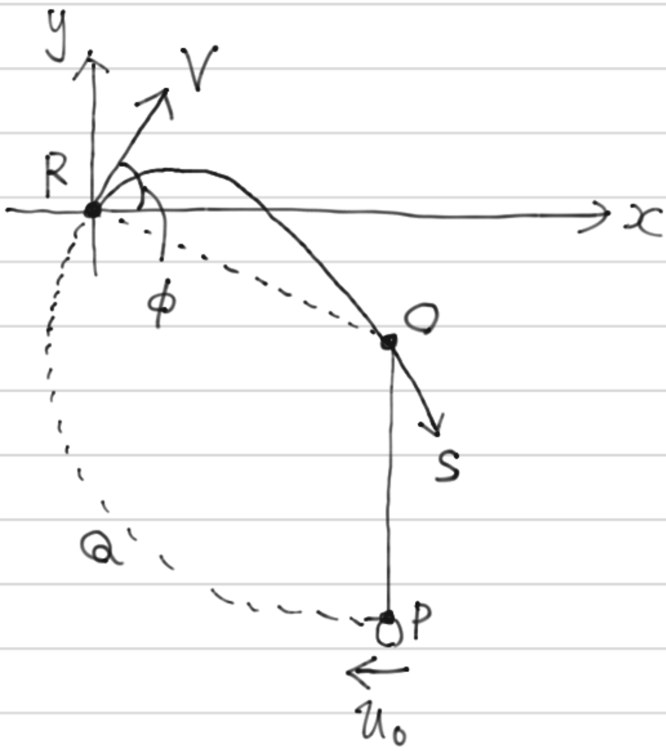
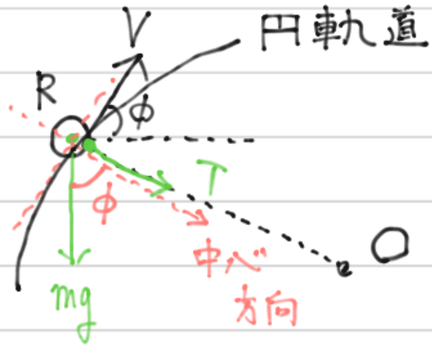
121



(1)



Rにおいて、物体にはたらく力を書くと左図のようになり中心方向への力Fは

$$F = T + mg\cos\phi$$

といえる

円運動の運動方程式より

$$m\frac{V^2}{r} = T + mg\cos\phi$$

となり、ここで糸がたるむのならば $T=0$ なので

$$m\frac{V^2}{r} = mg\cos\phi$$

$$\therefore V = \underline{\sqrt{gr\cos\phi}}$$

$\boxed{121}$ 続き

(2) 放物運動の計算をする.

$\boxed{\text{水平方向}}$ $V\cos\phi$ の等速運動

$$x = V\cos\phi \cdot t \quad \cdots ①$$

$\boxed{\text{鉛直方向}}$ 初速度 $V\sin\phi$, 加速度 $-g$ の等加速度運動

$$y = V\sin\phi \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \cdots ②$$

①より

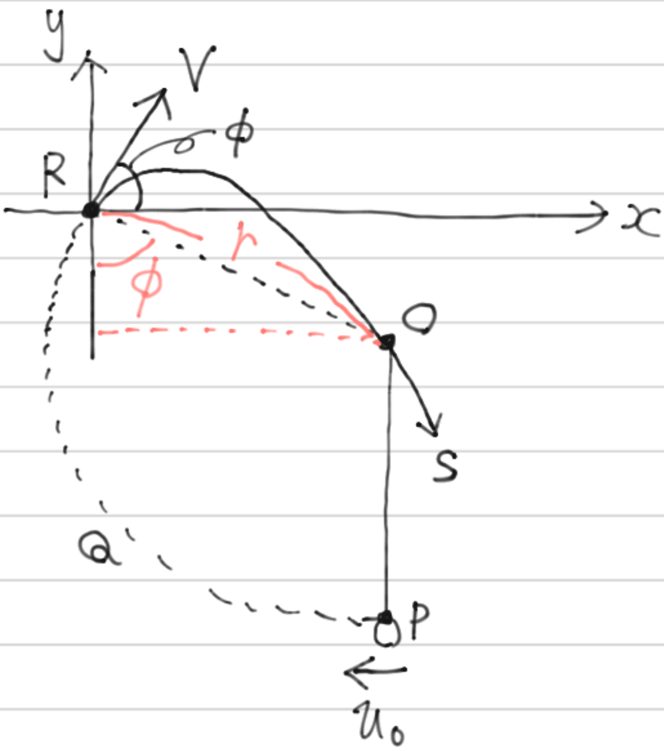
$$t = \frac{x}{V\cos\phi}$$

②に代入して

$$y = V\sin\phi \cdot \frac{x}{V\cos\phi} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{V\cos\phi}\right)^2$$

$$\Rightarrow y = x\tan\phi - \frac{g}{2V^2\cos^2\phi}x^2$$

(3)



左図より中心Oの座標は

$(r\sin\phi, -r\cos\phi)$

となる。

これを(2)で求めた軌道の式に代入する。

(1)で求めた

$$V = \sqrt{gr\cos\phi}$$

も代入して消去する。

$\boxed{121}$ (3) 続き

$$y = x\tan\phi - \frac{g}{2V^2\cos^2\phi}x^2$$

$$\Rightarrow\ -r\cos\phi = r\sin\phi\cdot\tan\phi - \frac{g}{2(\sqrt{gr\cos\phi})^2\cos^2\phi}\cdot(r\sin\phi)^2$$

$$-\cancel{r}\cos\phi = \cancel{r}\sin\phi\cdot\tan\phi - \frac{\cancel{g}r^{\cancel{2}}}{2\cancel{g}\cancel{r}\cos\phi}\tan^2\phi$$

$$-\cos\phi = \sin\phi\tan\phi - \frac{1}{2\cos\phi}\tan^2\phi$$

$$-\cos^2\phi = \sin\phi\frac{\sin\phi}{\cos\phi}\cdot\cos\phi - \frac{1}{2}\tan^2\phi$$

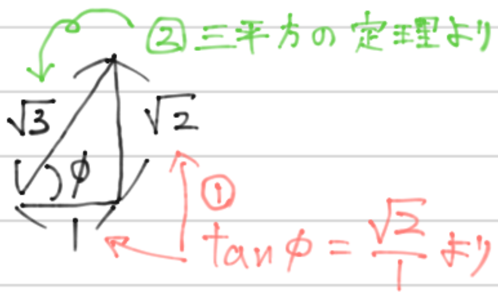
$$-\cos^2\phi = \sin^2\phi - \frac{1}{2}\tan^2\phi$$

$$\frac{1}{2}\tan^2\phi = \sin^2\phi + \cos^2\phi$$

$$\frac{1}{2}\tan^2\phi = 1$$

$$\therefore\ \tan\phi = \sqrt{2}\ /\!/$$

次に $V=\sqrt{gr\cos\phi}$ に代入するため，$\cos\phi$ を求める．



よって $\tan\phi=\sqrt{2}$ のとき

$$\cos\phi = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

代入して

$$V = \sqrt{\frac{gr}{\sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{\sqrt{3}gr}{3}}\ /\!/$$