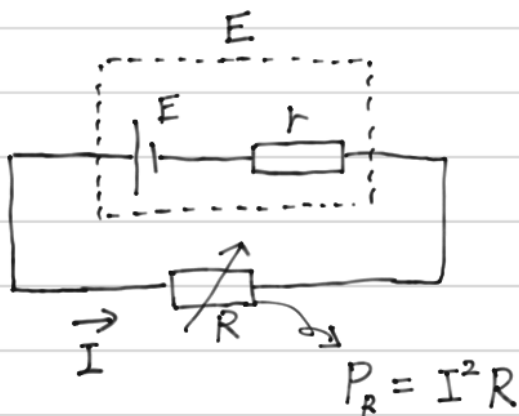


292 物理で相加・相乗平均の関係式 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ を使うのはこの問題と熱の超マイナーな問題の2つ。
292 は寧ろ典型問題なのでおさえおえろ。



Iがいくらか考える。

キルヒホッフ則りより

$$E = \underbrace{IR}_{V_R} + \underbrace{Ir}_{V_r} \quad \therefore I = \frac{E}{R+r}$$

(合成抵抗の公式を使ってよい)

よって

$$P_R = I^2 R = \left(\frac{E}{R+r}\right)^2 R = \frac{R}{(R+r)^2} E^2 = \frac{R}{R^2 + 2Rr + r^2} E^2 = \frac{1}{\underbrace{R}_{a} + 2r + \underbrace{\frac{r^2}{R}}_b} E^2$$

Rの関数部分. $a+b$ が最小と存るときに P_R が最大といえる. ここで相加相乗平均の関係より

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Rightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab}$$

となり $a+b$ の最小値は $2\sqrt{ab}$ といえるのだ。

(※ ここで $a+b=2\sqrt{ab}$ と存るのは $a=b$ のときということから)
 $R = \frac{r^2}{R} \therefore R=r$ と求めてもよい. 今回はいらない.)

292 続き.

よって

$$P_R = \frac{1}{a+2r+b} E^2 \Rightarrow P_{\max} = \frac{1}{2\sqrt{ab}+2r} E^2$$

a+bの最小値は $2\sqrt{ab}$

$$= \frac{1}{2\sqrt{R \cdot \frac{r^2}{R}} + 2r} E^2$$

$$= \frac{1}{2r+2r} E^2 = \frac{E^2}{4r}$$

※これは体系物理の解答の別解にあたる。でも入試本番でこの計算を落ちついて行うのはきびしい。数学の力を使って解こう。

$$P = \frac{1}{R+2r+\frac{r^2}{R}} E^2$$

$R + \frac{r^2}{R}$ の最小値を求めたい。

$$f(R) = R + \frac{r^2}{R} \text{ として}$$

$$f'(R) = 1 - r^2 R^{-2} = 1 - \frac{r^2}{R^2}$$

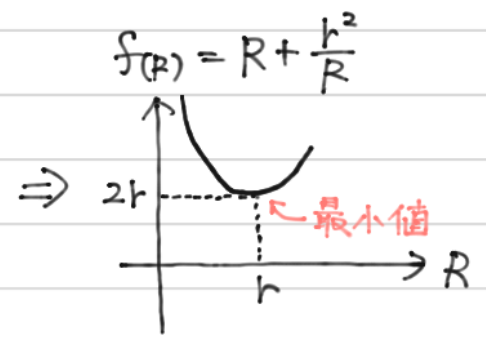
$f'(R) = 0$ と存するのは

$$R = r, -r$$

のときである。増減表を書くと

R > 0 なので無視

R	...	-r	...	0	...	r	...
f'(R)	+	0	-	/	-	0	+
f(R)	∞	∞	∞	∞		2r	



292 続き

$R + \frac{r^2}{R}$ が最小値をとるのが $R=r$ のときとわかったので

$$P_R = \frac{1}{R + 2r + \frac{r^2}{R}} E^2 \Rightarrow P_{\text{Max}} = \frac{1}{r + 2r + \frac{r^2}{r}} E^2$$
$$= \frac{1}{4r} E^2 \quad \#$$

※ 体系物理の模範解答にあるような

$$P = \frac{E^2}{R + 2r + \frac{r^2}{R}}$$
$$= \frac{E^2}{\left(\sqrt{R} - \frac{r}{\sqrt{R}}\right)^2 + 4r}$$

という変形と、これによるグラフの作図は通常しないので無視しよう。

相加相乗平均か 増減表を使うのが一般的です。