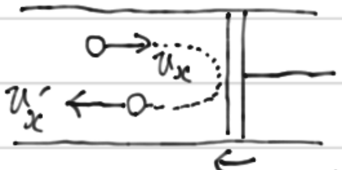
$\boxed{159}$

(イ)



v_0(衝突してもv_0が変わらないように押している)

弾性衝突なので$e=1$である。

$$e=\frac{|遠ざかる|}{|近づく|}$$

$$1=\frac{v_x'-v_0}{v_x+v_0}$$ ← ※ v_x', v_xは「速さ」なので正負の符合はつかず大きさで考えてよい

$$\therefore v_x' = \underline{v_x + 2v_0}_{\ /\!/(イ)}$$

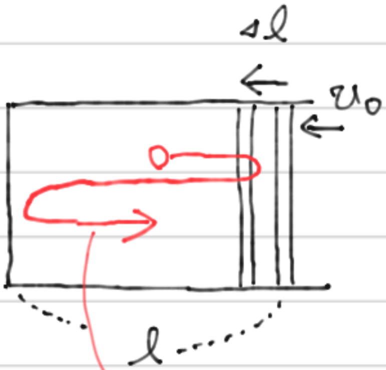
(ロ)

誘導では$v_x'^2 - v_x^2$を計算せよといっている。

$$\begin{aligned} v_x'^2 - v_x^2 &= (v_x+2v_0)^2 - v_x^2 \\ &= 4v_xv_0 + 4v_0^2 \\ &= 4v_x\left(v_0 + \frac{v_0^2}{v_x}\right) \\ &\fallingdotseq \underline{4v_xv_0}_{\ /\!/(ロ)} \quad \left(\because v_x \gg v_0 より \frac{v_0^2}{v_x} \fallingdotseq 0\right) \end{aligned}$$

159 続き

(ハ)



ほぼ $2l$ で1往復（$l \gg \Delta l$ ということから近似）

ピストンが Δl うごくのにかかる時間 Δt は

$$\Delta t = \frac{\Delta l}{v_0}$$

この間、分子の進む距離は

$$v_x \cdot \Delta t = \frac{v_x \Delta l}{v_0}$$

近似的に分子が $2l$ うごく間に分子が1回衝突するといえるので、ぶつかる回数は

$$\frac{\frac{v_x \Delta l}{v_0}}{2l} = \underline{\frac{v_x \Delta l}{2 l v_0}} \text{[回]} \quad \text{(ハ)}$$

(ニ) (ロ)より1回につき、v_x^2 が $4 v_x v_0$ 増加するとわかっているので

$$\Delta v_x^2 = 4 v_x v_0 \cdot \frac{v_x \Delta l}{2 l v_0}$$

$$= \underline{\frac{2 v_x^2 \Delta l}{l}} \quad \text{(ニ)}$$

(ホ) (ニ)の増加分が3方向にわかれて与えられるので $\overline{v_x^2}$ の増加 $\Delta(\overline{v_x^2})$ は

$$\Delta(\overline{v_x^2}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2 v_x^2 \Delta l}{l} = \underline{\frac{2 \overline{v_x^2} \Delta l}{3l}}$$

$\boxed{159}$ 続き

(ヘ) ボルツマン定数の定義より、

$$\frac{1}{2}m\overline{v_x^2} = \frac{1}{2}kT \quad (参考\ \boxed{153})$$

$$\Rightarrow \overline{v_x^2} = \frac{k}{m}T$$

これより

$$\Delta(\overline{v_x^2}) = \frac{k}{m}\Delta T$$

(ホ)の式を代入して、

$$\frac{2\overline{v_x^2}\Delta l}{3l} = \frac{k}{m}\Delta T$$

$$\Delta T = \frac{m}{k}\cdot\frac{2\overline{v_x^2}\Delta l}{3l}$$

$\overline{v_x^2} = \frac{k}{m}T$ より

$$\underline{\Delta T = \frac{2\Delta l}{3l}T}$$ //