \frac{1}{2} m u_1^2 + \left(-G \frac{mM}{r_1}\right) \quad (A)$$

$$\therefore K_0 = \frac{1}{2} m u_1^2 + G m M \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r_1} \right) \quad \#$$

(2)



(a) 面積速度一定

$$\frac{1}{2} r_1 u_1 = \frac{1}{2} r_2 u_2 \quad \dots \textcircled{1} \quad \#$$

(b) 力学的エネルギーの保存

$$(A) \quad \frac{1}{2} m u_1^2 + \left(-G \frac{mM}{r_1}\right) = \frac{1}{2} m u_2^2 + \left(-G \frac{mM}{r_2}\right) \quad \dots \textcircled{2} \quad \#$$

(3) ①より

$$u_1 = \frac{r_2}{r_1} u_2$$

②に代入して

$$\frac{1}{2} m \left(\frac{r_2}{r_1} u_2 \right)^2 - G \frac{mM}{r_1} = \frac{1}{2} m u_2^2 - G \frac{mM}{r_2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m u_2^2 \left(\frac{r_2^2}{r_1^2} - 1 \right) = G m M \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

119 (3) 続き

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m u_2^2 \left(\frac{r_2}{r_1} + 1 \right) \left(\frac{r_2}{r_1} - 1 \right) = \frac{G m M}{r_2} \left(\frac{r_2}{r_1} - 1 \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m u_2^2 \left(\frac{r_2}{r_1} + 1 \right) = \frac{G m M}{r_2}$$

ここで B での運動エネルギーは $\frac{1}{2} m u_2^2$ 、そのときの位置エネルギーは $G \frac{mM}{r_2}$ 存なので求めたい式は

$$\frac{\frac{1}{2} m u_2^2}{G \frac{mM}{r_2}} \text{ である。}$$

②' を変形して

$$\frac{\frac{1}{2} m u_2^2}{G \frac{mM}{r_2}} \left(\frac{r_2}{r_1} + 1 \right) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{2} m u_2^2}{G \frac{mM}{r_2}} = \frac{r_1}{r_1 + r_2} \quad \dots \textcircled{3}$$

(4) だ円軌道では使えないが、円軌道になったら、円運動の運動方程式

$$m \frac{v^2}{r} = F$$

がたてられる。今回のモデルでたてると

$$m \frac{V^2}{r_2} = G \frac{mM}{r_2^2} \quad \dots \textcircled{4}$$

と存る。V と u_2 を関連づけるため③の式を使う。

④ を変形して

$$\frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{G m M}{r_2} \quad \dots \textcircled{4}'$$

119 (4) 続き

④ $v = \frac{V}{u}$ と作るよ

$$\frac{\frac{1}{2} m v^2}{\frac{\frac{1}{2} m u^2}{\frac{G m M}{r_2}}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{G m M}{r_2}}{\frac{r_1}{r_1 + r_2}} \quad \left. \begin{array}{l} \text{④} \\ \text{③} \end{array} \right\}$$

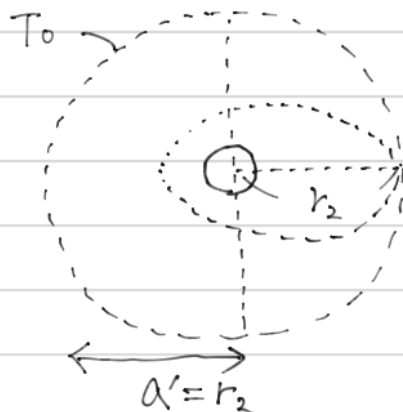
$$\Rightarrow \frac{v^2}{u^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{r_1 + r_2}{r_1}$$

$$\therefore \frac{v}{u} = \sqrt{\frac{r_1 + r_2}{2 r_1}} \quad \#$$

(5) ケプラーの第3法則 $T^2 = k a^3$ を用いる。
半長軸 a をまちがえないように気をつける。



$$T^2 = k a^3$$



$$T_0^2 = k a'^3$$

$$\text{2式より} \quad \frac{T_0^2}{T^2} = \frac{k a'^3}{k a^3}$$

$$= \frac{r_2^3}{\left(\frac{r_1 + r_2}{2}\right)^3} = \frac{(2 r_2)^3}{(r_1 + r_2)^3} \quad \therefore \frac{T_0}{T} = \frac{(2 r_2)^{\frac{3}{2}}}{(r_1 + r_2)^{\frac{3}{2}}} \quad \#$$