

399

(1)

光子のエネルギー E は

$$E = h\nu$$

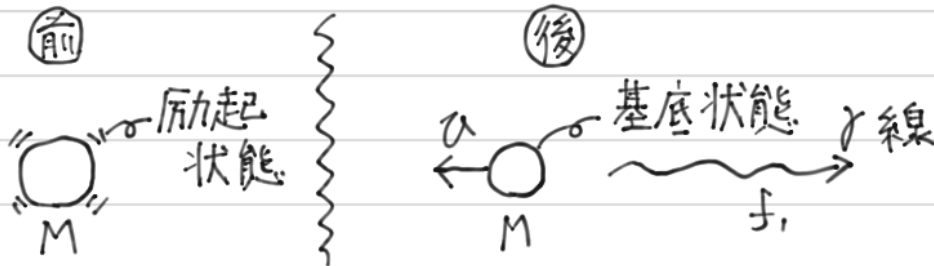
$$= hf_0$$

これが「エネルギー」準位の差 E と等しいので

$$E = hf_0$$

$$\therefore f_0 = \frac{E}{h}$$

(2)



運動量の保存より

$$0 = -Mv + \frac{hf_1}{c} \dots \textcircled{1}$$

光子の運動量は

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}$$

エネルギー保存より

$$E = \frac{1}{2}Mv^2 + hf_1 \dots \textcircled{2}$$

エネルギー準位の差分が

光子のみでなく、運動エネルギーにもなっているイメージ

①より $v = \frac{hf_1}{Mc}$, これを②に代入して

$$E = \frac{1}{2}M\left(\frac{hf_1}{Mc}\right)^2 + hf_1$$

$$0 = \frac{h^2}{2Mc^2} f_1^2 + hf_1 - E$$

$$0 = h^2 f_1^2 + 2Mc^2 hf_1 - 2Mc^2 E$$

2次関数の解の公式より,

$$f_1 = \frac{-2Mc^2 h \pm \sqrt{(2Mc^2 h)^2 - 4 \cdot h^2 (-2Mc^2 E)}}{2h^2}$$

399 (2) 続き

$$f_1 = \frac{-2Mc^2h \pm \sqrt{4M^2c^4h^2 + 8Mc^2Eh^2}}{2h^2}$$

$$f_1 = \frac{-Mc^2 \pm \sqrt{M^2c^4 + 2Mc^2E}}{h}$$

$f_1 > 0$ のとき

$$f_1 = \frac{-Mc^2 + \sqrt{M^2c^4 + 2Mc^2E}}{h}$$

$$= \frac{-Mc^2 + Mc^2 \sqrt{1 + \frac{2E}{Mc^2}}}{h}$$

いっそもっと細かい
近似と取る。

$$\approx \frac{-Mc^2 + Mc^2 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2E}{Mc^2} - \frac{1}{8} \left(\frac{2E}{Mc^2} \right)^2 \right\}}{h}$$

$$= \frac{E - \frac{E^2}{2Mc^2}}{h}$$

$$= \frac{E}{h} \left(1 - \frac{E}{2Mc^2} \right)$$