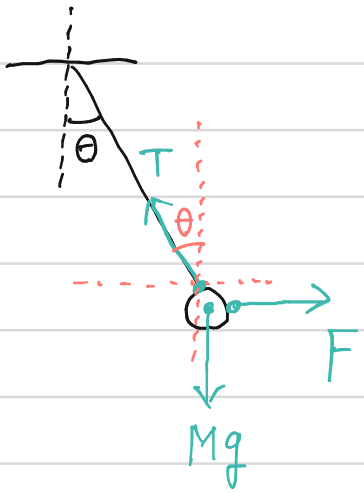
19　力の問題は
「力を書く」→「立式」
の流れ、これをしないことはない。

(イ)(ロ)



力のつりあい

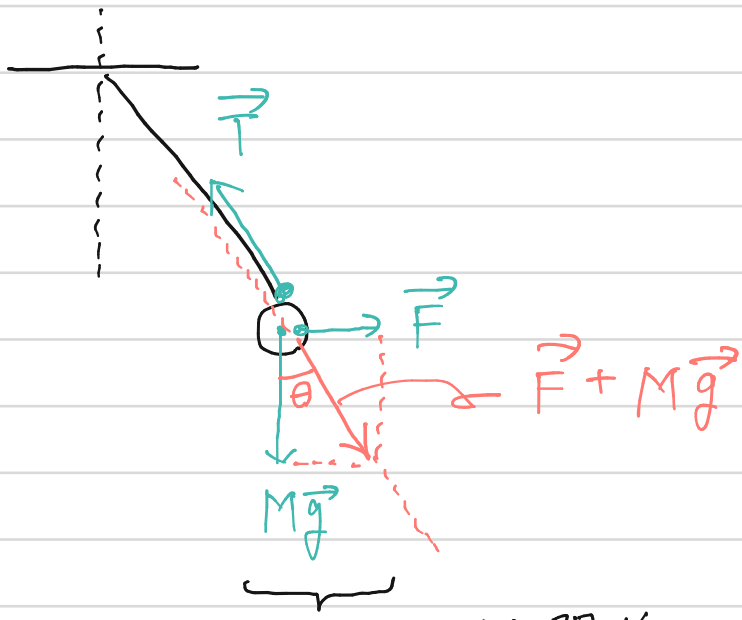
鉛直　$T\cos\theta = Mg$ …①

水平　$T\sin\theta = F$ …②

①より $T = \dfrac{Mg}{\cos\theta}$ (ロ)

②に代入して $F = Mg\tan\theta$ (イ)

別解　$(\vec{F} + M\vec{g})$ が $\vec{T}$ と同じ作用線上にならないとつりあわないことから、



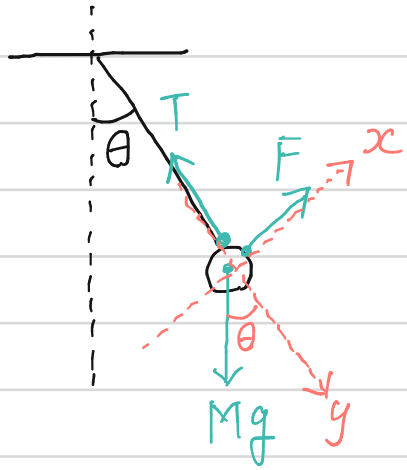
ここの図形的関係より

$|M\vec{g}|\tan\theta = |\vec{F}|$

$\therefore F = Mg\tan\theta$ (イ)

19 続き

(ハ)(ニ)



つりあいの式

$\boxed{x}$ $F = Mg\sin\theta$ …(ハ)

$\boxed{y}$ $T = Mg\cos\theta$ …(ニ)

重要

つりあいのとき、軸をどの向きにとっても、力はつりあう

↳ 分解する力が少なくなるように軸をとった。

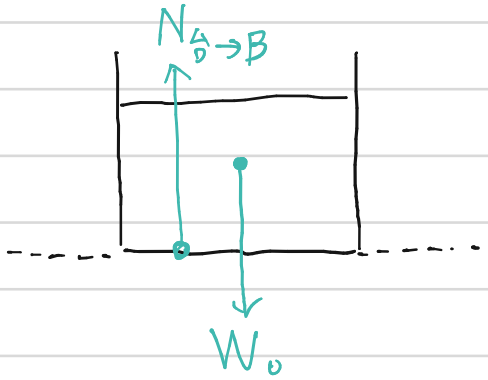
※ 鉛直・水平に軸をとっても解くことはできる。

20 力を書きだすときは個別に書きだす.

物体をA, (水+容器)をBとする

(図1)

(Bに着目)



つりあいより

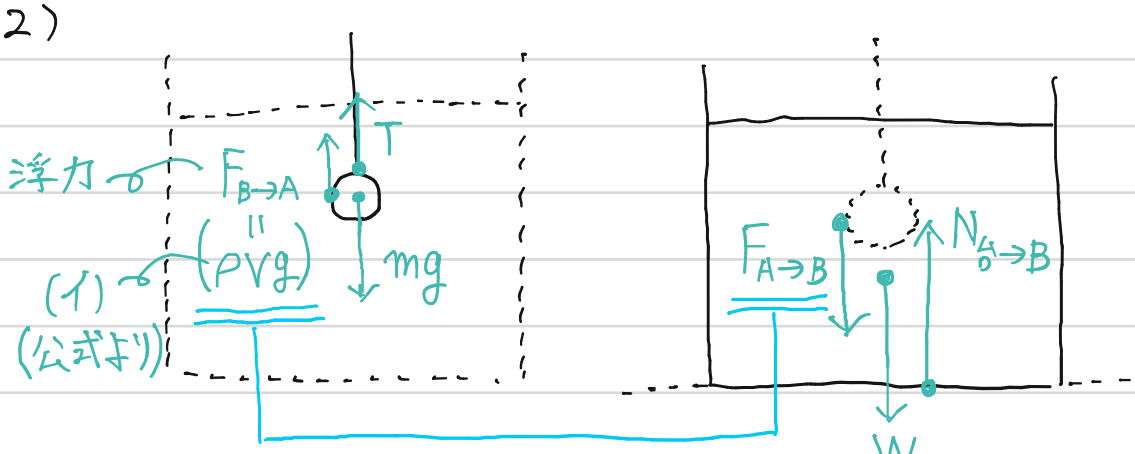
$N_{台\to B} = W_0$

はかりはこの値を表示する.

(イ)(ロ)(ハ)

(図2)

(Aに着目)　　(Bに着目)



作用・反作用の関係.

よって $F_{A\to B} = \rho V g$

つりあいの式をたてる

A　$T + \rho V g = mg \Rightarrow T = mg - \rho V g$ (ロ)

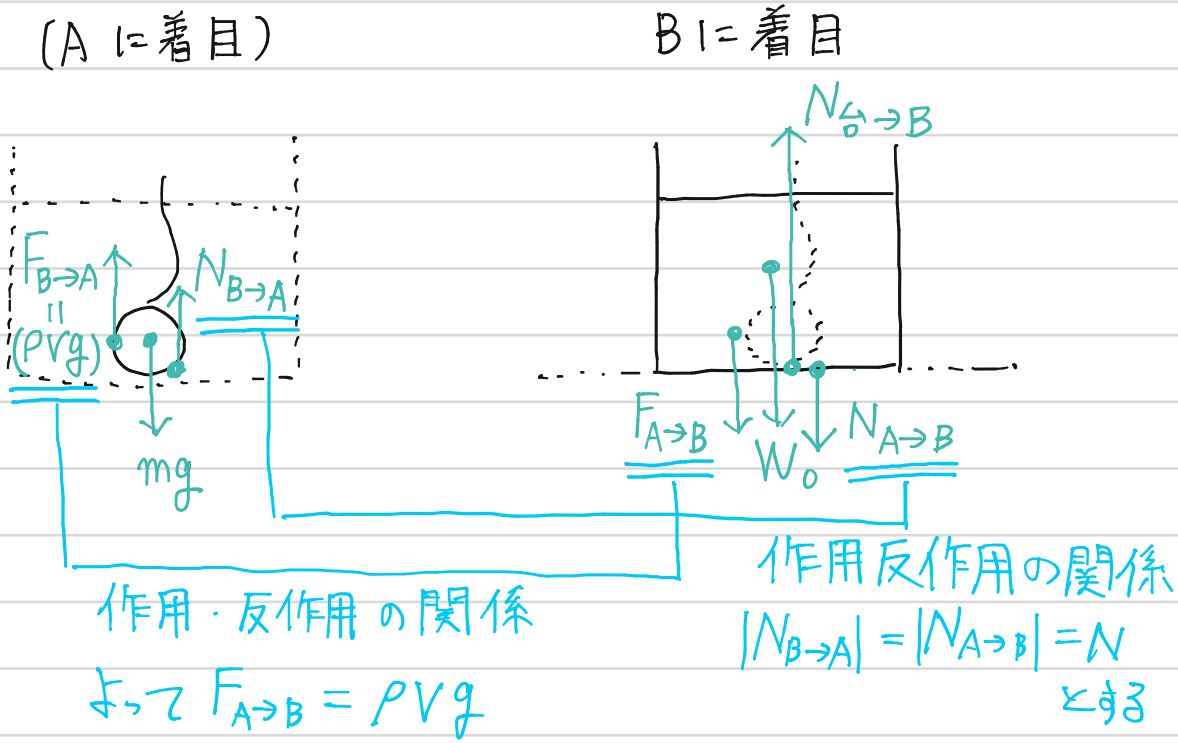
B　$N_{台\to B} = F_{A\to B} + W_0 \Rightarrow N_{台\to B} = \rho V g + W_0$ (ハ)

はかりの値

20 続き

(二)

(図3)



つりあいの式をたてる

A　$\rho Vg + N_{B\to A} = mg \Rightarrow \rho Vg + N = mg$ … ①

B　$N_{台\to B} = F_{A\to B} + W_0 + N_{A\to B} \Rightarrow N_{台\to B} = \rho Vg + W_0 + N$ … ②

①より $N = mg - \rho Vg$

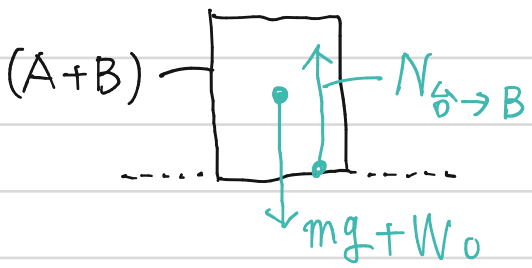
②に代入して

$$N_{台\to B} = \rho Vg + W_0 + mg - \rho Vg$$

$$\therefore N_{台\to B} = \underline{mg + W_0} \quad (二)$$

別解

AとBを1つの系として考えると

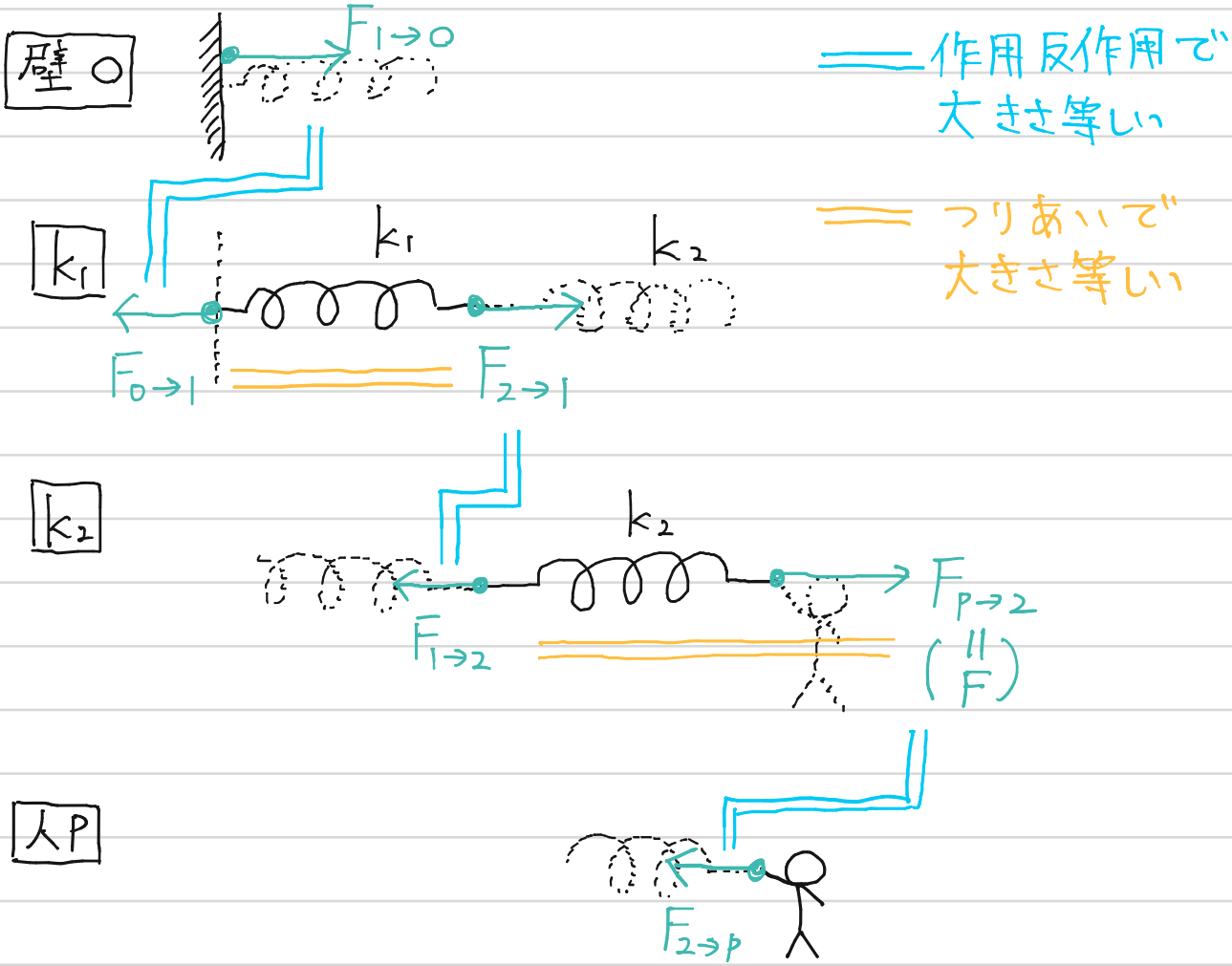


つりあいより

$$N_{台\to B} = \underline{mg + W_0} \quad (二)$$

21 壁を0、k_1を1、k_2を2、人をPとする

(1) 個別に力を見出だす。



上図のように力を追跡すると書いた力は全てF($F_{P\to 2}$)の大きさとわかる。

(a) フックの法則で求まるのはばねの弾性力なので

$\boxed{k_1の力}$ $F_{1\to 2}$ や $F_{1\to 0}$ $\Rightarrow k_1x_1$

$\boxed{k_2の力}$ $F_{2\to 1}$ や $F_{2\to P}$ $\Rightarrow k_2x_2$ と書ける。

$|F_{1\to 2}|=|F_{2\to 1}|=F$ なので

$k_1x_1=F$

$\Rightarrow x_1=\frac{F}{k_1}$ …①

$k_2x_2=F$

$x_2=\frac{F}{k_2}$ …②

21 (1) (a) 続き

また、$x_1 + x_2 = x$ であり、①,②を代入して、

$$\frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} = x \qquad \therefore x = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right) F$$

(b) 合成ばね定数を K とすると

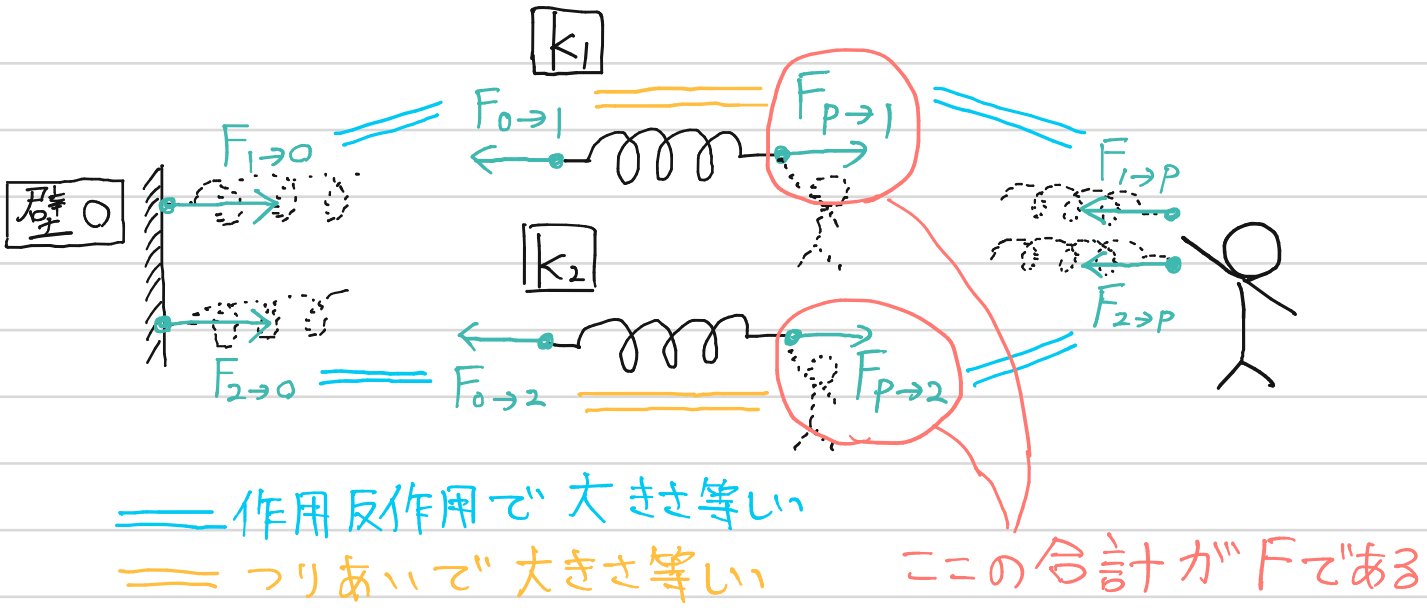
$$F = Kx$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{K} F$$

前問(a)の答えとくらべて

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

(2) 個別に力を見出だす



フックの法則より

$$F_{1\to p} = k_1 x \qquad F_{2\to p} = k_2 x$$

また、作用反作用の関係より、

$$|F_{p\to 1}| = |F_{1\to p}| \quad , \quad |F_{p\to 2}| = |F_{2\to p}|$$

といえるので $F_{p\to 1} = k_1 x$, $F_{p\to 2} = k_2 x$ といえる

$\boxed{21}$ (2) (a) 続き.

題意より

$$F_{p\to1} + F_{p\to2} = F$$

なので これに代入して

$$k_1 x + k_2 x = F$$

$$\therefore\ x = \frac{1}{k_1+k_2} F$$

(b) 合成ばね定数を K とすると

$$F = Kx$$

$$\Rightarrow\ x = \frac{1}{K} F$$

前問 (a) の答えと比べて

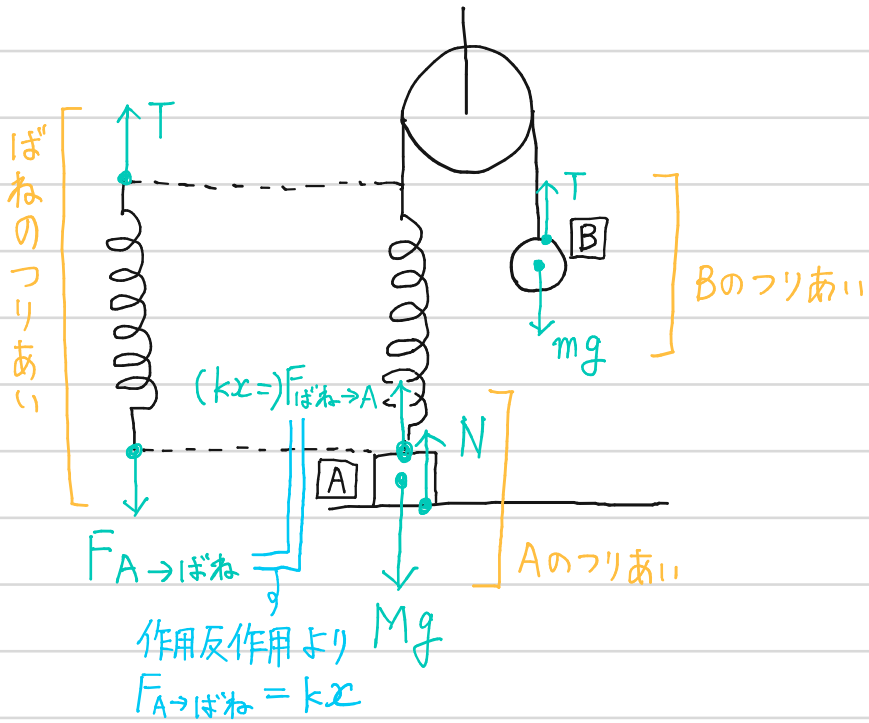
$$K = k_1 + k_2$$

合成ばね定数は公式として暗記しておく.

直列ばね $\frac{1}{K} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \cdots\cdots$ ← K は小さくなる

並列ばね $K = k_1 + k_2 + \cdots\cdots$ ← K は大きくなる

22



つりあいの式

A　$kx + N = Mg$ …①

B　$T = mg$ …②

ばね　$T = F_{A\to ばね} \Rightarrow T = kx$ …③

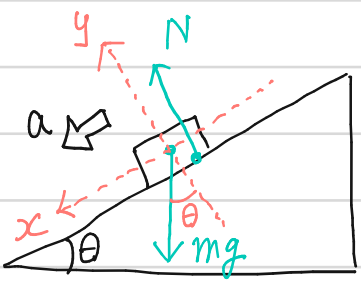
(1)　②, ③より

$mg = kx$ …④　　$\therefore x = \dfrac{mg}{k}$ //

(2)　①, ④より

$mg + N = Mg$　　$\therefore N = (M-m)g$ //

23



x方向は 運動方程式

$ma = mg\sin\theta$ …①

y方向は つりあい

$N = mg\cos\theta$ …②

(1) aについて

①より

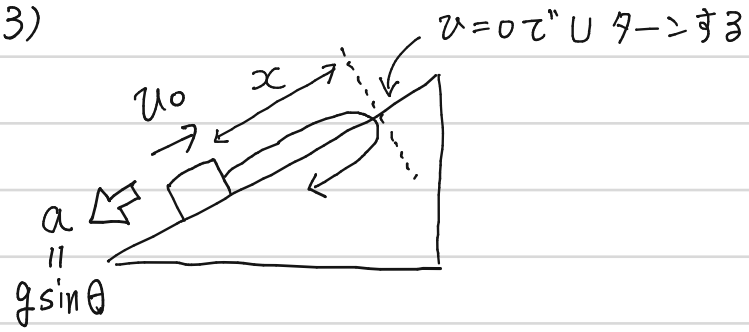
$a = g\sin\theta$

(2) $v^2 - v_0^2 = 2ax$ より

$v^2 - 0 = 2g\sin\theta \cdot s$

$\therefore\ v = \sqrt{2gs\sin\theta}$

(3)

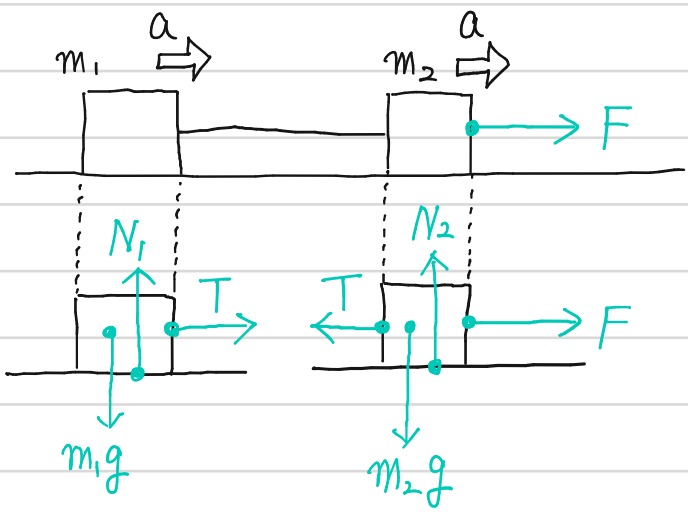


$v^2 - v_0^2 = 2ax$ より

$0 - v_0^2 = 2(-g\sin\theta)\cdot x$

$\therefore\ x = \dfrac{v_0^2}{2g\sin\theta}$

$\boxed{24}$



$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$\begin{cases} N_1 = m_1 g \\ m_1 a = T \cdots ① \end{cases} \qquad \begin{cases} N_2 = m_2 g \\ m_2 a = F - T \cdots ② \end{cases}$$

※問の中で使わないが鉛直のつりあいの式をたてた。習慣にしよう。

①＋②でTを消去

$$\begin{array}{rl} & m_1 a = T \\ +) & m_2 a = F - T \\ \hline & (m_1 + m_2) a = F \end{array}$$

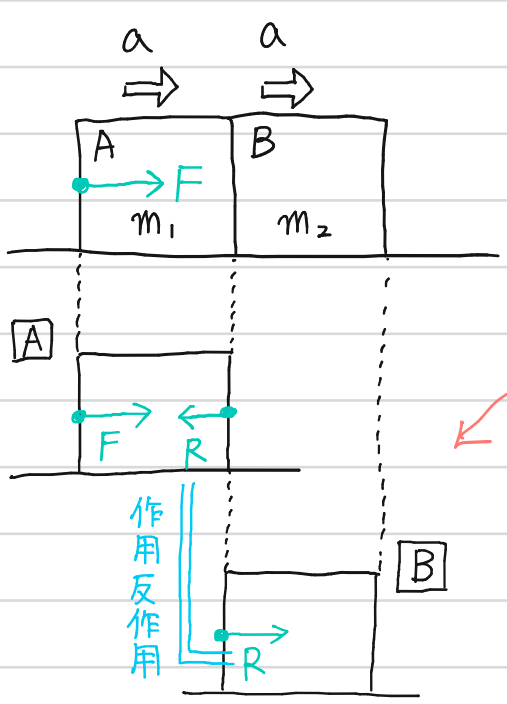
$$\therefore\ a = \frac{F}{m_1 + m_2}$$

①に代入

$$m_1 \cdot \frac{F}{m_1 + m_2} = T$$

$$\therefore\ T = \frac{m_1}{m_1 + m_2} F$$

25



このように個別に力を書きだすことを大切にしよう.

※ 鉛直方向の力は省略した.

運動方程式をたてると

A　$m_1 a = F - R$ …①

B　$m_2 a = R$ …②

①+②でRを消去

$$\begin{array}{rl} & m_1 a = F - R \\ +) & m_2 a = R \\ \hline & (m_1 + m_2) a = F \end{array}$$

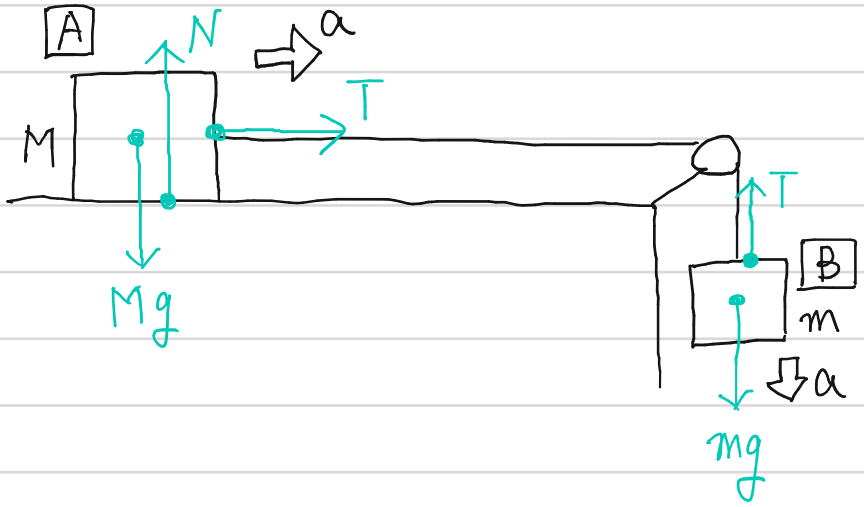
$$\therefore a = \frac{F}{m_1 + m_2}$$

②に代入して

$$m_2 \cdot \frac{F}{m_1 + m_2} = R$$

$$\therefore R = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F$$

26



(1)

A について

鉛直はつりあい : $N = Mg$

水平は $ma = F$: $Ma = T$ … ①

B について

鉛直は $ma = F$: $ma = mg - T$ … ②

①＋②で T を消去

$$\begin{array}{rl} & Ma = T \\ +) & ma = mg - T \\ \hline & (m+M)a = mg \end{array}$$

$$\therefore a = \frac{m}{m+M} g$$

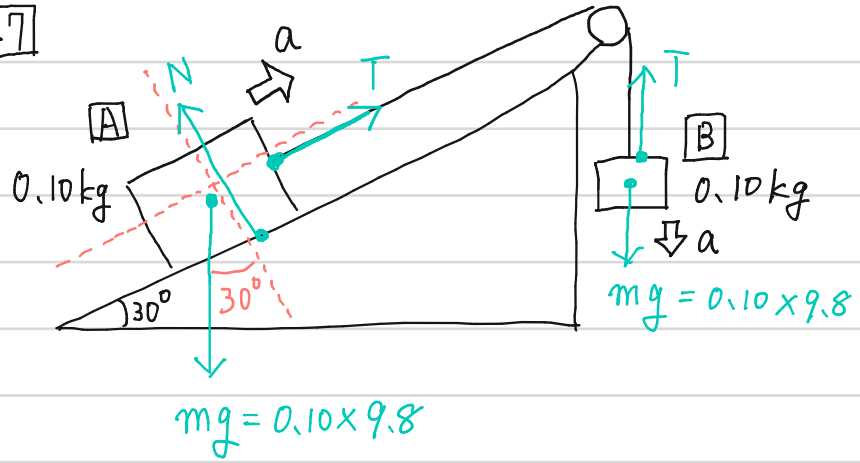
①に代入して

$$M \cdot \frac{m}{m+M} g = T \qquad \therefore T = \frac{mM}{m+M} g$$

(2) m がどんなに小さくても動きだす.

$m > 0$

27



A について

斜面に垂直はつりあい

$N = mg\cos 30^\circ$ ← 「$N=mg$」とまちがえる人が多いので気をつける.

斜面に平行は $ma=F$

$ma = T - mg\sin 30^\circ$

$\Rightarrow 0.10a = T - 0.10\cdot 9.8\cdot \frac{1}{2}$

$\Rightarrow 0.10a = T - 0.49 \cdots ①$

B について

鉛直方向は $ma=F$

$ma = mg - T$

$\Rightarrow 0.10a = 0.10\cdot 9.8 - T$

$\Rightarrow 0.10a = 0.98 - T \cdots ②$

①＋②でTを消去

$$\begin{array}{rl} & 0.10a = T - 0.49 \\ +) & 0.10a = 0.98 - T \\ \hline & 0.20a = 0.49 \end{array}$$

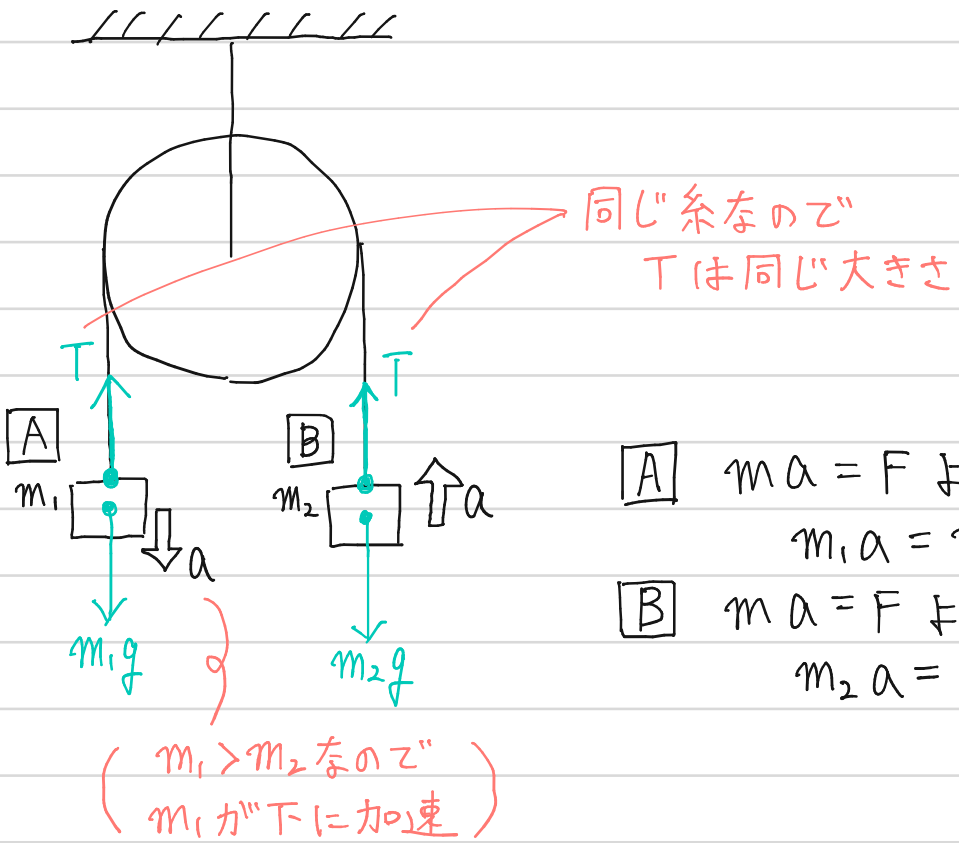
$\therefore a = 2.45 \fallingdotseq \underline{2.5\ \mathrm{m/s^2}}$

②に代入して

$0.10\cdot 2.5 = 0.98 - T$

$\therefore T = 0.735 \fallingdotseq \underline{0.74\ \mathrm{N}}$

28



A　$ma = F$ より

$$m_1 a = m_1 g - T \quad \cdots ①$$

B　$ma = F$ より

$$m_2 a = T - m_2 g \quad \cdots ②$$

①＋②でTを消去

$$\begin{array}{rl} & m_1 a = m_1 g - T \\ +) & m_2 a = T - m_2 g \\ \hline & (m_1 + m_2) a = m_1 g - m_2 g \end{array}$$

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g$$

①にaを代入して

$$m_1 \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \right) = m_1 g - T$$

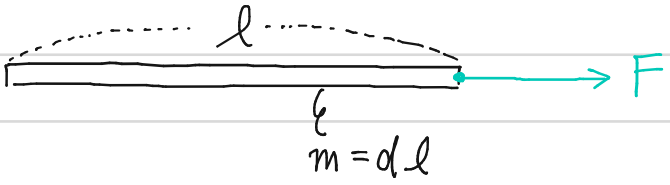
$$T = m_1 g - m_1 \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) g$$

$$= m_1 g \left(1 - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) = m_1 g \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2} - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)$$

$$= m_1 g \left(\frac{2 m_2}{m_1 + m_2} \right) = \frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

$\boxed{29}$

(1)

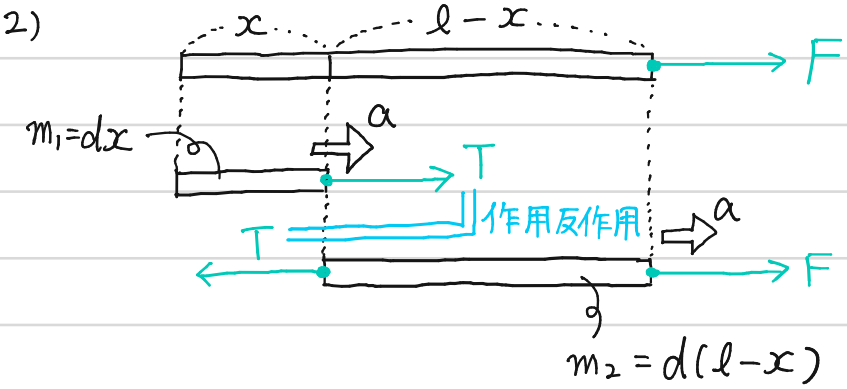


$ma = F$ より

$$dl\,a = F$$

$$a = \frac{F}{dl}$$

(2)



$\boxed{m_1}$ $ma = F$ より

$$m_1 a = T$$

$$\Rightarrow dx \cdot \frac{F}{dl} = T \quad \cdots ①$$

$\boxed{m_2}$ $ma = F$ より

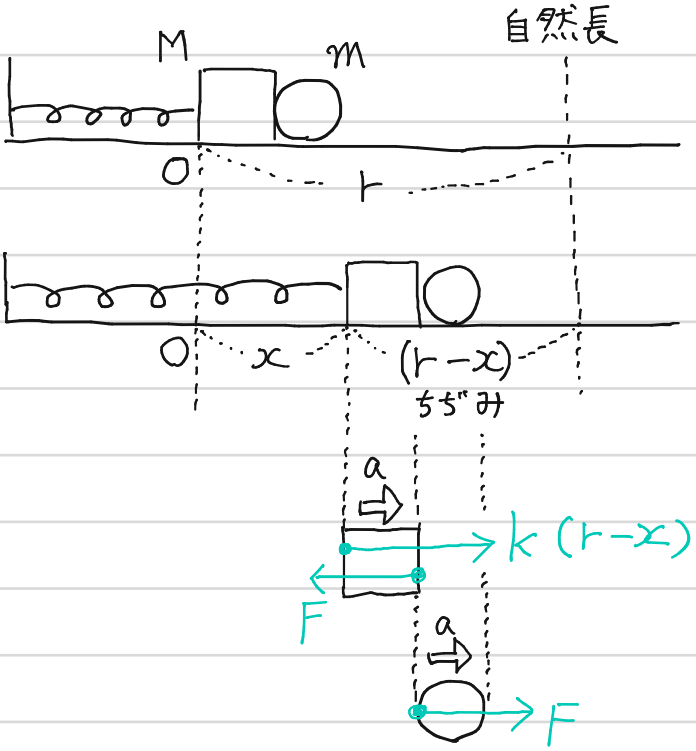
$$m_2 a = F - T$$

$$\Rightarrow d(l-x) \cdot \frac{F}{dl} = F - T$$ ← 今回は使わなかった式

①より

$$T = \frac{x}{l} F$$ ← 引っぱってる側の端に近い程、張力が大きいということ。

30



(1) $\boxed{M}$ $Ma = k(r-x) - F$ …①

$\boxed{m}$ $ma = F$ …②

(2) ①＋②でFを消去

$$\begin{array}{rl} & Ma = k(r-x) - F \\ +) & ma = F \\ \hline & (M+m)a = k(r-x) \end{array}$$

$$\therefore a = \frac{k(r-x)}{m+M}$$

②に代入して

$$F = \frac{m}{m+M}k(r-x)$$

(3) 前問(2)で求めたFが0になるときのxを求める.

$$0 = \frac{m}{m+M}k(r-x)$$

$\therefore x = r$ ← 自然長の位置で離れるとわかる。

31

Point　摩擦の思考法

最初に　すべってるか、すべってないかを見極める

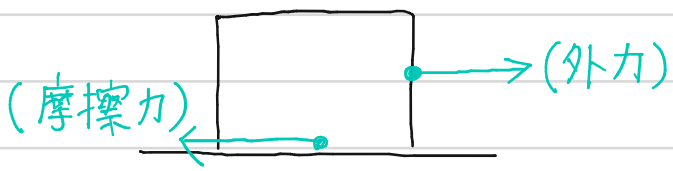
すべってない

静止摩擦力
⇓
大きさの公式はないので
Rとおく
⇓
つりあいや $ma=F$ で
Rが求まる

動摩擦力
⇓
大きさは公式
$R=\mu N$ で一定

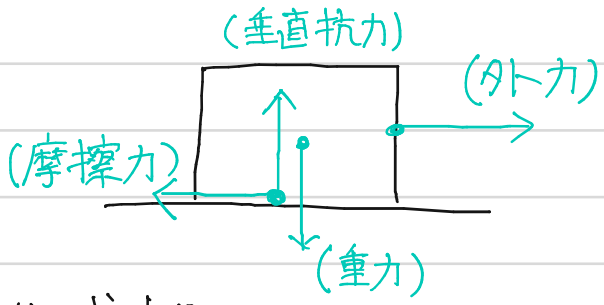
※ すべりだすギリギリのときのみ
$R_0=\mu_0 N$ が成立する

すべってないとき



つりあいより
(摩擦力)=(外力)

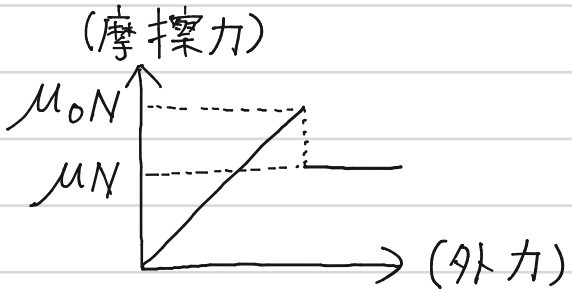
すべってるとき



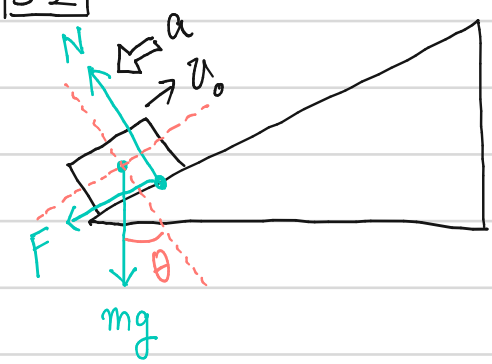
公式より
(摩擦力)=μ×(垂直抗力)

※うごきだすギリのときのみ $\mu_0 N$

グラフにすると



32



斜面垂直はつりあい

$N = mg\cos\theta$ …①

斜面平行は $ma = F$

$ma = f + mg\sin\theta$ …②

(1) 動摩擦力の公式より

$f = \mu N$

①の $N = mg\cos\theta$ を代入して

$f = \mu mg\cos\theta$

②に代入して

$ma = \mu mg\cos\theta + mg\sin\theta$

$\therefore a = (\mu\cos\theta + \sin\theta)g$

$v = 0$ となるとき最高点なので $v = v_0 + at$ より

$0 = v_0 - (\mu\cos\theta + \sin\theta)g \cdot t$

$$\therefore t = \frac{v_0}{(\mu\cos\theta + \sin\theta)g}$$

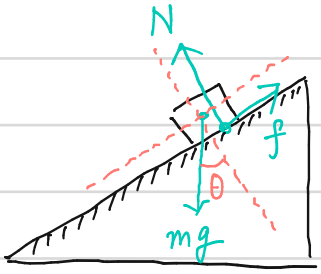
(2) $v^2 - v_0^2 = 2ax$ より

$0 - v_0^2 = 2 \cdot \{-(\mu\cos\theta + \sin\theta)g\}x$

$$\therefore x = \frac{v_0^2}{2(\mu\cos\theta + \sin\theta)g}$$

$\boxed{32}$ 続き

(3) 最高点で一瞬静止したときを考える



垂直はつりあい

$$N = mg\cos\theta$$

平行もつりあい

$$\underbrace{f = mg\sin\theta}$$

ここで $mg\sin\theta$ が f の限界値より大きいと動きだす.

f の限界値 f_0 は公式 $f_0 = \mu_0 N$ より

$$f_0 = \mu_0 mg\cos\theta$$

よって条件は

$$f_0 < mg\sin\theta$$

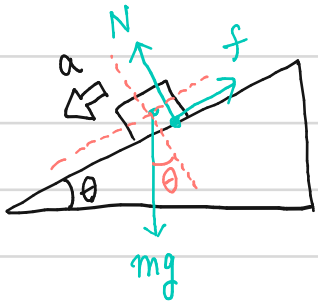
$$\Rightarrow \mu_0 mg\cos\theta < mg\sin\theta$$

$$\therefore \underline{\mu_0 < \frac{\sin\theta}{\cos\theta}} \quad (\mu_0 = \tan\theta)$$

この角度を臨界角という

32 続き

(4) すべりおりるときは摩擦の向きが変わることに注意する.



垂直はつりあい

$N = mg\cos\theta$ …③

平行は $ma = F$

$ma = mg\sin\theta - f$ …④

動摩擦力の公式より

$f = \mu N$

③の $N = mg\cos\theta$ を代入

$f = \mu mg\cos\theta$

④に代入して

$ma = mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta$

$a = (\sin\theta - \mu\cos\theta)g$

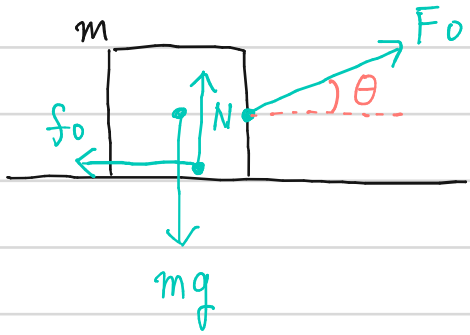
l[m] 降下したときの速さ v を考える

$v^2 - v_0^2 = 2ax$ より

$v^2 - 0^2 = 2(\sin\theta - \mu\cos\theta)g$

$\therefore v = \sqrt{2(\sin\theta - \mu\cos\theta)g}$ //

$\boxed{33}$ ギリすべりだす ⇒ まだすべってない，すべりだす直前



鉛直のつりあい

$$N + F_0 \sin\theta = mg \cdots ①$$

水平のつりあい

$$F_0 \cos\theta = f_0 \cdots ②$$

ギリすべりだす時なので $f_0 = \mu_0 N$ が成立する

①より $N = mg - F\sin\theta$ なので

$$f_0 = \mu_0 (mg - F_0 \sin\theta)$$

②に代入して

$$F_0 \cos\theta = \mu_0 (mg - F_0 \sin\theta)$$

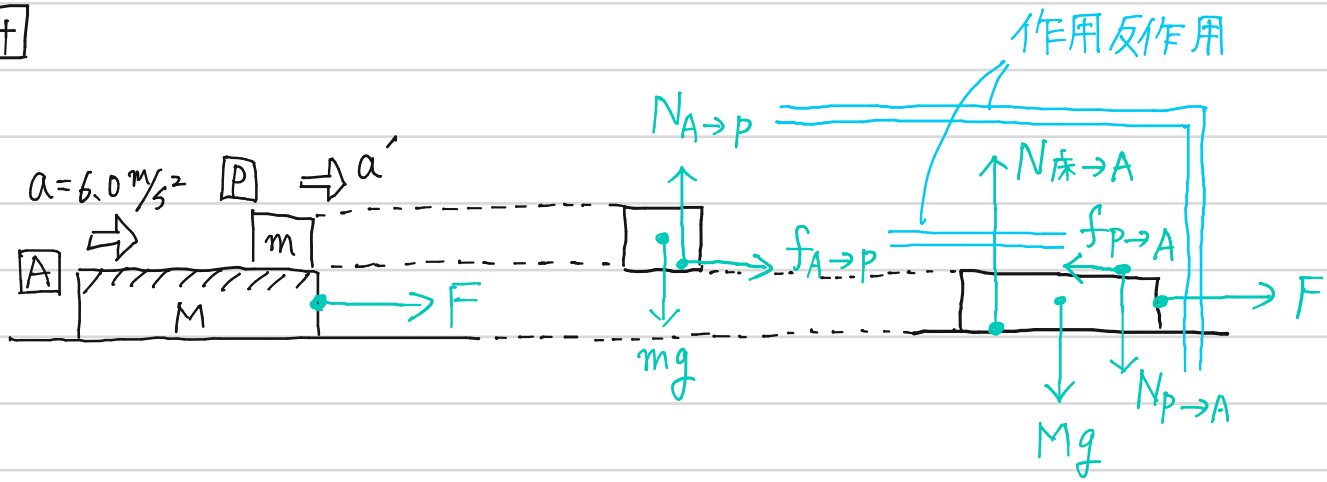
F_0 について解いて

$$F_0 \cos\theta = \mu_0 mg - \mu_0 F_0 \sin\theta$$

$$\Rightarrow \quad F_0 (\cos\theta + \mu_0 \sin\theta) = \mu_0 mg$$

$$\therefore \quad F_0 = \frac{\mu_0 mg}{\cos\theta + \mu_0 \sin\theta} \quad //$$

34



いきなり問題に入る前に力の式を丁寧にたてる習慣をつけよう.

P 鉛直：つりあい

$N_{A\to P} = mg$ …①

水平：$ma = F$

$ma' = f_{A\to P}$ …②

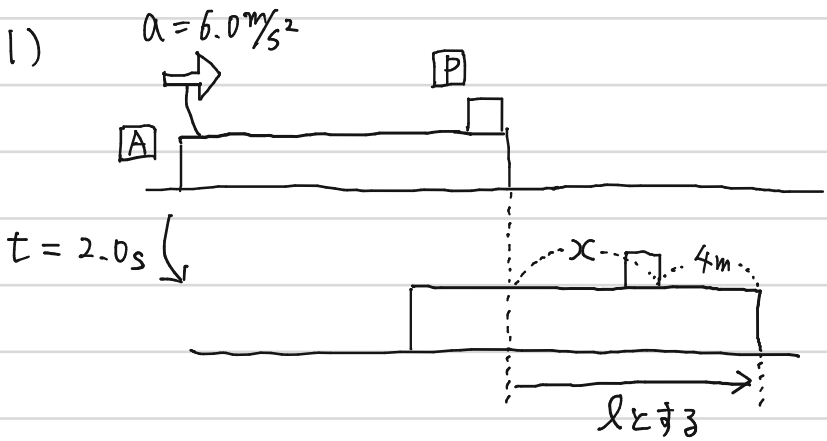
Q 鉛直：つりあい

$N_{床\to A} = N_{P\to A} + Mg$

水平：$ma = F$

$Ma = F - f_{P\to A}$ $(a = 6.0\,m/s^2)$

(1)



Aに着目

$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ より

$l = 0 + \frac{1}{2}\cdot 6.0\cdot 2.0^2$

$l = 12\,m$

ここで $x = l - 4$ なので

$x = 12 - 4$

$x = 8.0\,m$

34 続き

(2) Pは 2.0 秒で 8.0m 移動しているので

$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ より

$8 = 0 + \frac{1}{2} \cdot a' \cdot 2.0^2$

$\therefore a' = 4.0 \ m/s^2$

② に代入して

$m \cdot 4.0 = f_{A \to P}$

動摩擦力の公式 $f' = \mu N$ より

$f_{A \to P} = \mu \cdot N_{A \to P}$

① より $N_{A \to P} = mg$ なので

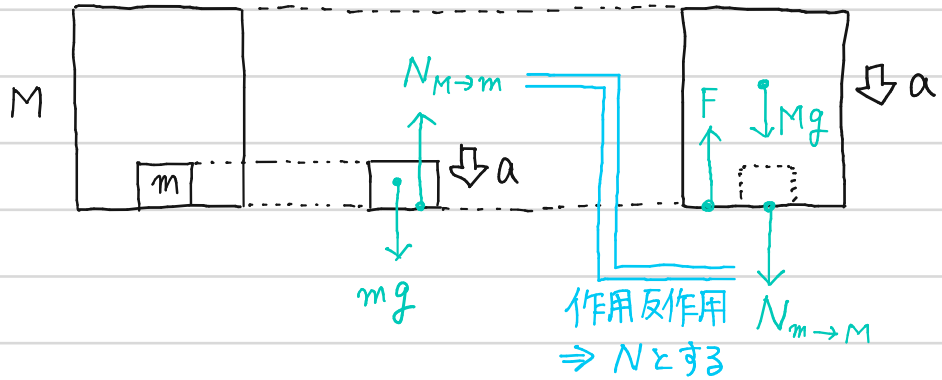
$f_{A \to P} = \mu mg$

$\Rightarrow m \cdot 4.0 = \mu mg$

$\therefore \mu = \frac{4.0}{g} = \frac{4.0}{9.8} = 0.408\cdots \fallingdotseq \underline{0.41}$

$\boxed{35}$

(1)



$\boxed{m}$ $\quad ma = mg - N \cdots ①$

$\boxed{M}$ $\quad Ma = Mg + N - F \cdots ②$

（$N>0$ なので m と M は一体となって運動しているので
$a_m = a_M$ は自明 ⇒ a とする）

①＋② で N を消去

$$\begin{array}{rl} & ma = mg - N \\ +) & Ma = Mg + N - F \\ \hline & (m+M)a = (m+M)g - F \end{array}$$

$$a = g - \frac{F}{m+M}$$

① に代入

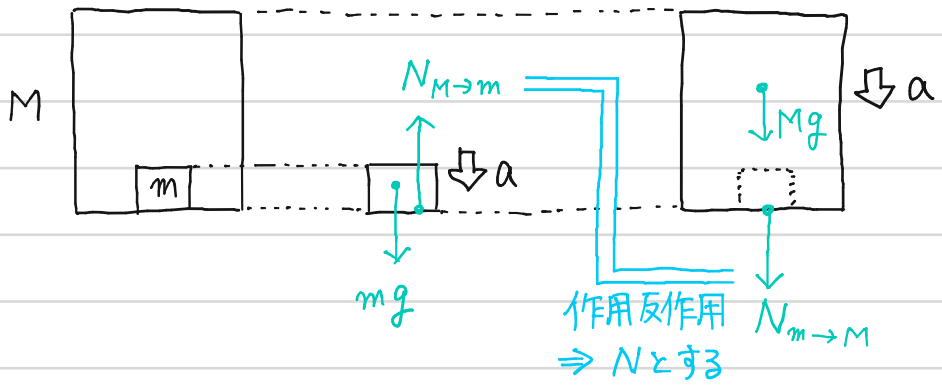
$$m\left(g - \frac{F}{m+M}\right) = mg - N$$

$$mg - \frac{m}{m+M}F = mg - N$$

$$\therefore N = \frac{m}{m+M}F$$

35 続き

(2)



m

$$ma = mg - N \cdots ①$$

M

$$Ma = Mg + N \cdots ②$$

①+②より

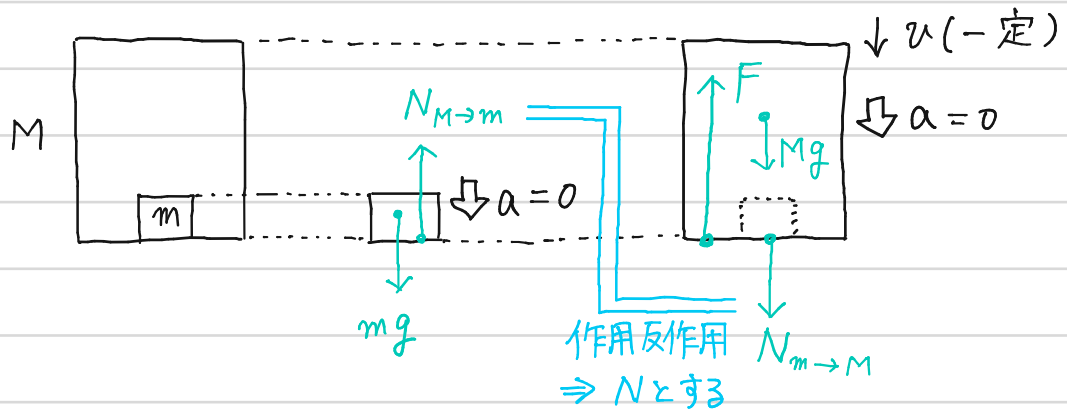
$$ma = mg - N$$
$$+)\ Ma = Mg + N$$
$$(m+M)a = (m+M)g$$
$$a = g$$

← mとMは互いに自由落下しているといえる

①に代入して

$$mg = mg - N$$
$$\therefore N = 0$$

35 続き



$\boxed{m}$ $m \times 0 = mg - N$ …③

$\boxed{M}$ $M \times 0 = Mg + N - F$ …④

③より $N = \underline{mg}$

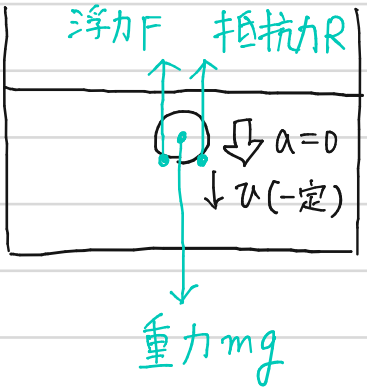
※ ④に代入すると

$0 = Mg + mg - F$

$\therefore F = (m+M)g$

終端速度に達するには、mとMの両方の重さを支えないといけないといえる。

36



$ma = F$ の立式をすると

$$m \times 0 = F + R - mg \cdots ①$$

(つりあいの形で示すと
$F + R = mg$)

(浮力Fについて)

$F = \rho V g$ であり，球の体積の公式より $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ なので

$$F = \frac{4}{3}\rho \pi r^3 g \cdots ②$$

(抵抗力Rについて)

問題文より

$$R = kv \cdots ③$$

(重力mgについて)

密度と体積の関係より $m = d \times \frac{4}{3}\pi r^3$ なので

$$mg = \frac{4}{3} d \pi r^3 g \cdots ④$$

①に ②，③，④を代入して

$$0 = \frac{4}{3}\rho \pi r^3 g + kv - \frac{4}{3} d \pi r^3 g$$

$$\therefore v = \frac{4\pi r^3}{3k}(d - \rho) g$$