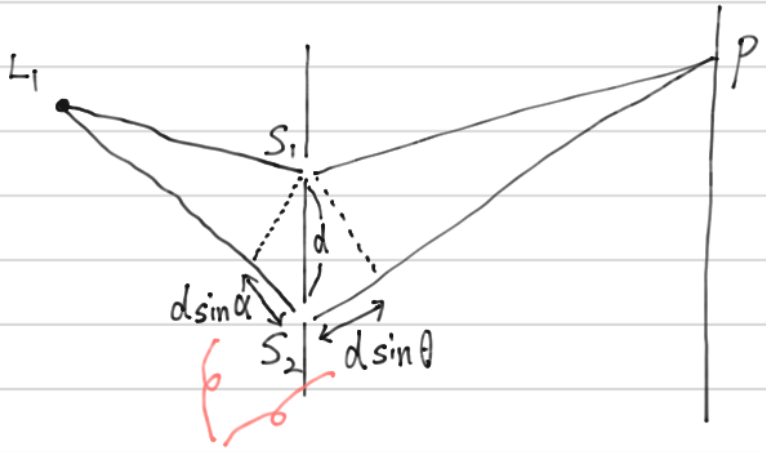
$\boxed{250}$

(イ) 図1



ここの分 $\overline{L_1S_2P}$ の方が長い

よって

$$\overline{L_1S_2P} - \overline{L_1S_1P} = d\sin\theta + d\sin\alpha$$
$$\fallingdotseq d\theta + d\alpha$$
$$= \underline{(\theta+\alpha)d}_{\#} \quad (イ)$$

(ロ) S_1を通る経路より光路長が$(\theta+\alpha)d$長いので

$$y_1 = A\sin\omega t$$

の式より時間が$\dfrac{(\theta+\alpha)d}{c}$おくれている式にすればよい

$$y_2 = A\sin\omega\left\{t - \frac{(\theta+\alpha)d}{c}\right\}$$
$$= A\sin\left\{\omega t - \frac{\omega(\theta+\alpha)d}{c}\right\}$$

$\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, $Tc = \lambda$ より

$$= \underline{A\sin\left\{\omega t - 2\pi\frac{(\theta+\alpha)d}{\lambda}\right\}}_{\#} \quad (ロ)$$

※ 元々の解説では、位相差を $2\pi\dfrac{(光路差)}{\lambda} = 2\pi\dfrac{(\theta+\alpha)d}{\lambda}$ と求めてそれを式に組み込む形で求めている。

$\boxed{250}$ 続き

(ハ)(ニ)

y_1 と y_2 を合成する。問題文で与えられている公式を用いて、

$$y_1+y_2 = A\sin\underbrace{\omega t}_{x} + A\sin\underbrace{\left\{\omega t - 2\pi\frac{(\theta+\alpha)d}{\lambda}\right\}}_{y}$$

$$= 2A\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$= 2A\sin\frac{2\omega t - 2\pi\frac{(\theta+\alpha)d}{\lambda}}{2}\cos\frac{2\pi\frac{(\theta+\alpha)d}{\lambda}}{2}$$

$$= \underbrace{2A\cos\pi\frac{(\theta+\alpha)d}{\lambda}}_{\text{tを含まない項}}\sin\left\{\omega t - \pi\frac{(\theta+\alpha)d}{\lambda}\right\}$$

(振幅項)

問題文に、光の強度Iは振幅の2乗に比例し

$I = kA^2$ となる、とあるので

$$I_1 = k\cdot\left\{2A\cos\pi\frac{(\theta+\alpha)d}{\lambda}\right\}^2$$

$$= 4kA^2\cos^2\pi\frac{(\theta+\alpha)d}{\lambda}$$

ここで問題文の $\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$ を用いて

$$I_1 = 4kA^2\frac{1+\cos 2\pi\frac{(\theta+\alpha)d}{\lambda}}{2}$$

$$= \underbrace{2kA^2}_{B_{(ハ)}}\left\{1+\cos\underbrace{2\pi\frac{(\theta+\alpha)d}{\lambda}}_{\beta_{(ニ)}}\right\}$$

$\boxed{250}$ 続き

(ホ)(ヘ)(ト)

問題文の誘導に従うと、$\alpha \to -\alpha$ として、

$$I_2 = 2kA^2\left\{1+\cos 2\pi\frac{(\theta-\alpha)d}{\lambda}\right\}$$

よって

$$I = I_1 + I_2$$

$$= 2kA^2\left\{1+\cos 2\pi\frac{(\theta+\alpha)d}{\lambda}\right\} + 2kA^2\left\{1+\cos 2\pi\frac{(\theta-\alpha)d}{\lambda}\right\}$$

$$= 2kA^2\left\{2+\cos\underbrace{2\pi\frac{(\theta+\alpha)d}{\lambda}}_{x} + \cos\underbrace{2\pi\frac{(\theta-\alpha)d}{\lambda}}_{y}\right\}$$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cdot\cos\frac{x-y}{2}$ を用いて

$$I = 2kA^2\left(2+2\cos 2\pi\frac{\theta d}{\lambda}\cdot\cos 2\pi\frac{\alpha d}{\lambda}\right)$$

$$I = \underbrace{4kA^2}_{C\,(ホ)}\left(1+\cos\underbrace{2\pi\frac{\theta d}{\lambda}}_{\gamma\,(ヘ)}\cdot\cos\underbrace{2\pi\frac{\alpha d}{\lambda}}_{\delta\,(ト)}\right)$$

(チ) コントラスト $V = \left|\frac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}}\right|$ が1に近い程はっきり見える。について。

$V = \left|\frac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}}\right|$ は I_{max} と I_{min} の差が激しい程1に近づく

例えば $I_{max}=40$, $I_{min}=10$ とすると、

$$V = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$$

これに対し、$I_{max}=190$, $I_{min}=10$ とすると

$$V = \frac{180}{200} = \frac{9}{10}$$

といった感じ。

$\boxed{250}$ (チ) 続き

θを変数として、I_{max}, I_{min}を考えると、

I_{max}は $\cos 2\pi \frac{\theta d}{\lambda}$ が1のときで

I_{min}は $\cos 2\pi \frac{\theta d}{\lambda}$ が-1のときなので、

$$I_{max} = 4kA^2\left(1+\cos 2\pi \frac{\alpha d}{\lambda}\right)$$

$$I_{min} = 4kA^2\left(1-\cos 2\pi \frac{\alpha d}{\lambda}\right)$$

Vの式に代入すると

$$V = \left|\frac{4kA^2\left(1+\cos 2\pi \frac{\alpha d}{\lambda}\right) - 4kA^2\left(1-\cos 2\pi \frac{\alpha d}{\lambda}\right)}{4kA^2\left(1+\cos 2\pi \frac{\alpha d}{\lambda}\right) + 4kA^2\left(1-\cos 2\pi \frac{\alpha d}{\lambda}\right)}\right|$$

$$= \left|\frac{4kA^2\left(2\cos 2\pi \frac{\alpha d}{\lambda}\right)}{8kA^2}\right|$$

$$= \underline{\left|\cos 2\pi \frac{\alpha d}{\lambda}\right|}_{//(チ)}$$

(リ) $d = d$のとき $V=1$ という条件から、

$$\pm 1 = \cos 2\pi \frac{\alpha d}{\lambda} \qquad \therefore 2\pi \frac{\alpha d}{\lambda} = n\pi \cdots ①$$

$d = d+\Delta d$のとき $V=0$ という条件から

$$0 = \cos 2\pi \frac{\alpha(d+\Delta d)}{\lambda} \qquad \therefore 2\pi \frac{\alpha(d+\Delta d)}{\lambda} = \left(n+\frac{1}{2}\right)\pi \cdots ②$$

② − ①より

$$2\pi \frac{\alpha \Delta d}{\lambda} = \frac{1}{2}\pi$$

$$2\alpha = \underline{\frac{\lambda}{2\Delta d}}_{//(リ)}$$