$\boxed{347}$

問題文で与えられている式

$$v = i_0\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}\ \sin(\omega t+\alpha)$$

を自分で導けるようになっておこう。

直列接続では電流が共通なので、電流をベースに考える。

$i = i_0 \sin\omega t$ とおいて、各素子の電圧を求める。

$\boxed{v_R}$

$V=RI$ より

$$v_R = Ri_0\sin\omega t$$

$\boxed{v_L}$

リアクタンスを用いて、v_L の最大値 v_{L0} を求めると、

$V=XI$ より

$$v_{L0} = \omega L\cdot i_0$$

電流の位相 (ωt) が電圧の位相より $\frac{\pi}{2}$ おくれているので、

逆にいうと電圧の位相が $\frac{\pi}{2}$ すすんでいるといえる。

これより v_L を立式すると、

$$v_L = v_{L0}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$$
$$= \omega L i_0\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$$

$\boxed{v_C}$

リアクタンスを用いて v_C の最大値 v_{C0} を求めると

$V=XI$ より

$$v_{C0} = \frac{1}{\omega C}i_0$$

電流の位相 (ωt) が電圧の位相より $\frac{\pi}{2}$ すすんでいるので

逆にいうと電圧の位相が $\frac{\pi}{2}$ おくれているといえる。

これより v_C を立式すると、

$$v_C = v_{C0}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$$
$$= \frac{1}{\omega C}i_0\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$$

347 続き

キルヒホッフ第2法則の式

$$v = v_R + v_L + v_C$$

に代入すると.

$$v = Ri_0 \sin\omega t + \omega L i_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{\omega C} i_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

ベクトル図を用いて合成すると

$$v = i_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \sin(\omega t + \alpha)$$ となる。

※ベクトル図を用いず. 三角関数の合成をしてもよい。

(イ)

求めた v の式から. 最大値を読みとると

$$v_0 = \underline{i_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \text{ // (イ)}$$

(ロ)

(イ)の式を変形して

$$i_0 = \underline{\frac{v_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}} \text{ // (ロ)}$$

(ハ)

$v_0 = \sqrt{2} V_e$, $i_0 = \sqrt{2} I_e$ を代入して

$$\sqrt{2} I_e = \frac{\sqrt{2} V_e}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$\therefore I_e = \underline{\frac{V_e}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}} \text{ // (ハ)}$$

(ニ)

オームの法則の R にインピーダンス Z を代入すると

$I = \dfrac{V$}{Z}$ (ハ)式とくらべて $Z = \underline{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$ // (ニ)

347 続き

(ホ)

コイルとコンデンサーでの消費電力は0なので、

抵抗での消費電力のみ考えればよい。

$$P_e = \underline{I_e^2 R}_{\,/\!/} \text{(ホ)}$$

(ヘ)

インピーダンス Z が最も小さくなるとき、I_e が最大となる。

Z が最も小さくなるのは

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$$

となるときである。

これを解いて

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \underline{\frac{1}{\sqrt{LC}}}_{\,/\!/} \text{(ヘ)}$$

(ト)

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{\frac{2\pi}{\omega_0}}$$

$$= \frac{\omega_0}{2\pi}$$

$$= \underline{\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}_{\,/\!/} \text{(ト)}$$