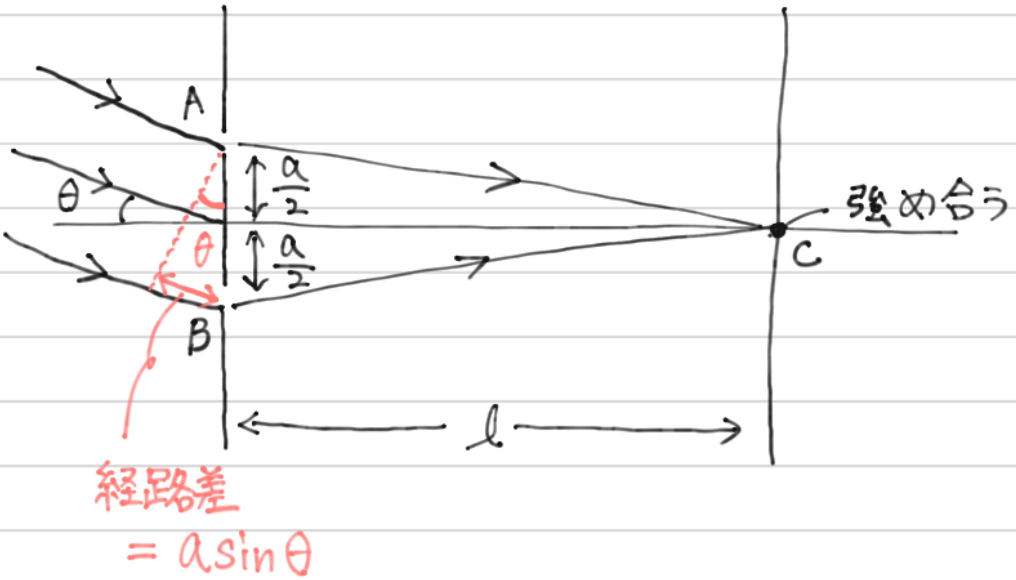
$\boxed{213}$ ヤングの干渉と同様の実験である。



(1) 干渉の条件は

$\boxed{強め合う}$

経路差が位相 2π分で同位相で重なってる ということ。

(経路差) = (半波長) × (偶数)

$\Rightarrow\ a\sin\theta_n = \frac{\lambda}{2} \times 2n \qquad (n = 0, 1, 2 \cdots)$

$\Rightarrow\ a\sin\theta_n = n\lambda$

$\downarrow$

$\lambda = \dfrac{a\sin\theta_n}{n}$ // (イ)

ここで

$0 < \theta < 90^\circ$ なので

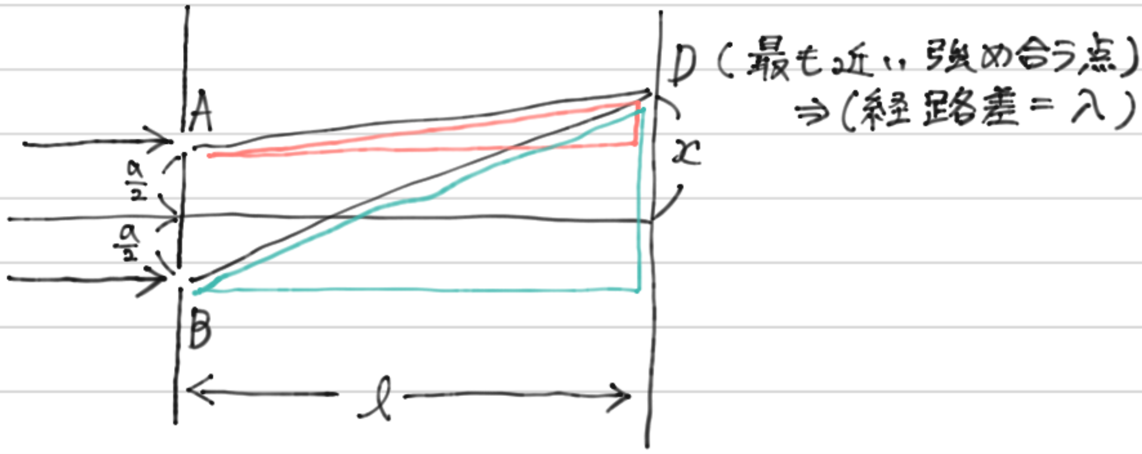
$\dfrac{a\sin 0^\circ}{n} < \lambda < \dfrac{a\sin 90^\circ}{n}$

$0 < \lambda < \dfrac{a}{n}$

$\therefore\ 0 < n < \dfrac{a}{\lambda}$ // (ロ)

$\boxed{213}$ 続き

(2)



(ハ) 経路差は $\overline{BD}-\overline{AD}$ で求まり、これが λ なので

$$\lambda = \overline{BD}-\overline{AD}$$

$$= \sqrt{l^2+\left(x+\frac{a}{2}\right)^2} - \sqrt{l^2+\left(x-\frac{a}{2}\right)^2}$$

(ニ) $\overline{BD}$ について

$$\overline{BD} = \sqrt{l^2+\left(x+\frac{a}{2}\right)^2}$$

$\sqrt{1+a}$ の形を目指し、$\sqrt{l^2}$ を外にだす

$$= l\sqrt{1+\frac{\left(x+\frac{a}{2}\right)^2}{l^2}}$$

問題文にある近似を行う。

$$= l\left\{1+\frac{\left(x+\frac{a}{2}\right)^2}{l^2}\right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\fallingdotseq l\left\{1+\frac{1}{2}\cdot\frac{\left(x+\frac{a}{2}\right)^2}{l^2}\right\}$$

$$= l+\frac{\left(x+\frac{a}{2}\right)^2}{2l}$$

$\boxed{213}$ (2) 続き

同様に $\overline{AD}$ を近似して

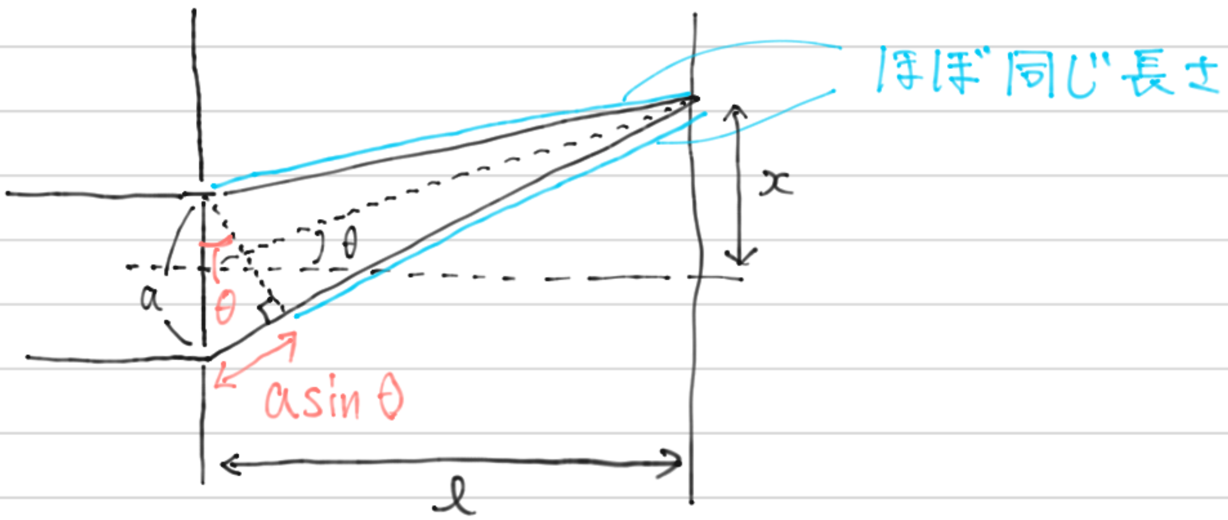
$$\overline{AD} = \sqrt{l^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2}$$
$$\fallingdotseq l + \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2}{2l}$$

(ハ)の式に代入して

$$\lambda = \overline{BD} - \overline{AD}$$
$$= l + \frac{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2}{2l} - \left\{ l + \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2}{2} \right\}$$
$$= \underbrace{\frac{a}{l}x}_{(ニ)}$$

ヤングの実験と同じ
現象が音波でも起こるのだ

$\boxed{\text{別解}}$ (ニ) 経路差は下図の $a\sin\theta$ の部分ともいえる.



ここで $\sin\theta \fallingdotseq \tan\theta$ と近似すると.

$$\sin\theta \fallingdotseq \tan\theta = \frac{x}{l}$$

となるので経路差は

$$(\text{経路差}) = a\sin\theta = \underbrace{\frac{a}{l}x}_{(ニ)}$$