37

ポイント

物体にはたらく力を個別に書けるようにしよう

図を分けて書くことをめんどくさがらずにやるのがコツ

ばらばらに書く!!

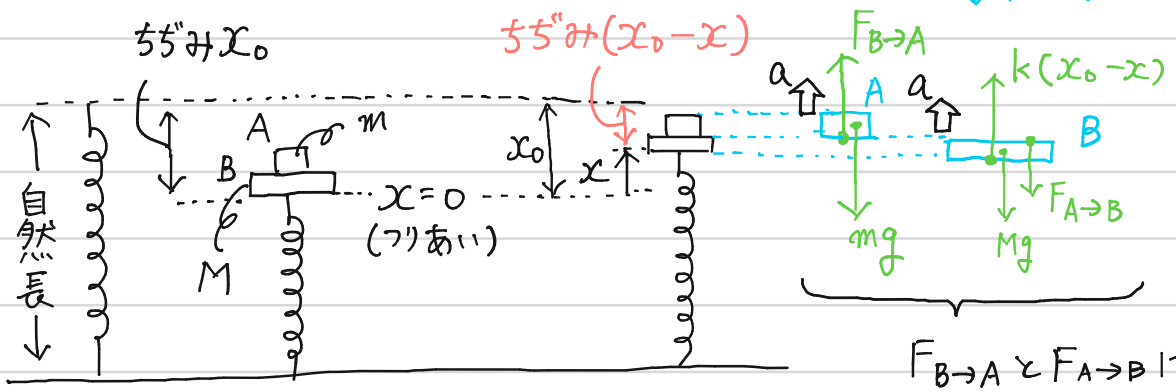


図2　　図4

$F_{B\to A}$と$F_{A\to B}$は
作用反作用の関係で同じ大きさ
⇒ Fとする.

(1)(2) ばらばらに力を書いた図を用いて立式する。

A について

$ma = F$ より

$ma = F - mg$ …① // (1)

B について

$ma = F$ より

$Ma = k(x_0 - x) - Mg - F$ …②

②のx_0は使えない文字なので消す必要がある。

⇒ 図2でAとBを1つの系としてつりあいの式をたてて

$kx_0 = (m+M)g$ …③

②に③を代入してx_0を消去

$Ma = kx_0 - kx - Mg - F$

$Ma = (m+M)g - kx - Mg - F$

$Ma = mg - kx - F$ …④ (2)

37 続き

(3) ①+④ をして F を消去

$$
\begin{array}{rl}
 & ma = F - mg \\
+) & Ma = mg - kx - F \\
\hline
 & (m+M)a = -kx \cdots ⑤
\end{array}
$$

（※ $-kx$ は復元力となるので単振動の運動方程式といえる）

⑤より

$$a = -\frac{kx}{m+M}$$

これを①に代入して

$$m \cdot \left(-\frac{kx}{m+M}\right) = F - mg$$

$$\Rightarrow F = mg - m\frac{kx}{m+M}$$

$$\therefore F = m\left(g - \frac{k}{m+M}x\right) \text{ [N]} \quad // (3)$$

(4) F（垂直抗力）が0となるとき、AとBは接していないことになる。
前問(3)のFが0になるとき $x = x'$ となる。よって

$$0 = m\left(g - \frac{k}{m+M}x'\right)$$

$$\therefore x' = \frac{(m+M)g}{k} \quad // (4)$$

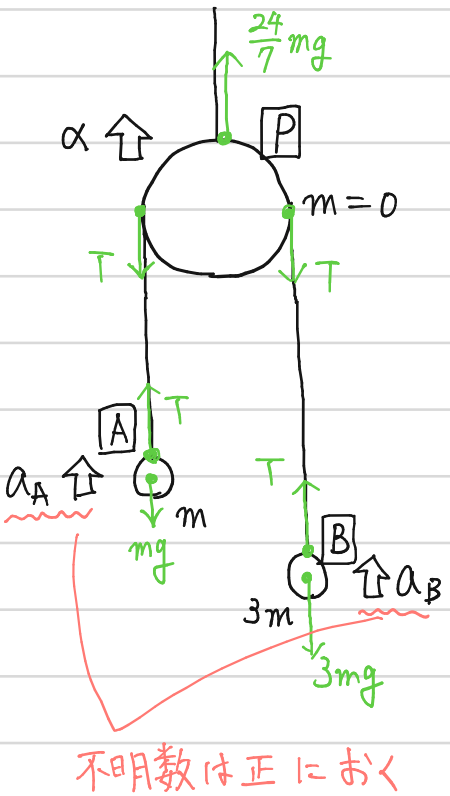
自然長となるときといえる。

38

ポイント

・物体ごとに力を書きだす.
・束縛条件という言葉を知ろう.

(1)



A について

$$ma_A = T - mg \quad \cdots ①$$

B について

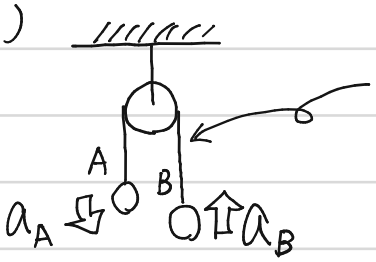
$$ma_B = T - 3mg \quad \cdots ②$$

P について

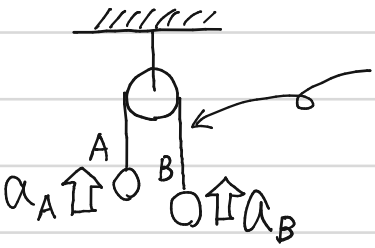
$$0 \cdot \alpha = \frac{24}{7}mg - 2T \quad \cdots ③$$

(2) 束縛条件 → 糸の長さが変わらない, などの形の条件からだせる式

(例1)



糸の長さが変わらないなら A が下がった分. B が上がるので a_A と a_B は同じ大きさで向きが逆.



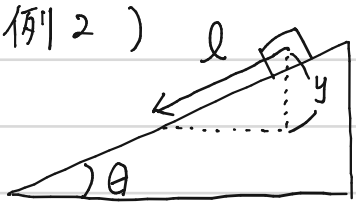
不明数として両方正に設定すると,

$$a_A = -a_B$$

とかける。これが束縛条件の式

38 続き

（例2）

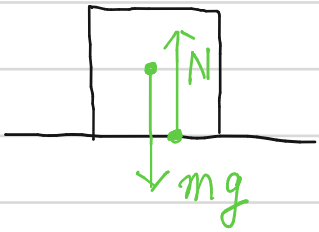


斜面の形が変わらなかったら

$$y = l\sin\theta$$

となる。これも束縛条件。

（例3）

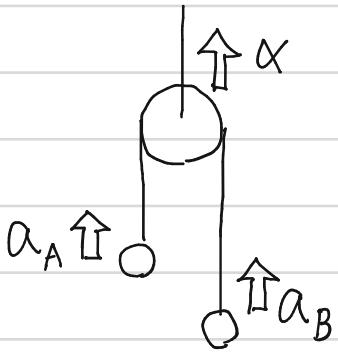


机の形がかわらないので

$$N = mg$$

これも束縛条件

（今回の場合）



滑車がうごいているので単純に

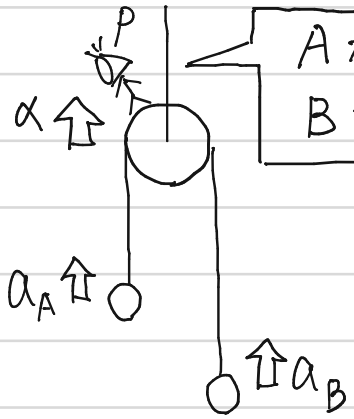
$$a_A = -a_B$$

とできない。

（糸のうごき＋全体の上昇 となっている）

a_A, a_B　　α

⇓ そこでこう見る



Aが上がった分
Bが下がる

P上の観測者から見ると、束縛条件となる。

相対加速度を（見られる）−（見る）で求めると、

$$a_{P\to A} = a_A - \alpha$$
$$a_{P\to B} = a_B - \alpha$$

ここで束縛条件より

$$a_{P\to A} = -a_{P\to B}$$
$$\Rightarrow a_A - \alpha = -(a_B - \alpha)$$
$$\therefore a_A + a_B = 2\alpha \quad \cdots ④$$

//(2)

38 続き

(3) ① $ma_A = T - mg$

② $3ma_B = T - 3mg$

③ $0 = \frac{24}{7}mg - 2T$

④ $a_A + a_B = 2\alpha$

を連立して解いていく。

③より

$$T = \frac{12}{7}mg$$

①に代入して

$$ma_A = \frac{12}{7}mg - mg$$

$$\therefore a_A = \frac{5}{7}g$$

②に代入して

$$3ma_B = \frac{12}{7}mg - 3mg$$

$$\therefore a_B = -\frac{3}{7}g$$

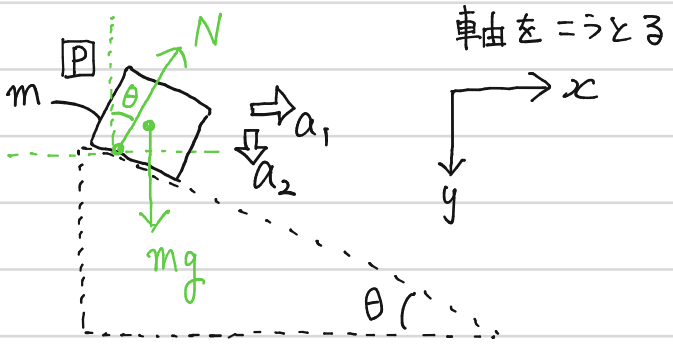
④に a_A, a_B の答えを代入して

$$\frac{5}{7}g + \left(-\frac{3}{7}g\right) = 2\alpha$$

$$\therefore \alpha = \frac{1}{7}g$$

39

(1)(2) Pについて



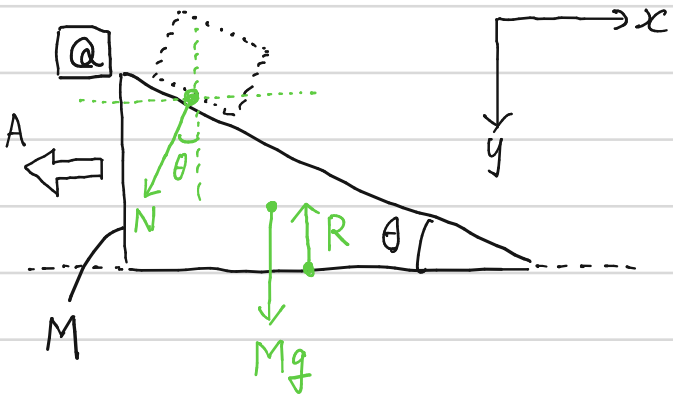
x方向(水平方向)について

$$ma_1 = N\sin\theta \quad (1)$$

y方向(鉛直方向)について

$$ma_2 = mg - N\cos\theta \quad (2)$$

(3)(4) Qについて



x方向(水平方向)について

$$M\cdot(-A) = -N\sin\theta$$

$$\Rightarrow MA = N\sin\theta \quad (3)$$

y方向(鉛直方向)について

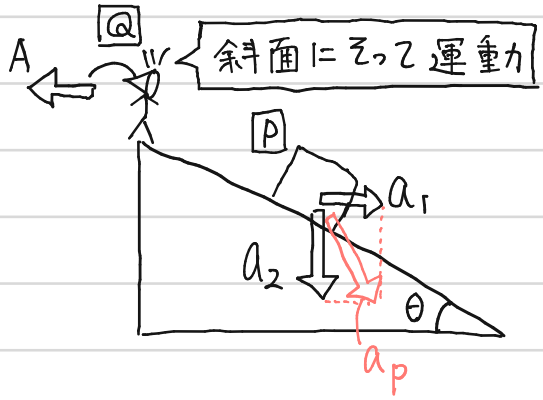
$$M\times 0 = N\cos\theta + Mg - R \quad (4)$$

(つりあいの式ともいえる)

39 続き

(5)

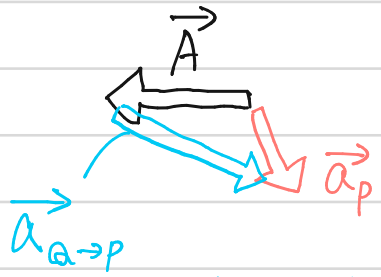
斜面が変形しないことによる束縛条件の立式をする問題である。
台上から見たときの軌道が斜面に沿うことを使う。



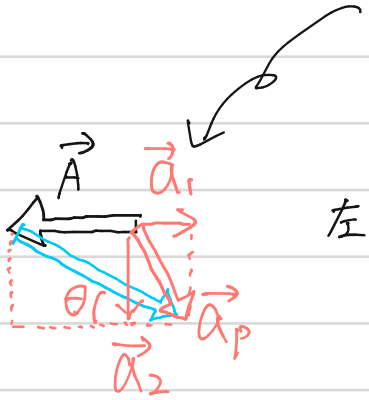
台上の観測者Qからみた相対加速度は

$$\vec{a}_{Q\to P} = \vec{a}_P - \vec{A}$$

とかける。図にすると、



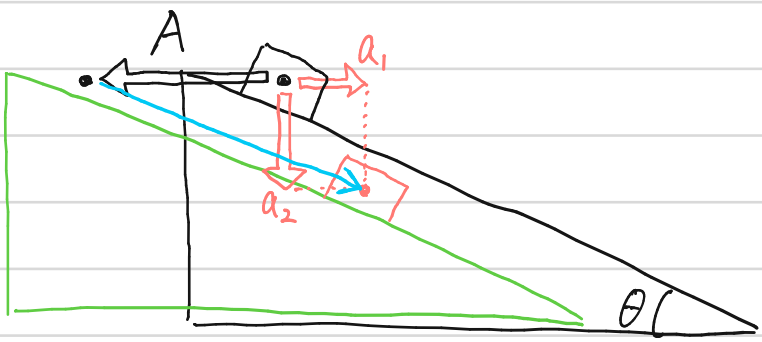
これが斜面に沿った向きとなる



左図のように書けるので

$$a_2 = \underline{(A + a_1)\tan\theta}_{\#} \quad (5)$$

※ 地面から見たときの動きもイメージしておこう。

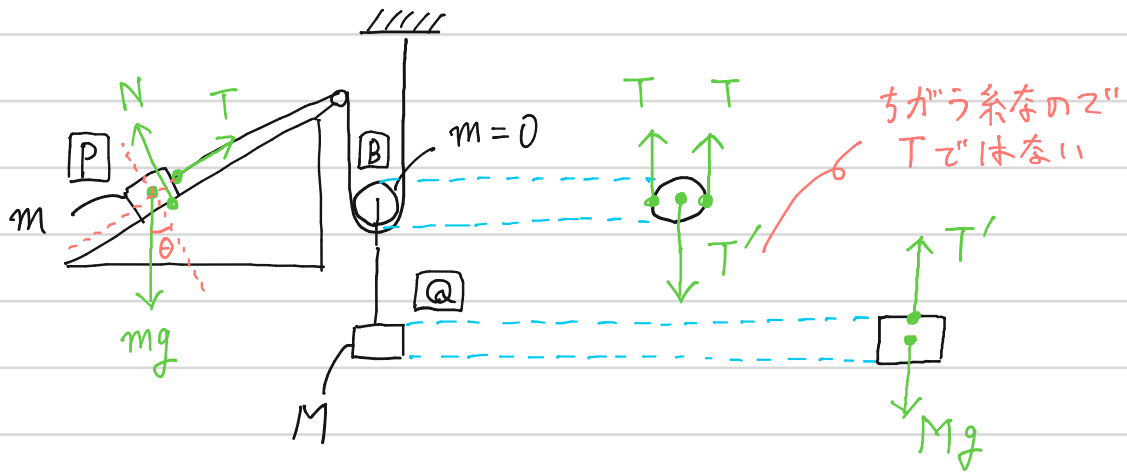


左図のように書ける。
青矢印が斜面に沿うので

$$a_2 = \underline{(A + a_1)\tan\theta}_{\#}$$

40

(1) 物体ごとに力を書きだす.



静止しているなら つりあいが成立

P について

斜面と平行: $T = mg\sin\theta$

⇒ うごくには $T > mg\sin\theta$ となればよい (i)

B について

$2T = T'$

Q について

$T' = Mg$

$2T = Mg \Rightarrow T = \dfrac{Mg}{2}$ (ii)

(i),(ii)より 動きだす条件は

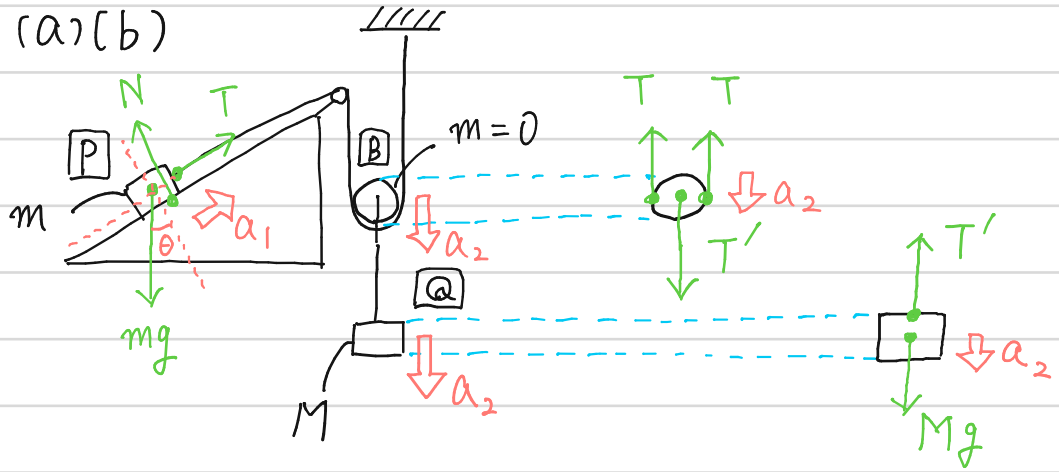
$$\frac{Mg}{2} > mg\sin\theta$$

$$\therefore\ M > 2m\sin\theta$$

40 続き

(2)

(a)(b)



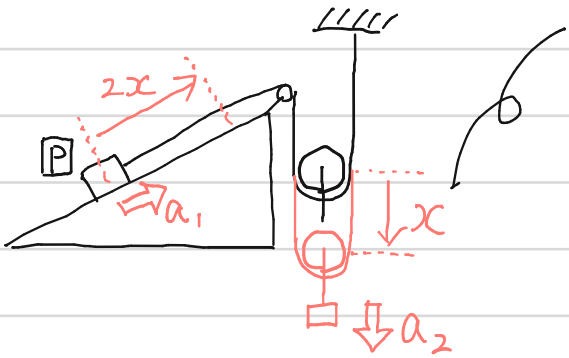
運動方程式をたてると

P　$ma_1 = T - mg\sin\theta$ #(a) …①

B　$0 \times a_2 = T' - 2T$　$T' = 2T$

Q　$Ma_2 = Mg - T'$ ⇒ $Ma_2 = Mg - 2T$ #(b) …②

(c) 束縛条件を立式する



xさがったら、糸を 2x分まきとっている

↓

PはBやQの2倍移動

↓

$a_1 = 2a_2$ #(c) …③

$\boxed{40}$ 続き

(d) ①,②,③ を連立して解く.

①に③を代入して

$$m \cdot 2a_2 = T - mg\sin\theta \Rightarrow 2ma_2 = T - mg\sin\theta \cdots ④$$

④×2 + ② で T を消去

$$\begin{array}{rl} (④\times 2) & 4ma_2 = 2T - 2mg\sin\theta \\ +)\ (②) & Ma_2 = Mg - 2T \\ \hline & (4m+M)a_2 = Mg - 2mg\sin\theta \end{array}$$

$$\therefore a_2 = \frac{Mg - 2mg\sin\theta}{4m+M} = \underline{\frac{M - 2m\sin\theta}{4m+M}g}$$

③ $a_1 = 2a_2$ に代入して

$$a_1 = \underline{\frac{2(M - 2m\sin\theta)}{4m+M}g}$$

① に a_1 を代入して,

$$m \cdot \frac{2(M - 2m\sin\theta)}{4m+M}g = T - mg\sin\theta$$

$$T = \frac{2mg(M - 2m\sin\theta)}{4m+M} + mg\sin\theta$$

$$T = \frac{2(M - 2m\sin\theta) + (4m+M)\sin\theta}{4m+M} \cdot mg$$

$$\therefore T = \underline{\frac{(2+\sin\theta)Mm}{4m+M}g}$$

41

ポイント

摩擦に関する考え方を整理しよう

⇓

すべっていないときと、すべっているときで考え方は全くちがうものになる

すべってない

↓

摩擦の大きさは不明

↓

Rとおいて、$ma = F$ や つりあいの式で逆算

↓

例外的にすべるギリのとき

$R_0 = \mu_0 N$ が成立

(μ_0…静止摩擦係数)

すべってる

↓

摩擦の大きさは外力によらず一定

↓

$R = \mu N$ で計算できる

(μ…動摩擦係数)

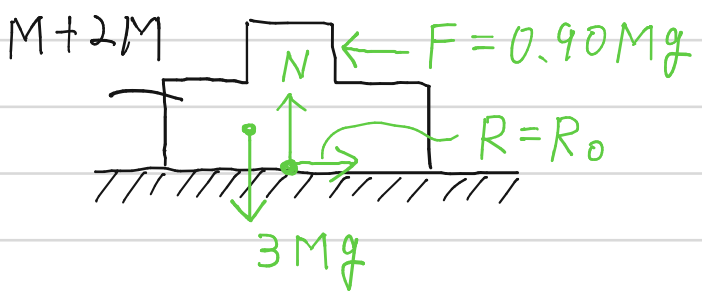
(1) BとCが一体となってA面をすべるときを考える。

↓

問題の条件よりすべるギリギリが

$F = 0.90Mg$

このときは、ギリギリすべってない



ギリすべっていないので $R = R_0 = \mu_0 N$ といえる。

まだギリすべっていないのでつりあいといえる。

41 (1) 続き

水平のつりあい

$F = R$

$\Rightarrow 0.90Mg = \mu_0 N \cdots ①$

鉛直のつりあい

$N = 3Mg \cdots ②$

① に ② を代入して

$0.90Mg = \mu_0 \cdot 3Mg$

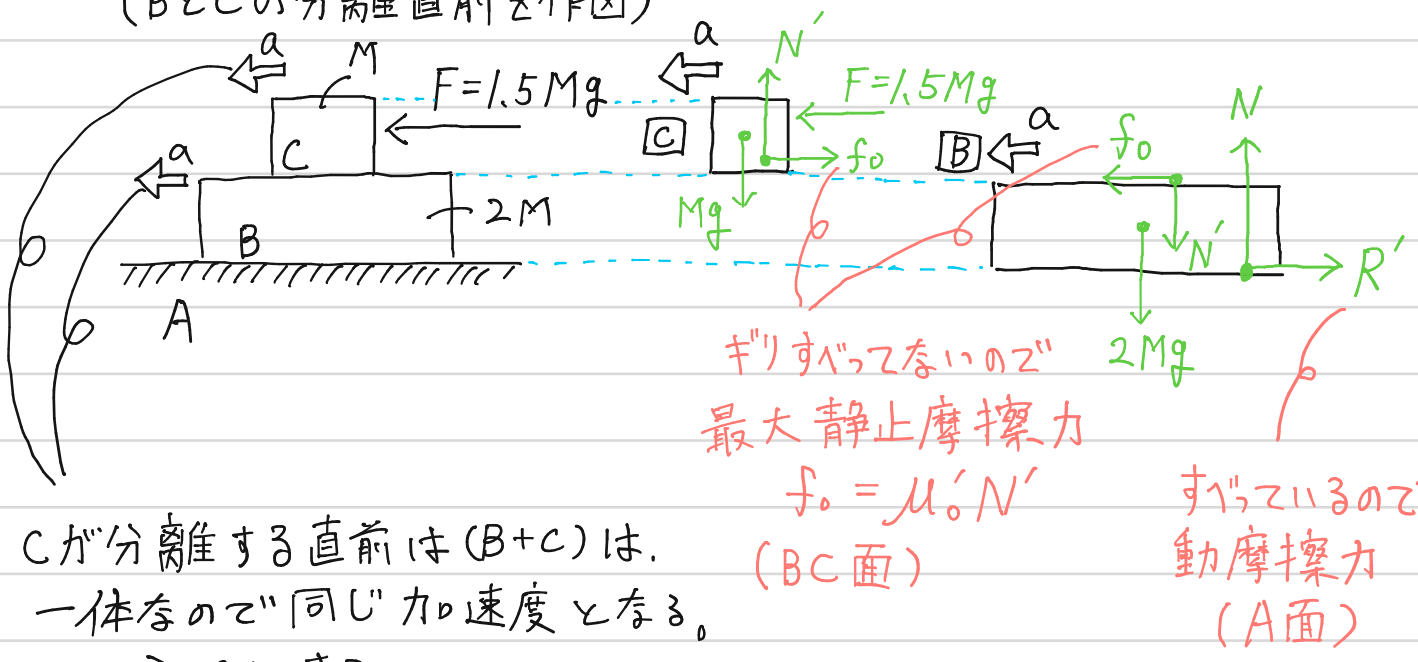
$\therefore \mu_0 = \underline{0.30}$

(2) CがB上をギリすべりだすときを考える。

⇓ 問題文の条件を整理

$F = 0.90Mg$ となったところで (B+C) が一体となって、A面をすべりだす。その後、Fを増やし、$F = 1.5Mg$ となったとき、CとBが分離してすべりだす。

(BとCの分離直前を作図)



Cが分離する直前は(B+C)は、一体なので同じ加速度となる。

⇒ a とする。

41 (2) 続き

(鉛直方向について)

B つりあい

$N' + 2Mg = N$

C つりあい

$N' = Mg$ … ③

$N = 3Mg$ … ④

(水平方向について)

B $ma = F$ より

$2Ma = f_0 - R'$

BC面の静止摩擦力

$f_0 = \mu_0' N'$

③式より $N' = Mg$

$f_0 = \mu_0' Mg$

A面での動摩擦力

$R' = \mu N$

$R' = 0.3Mg$

問題文より $\mu = 0.10$

④式より $N = 3Mg$

⇓

$2Ma = \mu_0' Mg - 0.3Mg$ … ⑤

C $ma = F$ より

$Ma = F - f_0$

条件より $F = 1.5Mg$

Bでだしたように $f_0 = \mu_0' Mg$

⇓

$Ma = 1.5Mg - \mu_0' Mg$ … ⑥

⑤+⑥ で $\mu_0' Mg$ を消去

$$
\begin{array}{rl}
 & 2Ma = \mu_0' Mg - 0.3Mg \\
+) & Ma = 1.5Mg - \mu_0' Mg \\
\hline
 & 3Ma = 1.2Mg
\end{array}
$$

$\therefore a = \underline{0.40g}$ //

これを⑤式に代入して,

$2M \times 0.40g = \mu_0' Mg - 0.3Mg$

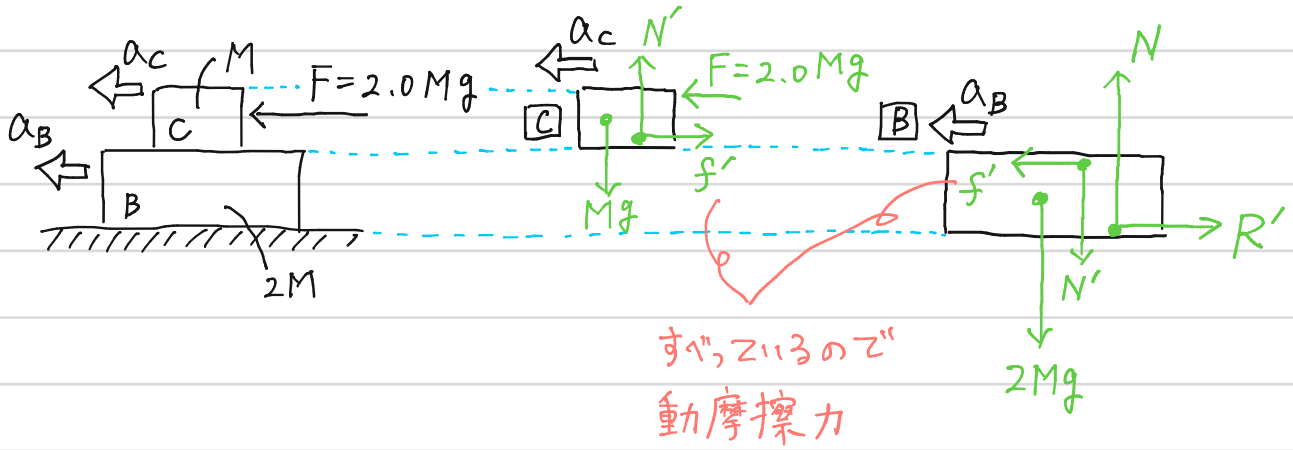
$\therefore \mu_0' = \underline{1.1}$ //

41 続き

(3) $F=2.0Mg$ のときは、BとCは分離して、個別ですべっている

⇒個々の加速度をもつ、

⇒BC面の摩擦も動摩擦力となる。



前問(2)のときと R', N, N' は変わらない。

$R'=0.3Mg$, $N=3Mg$, $N'=Mg$

水平方向について

B $Ma=F$ より

$$2Ma_B = f' - R'$$

動摩擦力なので 公式より

$f'=\mu N$ 　問題文より $\mu=1.0$

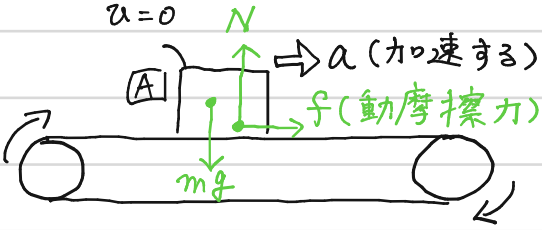
$f'=Mg$ 　前問(2)より $N'=Mg$

$$2Ma_B = Mg - 0.3Mg$$

$$\therefore a_B = \underline{0.35g}$$

42 面にはりついて移動するイメージが湧いて、すぐ同じ速度になるとイメージしてしまうかも。初めは、移動速度がちがいすべっている、同じ速度になったら一体となる、という正しい運動のイメージをもっておこう。

(1) (Aに着目)



(鉛直方向)

つりあいより

$N = mg$ … ①

(水平方向)

$ma = F$ より

$ma = f$

$ma = \mu mg$

$\therefore a = \mu g$

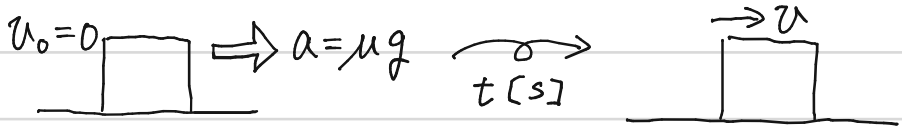
動摩擦力なので

$f = \mu N$

①より $N = mg$

$\Rightarrow f = \mu mg$

ここからは等加速度運動の考え方

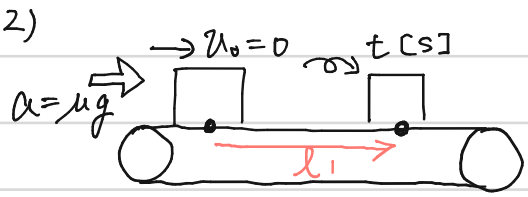


$v = v_0 + at$ より

$v = 0 + \mu g t$

$\therefore t = \dfrac{v}{\mu g}$ //

(2)



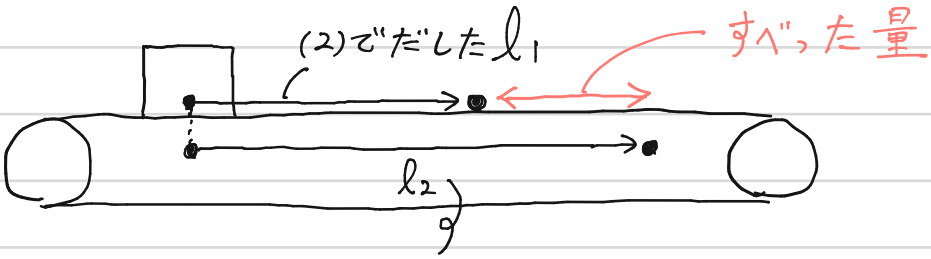
$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ より

$l_1 = 0 + \frac{1}{2}\cdot\mu g\cdot\left(\frac{v}{\mu g}\right)^2$

$l_1 = \dfrac{v^2}{2\mu g}$ //

42 続き

(3) 物体Aとベルトの移動量の差がすべった量となる



ベルトコンベアーは一定の速度 v で t [s] ですすむ

$$\Rightarrow l_2 = vt$$
$$= v \cdot \frac{v}{\mu g} = \frac{v^2}{\mu g}$$

$$(\text{すべった量}) = l_2 - l_1$$
$$= \frac{v^2}{\mu g} - \frac{v^2}{2\mu g}$$
$$= \underline{\frac{v^2}{2\mu g}}$$