173

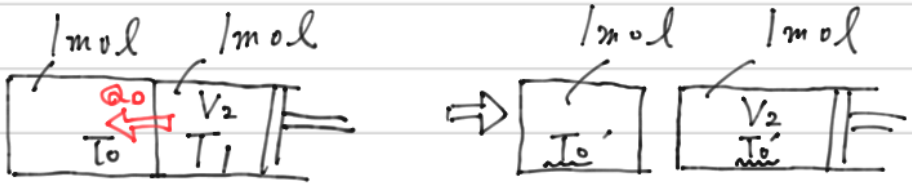
(イ) $\boxed{A \to B}$

熱力学第一法則より

$$Q_{in} = \Delta U + W_{out}$$

$$\Rightarrow Q_1 = \underbrace{0}_{\text{等温なので } \Delta U = 0} + W_1 \qquad \therefore Q_1 = \underline{W_1}_{\#}$$

(ロ)(ハ) $\boxed{B \to C}$



全体で内部エネルギーは保存する,

$U = \frac{3}{2}nRT$ を用いて立式すると.

$$\frac{3}{2}\cdot 1\cdot RT_0 + \frac{3}{2}\cdot 1\cdot RT_1 = \frac{3}{2}\cdot 1\cdot RT_0' + \frac{3}{2}\cdot 1 RT_0'$$

$$\Rightarrow T_0 + T_1 = 2T_0'$$

$$\therefore T_0' = \underline{\frac{1}{2}T_0 + \frac{1}{2}T_1}_{\#} \text{ (ロ)(ハ)}$$

(ニ) $\boxed{D \to E}$

熱力学第一法則より

$$Q_{in} = \Delta U + W_{out}$$

$$-Q_2 = 0 + (-W_2)$$

※ Q_{in} と W_{out} の正負に注意.

(Q_2: 放出した熱量 $\Rightarrow Q_{in} = -Q_2$
W_2: された仕事 $\Rightarrow W_{out} = -W_2$)

$$\therefore \underline{Q_2 = W_2}_{\#} \text{ (ニ)}$$

※ 補足

「等温変化で気体がする仕事は温度に比例する」について

- 誘導されるまま $\frac{W_2}{W_1} = \frac{T_2}{T_1}$ を用いてよい。
- なぜそういえるかは. P−Vグラフの面積で仕事をだすと分かる.

⇒ 等温ならば状態方程式で

$$PV = nRT$$ ここが一定

173 補足の続き

これより P-V グラフの式を作ると

$$P(V) = \underbrace{nRT}_{\text{定数}} \frac{1}{V} \quad (V\text{に反比例のグラフ})$$

すると P-V グラフの面積は

$$\int_{V_1}^{V_2} P(V)dV = \int_{V_1}^{V_2} nRT \frac{1}{V} dV = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV$$

$$= nRT \left[\log|V| \right]_{V_1}^{V_2}$$

となる。A→B の変化と D→E の変化で

$$\left[\log|V| \right]_{V_1}^{V_2}$$

の部分は同じなので、定数部分 nRT の大小で面積が変わる。

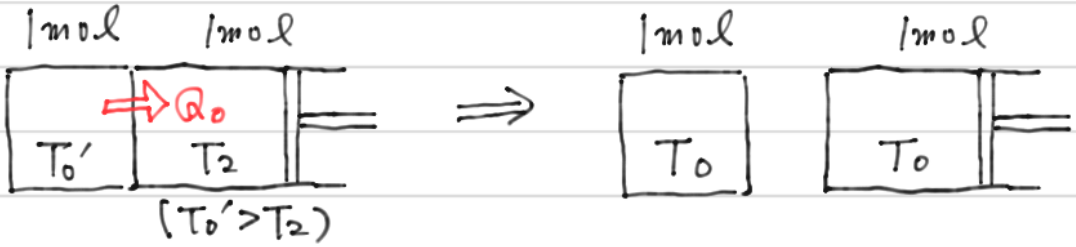
これより W は T に比例するといえる。

よって

$$T_1 : T_2 = W_1 : W_2 \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \frac{T_2}{T_1}$$ となる。

※問題を解くのにこの関係を使ってるわけではない。

(ホ)(ヘ)



※(ロ)(ハ)で容器が Q_0 うけとって $T_0 \to T_0'$ になっているので (ホ)(ヘ)で $T_0' \to T_0$ になるときは同じ量 Q_0 を放出してるのだ。

内部エネルギーの保存より

$$\frac{3}{2}\cdot 1\cdot RT_0' + \frac{3}{2}\cdot 1\cdot RT_2 = \frac{3}{2}\cdot 1\cdot RT_0 + \frac{3}{2}\cdot 1\cdot RT_0$$

$$\Rightarrow \quad T_0' + T_2 = 2T_0$$

173 (ホ)(ヘ) 続き

(ロ).(ハ)の式 $T_0' = \frac{1}{2}T_0 + \frac{1}{2}T_1$ を代入して

$$\frac{1}{2}T_0 + \frac{1}{2}T_1 + T_2 = 2T_0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{3}{2}T_0 = \frac{1}{2}T_1 + T_2$$

$$\therefore T_0 = \frac{1}{3}T_1 + \frac{2}{3}T_2$$ // (ホ).(ヘ)

(ト)

エネルギー表でシリンダーの気体の変化をまとめてみる

	Q_{in}	$=$	ΔU (値は省略)	$+$	W_{out}
F→A	$+q_2$		(+)		0
A→B	$+Q_1$		0		$+W_1$
B→C	$-Q_0$		(−)		0
C→D	$-q_1$		(−)		0
D→E	$-Q_2$		0		$-W_2$
E→F	$+Q_0$		(+)		0

ここで放出した分を　ここで再利用している。

一方で熱効率の式について。

$$e = \frac{W_{out}\text{の和}}{Q_{in}\text{の}+\text{の和}}$$

ここは外から加えられた熱をカウントしているのだが、
E→Fの $+Q_0$ は自分でだした熱なのでカウントしなくてよいのだ。

よって

$$e = \frac{W_{out}\text{の和}}{Q_{in}\text{の}+\text{の和}} = \frac{W_1 - W_2}{+q_2 + Q_1}$$

$+Q_0$ はカウントしない。

となるのである。

$\boxed{173}$ (ト)続き

$$e = \frac{W_1 - W_2}{+q_2 + Q_1}$$ の 〰 は使えない文字なので消していく.

(イ).(ニ) より

$$W_1 = Q_1 \quad , \quad W_2 = Q_2$$

C_Vを使うと $\Delta U = n C_V \Delta T$ なので, $\boxed{F \to A}$ の熱力学第一法則より

$$Q_{in} = \Delta U + W_{out}$$

$$\Rightarrow \quad q_2 = 1 \cdot C_V (T_1 - T_0) + 0$$

eの式にこれらを 代入して

$$e = \frac{Q_1 - Q_2}{C_V (T_1 - T_0) + Q_1}$$

ここで(ホ)(ヘ)の式より $T_0 = \frac{1}{3} T_1 + \frac{2}{3} T_2$ なので

$$e = \frac{Q_1 - Q_2}{C_V \left\{ T_1 - \left(\frac{1}{3} T_1 + \frac{2}{3} T_2 \right) \right\} + Q_1}$$

$$= \frac{Q_1 - Q_2}{\frac{2}{3} C_V (T_1 - T_2) + Q_1} \quad // \text{(ト)}$$