176 ポアソンの式…断熱変化のときのみ,成立する式.

主に変化後のPやTをだすのに使う.

$$\underline{PV^{\gamma} = (一定)}$$ 基本の形 (γ…比熱比のこと.定義:$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$)

$\Downarrow$ 状態方程式より $PV = nRT \Rightarrow P = \frac{T}{V}nR$ より

$$\frac{T}{V}nR \cdot V^{\gamma} = (一定)$$

$\Downarrow$

$$TV^{\gamma-1} = \frac{(一定)}{nR}$$

$\Downarrow$ nが定数なら

$$\underline{TV^{\gamma-1} = (一定)}$$ TとVの形

今回は.ポアソンの式を導く問題である.(必須事項ではないので.無理せず)

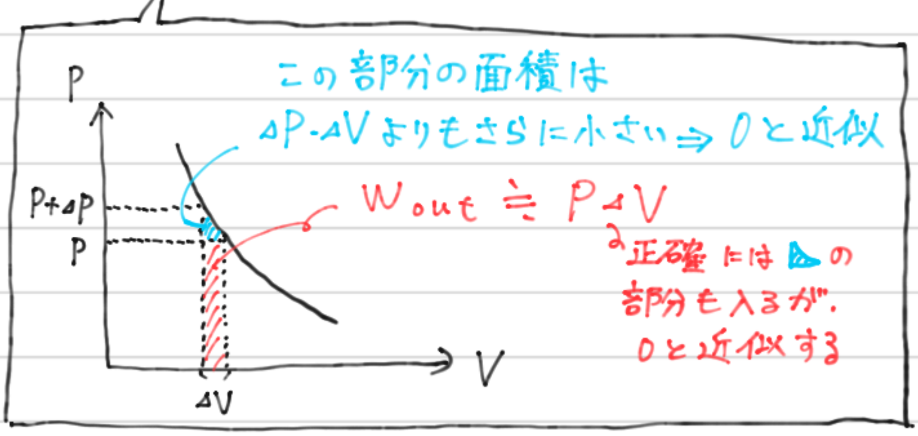
(導入)

断熱的にΔP.ΔV.ΔTの変化があったとき.

熱力学第一法則より

$$0 = nC_v\Delta T + P\Delta V$$

$\Delta U = nC_v\Delta T$ より　グラフの面積より



$$P\Delta V = -nC_v\Delta T$$

一方,状態方程式より

$$PV = nRT$$

$\boxed{176}$（導入）続き

$\boxed{17}$ ⑦ 割って

$$\frac{P\Delta V}{PV} = \frac{-nC_V\Delta T}{nRT}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = -\frac{C_V}{R}\frac{\Delta T}{T}$$

$$\therefore \frac{\Delta T}{T} = -\frac{R}{C_V}\frac{\Delta V}{V}$$

これを積分すると

$$\int \frac{dT}{T} = \int -\frac{R}{C_V}\frac{dV}{V}$$

$$\Rightarrow \log T = -\frac{R}{C_V}\log V + C \quad (C:\text{積分定数}) \cdots ①$$

(イ) ところで、マイヤーの関係式 $C_p = C_V + R$ を C_V で割ると

$$\frac{C_p}{C_V} = \frac{C_V}{C_V} + \frac{R}{C_V}$$

$$\Rightarrow \frac{C_p}{C_V} = \underline{1 + \frac{R}{C_V}}_{\,/\!/\,(イ)} \quad (= \gamma)$$

(ロ) これより

$$\frac{R}{C_V} = \underline{\gamma - 1}_{\,/\!/\,(ロ)}$$

(ハ) これを①に代入して

$$\log T = -(\gamma - 1)\log V + C$$

$$\Rightarrow \log T + (\gamma - 1)\log V = C$$

$$\Rightarrow \log T + \underline{(\gamma - 1)\log V}_{\,/\!/\,(ハ)} = (\text{一定})$$

Cは定数なので

(ニ) $$\Rightarrow \log T + \log V^{\gamma-1} = (\text{一定})$$

$$\Rightarrow \log \underline{(T \cdot V^{\gamma-1})}_{\,/\!/\,(ニ)} = (\text{一定})$$

(ホ) $\therefore \underline{TV^{\gamma-1}}_{\,/\!/\,(ホ)} = (\text{一定})$