

384

問題文の式を1つずつ追いかけて、理解を進めよう。

$$-\Delta N = \lambda N \Delta t \dots \textcircled{1}$$

この式を変形して、

$$\frac{\Delta N}{N} = -\lambda \Delta t$$

両辺を積分して

$$\int \frac{dN}{N} = \int -\lambda dt$$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{N} dN = -\lambda \int dt$$

$$\therefore \log N = -\lambda t + C \dots \textcircled{2} \quad (C \text{ は積分定数})$$

$t=0$ のとき $N=N_0$ なので

$$C = \log N_0$$

②式を書き直すと

$$\log N = -\lambda t + \log N_0$$

\log をとると

$$\log N - \log N_0 = -\lambda t$$

$$\Rightarrow \log \frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

$\frac{N}{N_0} > 0$ であるから

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

$$\therefore N = \underline{N_0 e^{-\lambda t}} \quad \# (1)$$

384 続き

(ロ)

$t = T$ で $N = \frac{1}{2} N_0 \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \frac{1}{2}$ になっているということなので

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} \quad \text{に代入すると}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda T} \quad \#(ロ)$$

(ハ)

両辺の自然対数をとって

$$\log \frac{1}{2} = \log e^{-\lambda T}$$

$$\Rightarrow \log 2^{-1} = -\lambda T \log e$$

$$\Rightarrow -\log 2 = -\lambda T$$

$$\therefore T = \frac{\log 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda} \quad \#(ハ)$$

(ニ)

単位時間 (1 [cs]) に崩壊する個数は $-\frac{\Delta N}{\Delta t}$ といえる。

①式を変形すると

$$-\frac{\Delta N}{\Delta t} = \lambda N \quad \#(ニ) \quad \text{これが I である。}$$