

120

(1) 地球表面での万有引力と mg の関係より

$$G \frac{mM}{R^2} = mg$$

ここで密度 ρ と体積 V の関係より

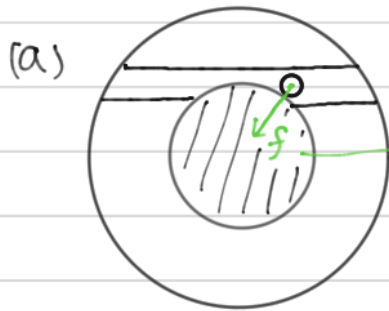
$$M = \rho V \\ = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$$


これを代入すると

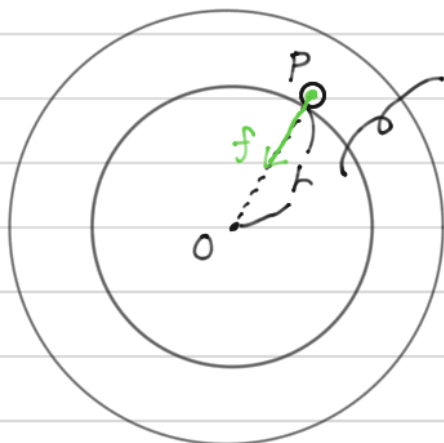
$$G \frac{m \cdot \frac{4}{3} \pi \rho R^3}{R^2} = mg$$

$$\therefore mg = \frac{4}{3} \pi G \rho R m \quad \#$$

(2)



f は  部分の質量 M' との間での万有引力と同じ大きさ。ということの問題文で説明してくれている。



内側の $M' = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi r^3$ なので

$$f = G \frac{mM'}{r}$$

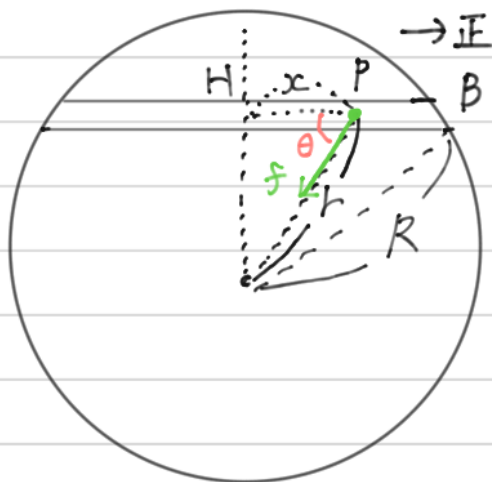
$$= G \frac{m \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \rho \right)}{r} = \frac{4}{3} \pi G \rho r m \quad \#$$

(b) (1) と (2)(a) の式を辺々割り算して

$$\frac{f}{mg} = \frac{r}{R} \quad \Rightarrow \quad f = \underline{\underline{mg \frac{r}{R}}} \quad \#$$

120 続き

(3)



ト=ネル方向の力 F は

$$F = -f \cos \theta$$

ニ=ニ"

$$f = mg \frac{r}{R}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}$$

より

$$F = -mg \frac{r}{R} \cdot \frac{x}{r}$$

$$= -\frac{mg}{R} x \quad \#$$

(4) 前問(3)で求めた力は復元力の条件を満たしている。

$$F = -\frac{mg}{R} x$$

x と逆向き。
 x に比例

よって物体は単振動するといえる。運動方程式を立てると

$$ma = F$$

$$\Rightarrow -m\omega^2 x = -\frac{mg}{R} x$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$$

単振動の周期は

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$$

B → A は $\frac{1}{2}$ 周期なので

$$t = \frac{T}{2} = \pi \sqrt{\frac{R}{g}} \quad \#$$