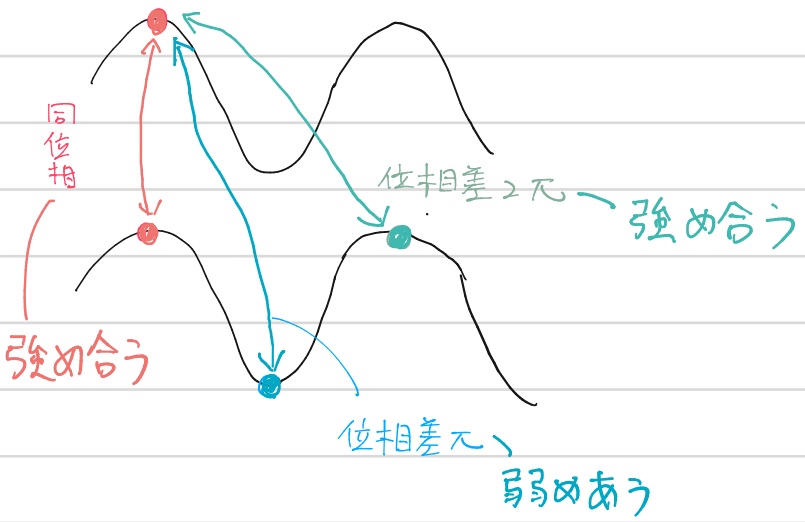
199 うなりの公式 $f = |f_1 - f_2|$

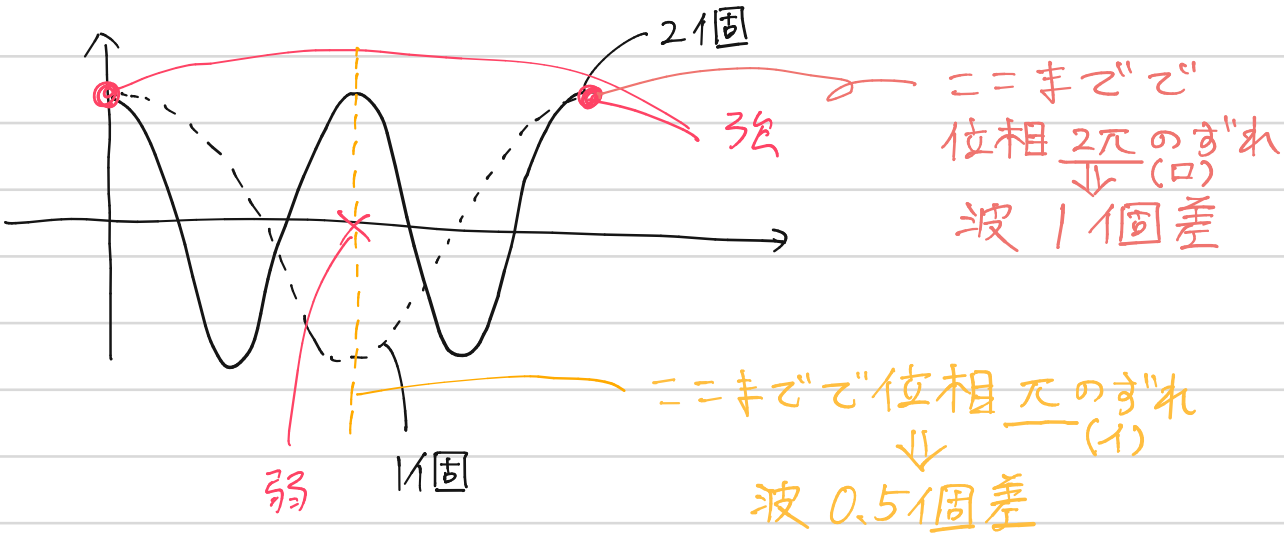
↑ つまりは 1s間に f の差だけうなりが聞こえるということ。



位相差πで弱め合い、位相差2πで強め合うと理解しよう。

うなり1回分の作図を適当な波で考えてみる

→ 少しずつ位相差が大きくなる



うなりが1回おこる時間で波の位相は2πずれる。

⇒ 波の個数が1個差といえる。

うなりの周期を T_f とすると、

$$\underbrace{1}_{\text{個数差 (ハ)}} = |\underbrace{f_1 T_f}_{\text{波①の個数}} - \underbrace{f_2 T_f}_{\text{波②の個数}}| = |f_1 \frac{1}{f} - f_2 \frac{1}{f}|$$

となるのだ。

200 次元

☆ 線密度 … 1mあたりの質量 ← 太さや材質で変わる.
単位：[kg/m]

☆ 次元 … 力[N]などの単位も，$ma=F$ より
$[kg][m/s^2]=[N]$
と複数の基本量の組み合わせでできている.
この組み合わせを次元という.

単位		次元
[m]	→	L
[kg]	→	M
[s]	→	T

⇓
これらの単位を使うときをmks単位系という

$$\underset{[m/s]}{v} = k\, \underset{[N]^x}{S^x}\, \underset{[kg/m]^y}{\rho^y}$$

$ma=F$ より $[N]=[kg][m/s^2]$

$$\Rightarrow [m/s] = [kg]^x [m/s^2]^x \cdot [kg/m]^y$$

$$\Rightarrow [m]^1[s]^{-1} = [kg]^{x+y}\,[m]^{x-y}\,[s]^{-2x}$$

[kg]より　$0=x+y$ … ①
[m]より　$1=x-y$ … ②
[s]より　$-1=-2x$ … ③

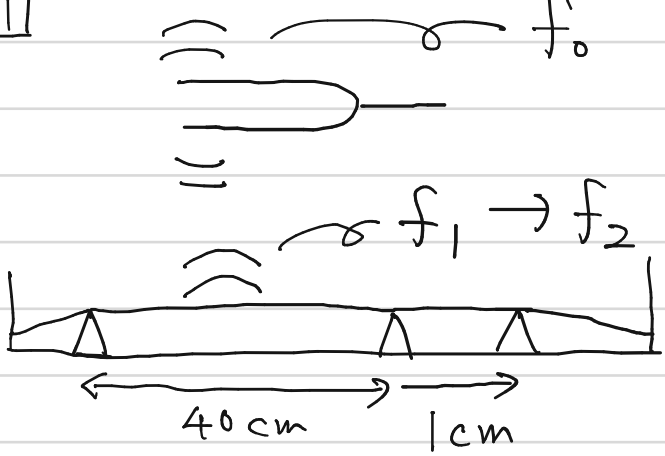
③より $x=\frac{1}{2}$　①に代入して $y=\frac{1}{2}$

元の式に戻して

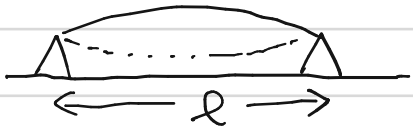
$$v=k\,S^{\frac{1}{2}}\rho^{\frac{1}{2}}=k\sqrt{\frac{S}{\rho}} \Rightarrow v\propto\sqrt{\frac{S}{\rho}} \quad (\sim)$$

比例を示す記号

201



弦は基本振動しているので $\lambda = 2l$



$v = f\lambda$ より

$f = \dfrac{v}{\lambda} = \dfrac{v}{2l}$ と f をかけ.

弦を伸ばすと f が小さくなっていくと分かる

f_0 と f_1 でうなりが3回 ⇒ f_1 が3Hz高い or 3Hz低い

弦を伸ばすと f_1 が低くなるが、低くなることでうなりが減った。

⇒ 元々 f_1 が3Hz高く、低くなることで差がちぢまったと考えることができる。

⇒ $f_1 - 3 = f_0$ … ①

その後さらに弦を伸ばすと、うなりがなくなった後2回になった。

⇒ f_1 がどんどん低くなり、f_0 と同じになった後、さらに低くなり差が2Hzになった。

⇒ f_2 は f_0 より2Hz低いといえる.

⇒ $f_0 - 2 = f_2$ … ②

弦の基本振動の振動数は上図の説明の通り

$f = \dfrac{v}{2l}$ なので

$f_1 = \dfrac{v}{2 \cdot 0.40} = \dfrac{v}{0.8}$ … ③　$f_2 = \dfrac{v}{2 \cdot 0.41} = \dfrac{v}{0.82}$ … ④

$\boxed{201}$ 続き

① $f_1 - 3 = f_0$

② $f_0 - 2 = f_2$

③ $f_1 = \dfrac{v}{0.8}$

④ $f_2 = \dfrac{v}{0.82}$ を連立して解く.

③を変形して

$0.8 f_1 = v$

④を変形して

$0.82 f_2 = v$

$$0.8 f_1 = 0.82 f_2$$

$$\Rightarrow f_1 = \frac{0.82}{0.8} f_2 \cdots ⑤$$

①に⑤を代入して

$$\frac{0.82}{0.8} f_2 - 3 = f_0 \cdots ⑥$$

②を⑥に代入して

$$\frac{0.82}{0.8}(f_0 - 2) - 3 = f_0$$

$$\frac{0.82}{0.8} f_0 - \frac{0.82}{0.4} - 3 = f_0$$

$$\frac{0.02}{0.8} f_0 = 3 + \frac{0.82}{0.4}$$

両辺に ×0.8

$$0.02 f_0 = 2.4 + 1.64$$

両辺に ×50

$$f_0 = 120 + 82$$

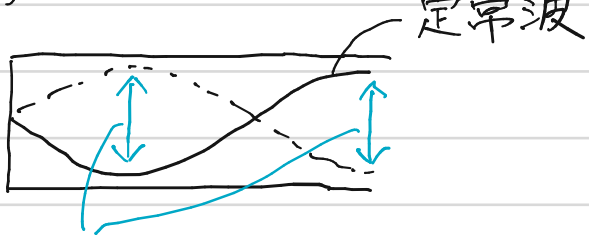
$$f_0 = \underline{202\ \mathrm{Hz}}$$

※ 模範解答の計算の方がスマートですね.

※ $v = \sqrt{\frac{S}{\rho}}$ と解答ではおいてますが v でよいです.

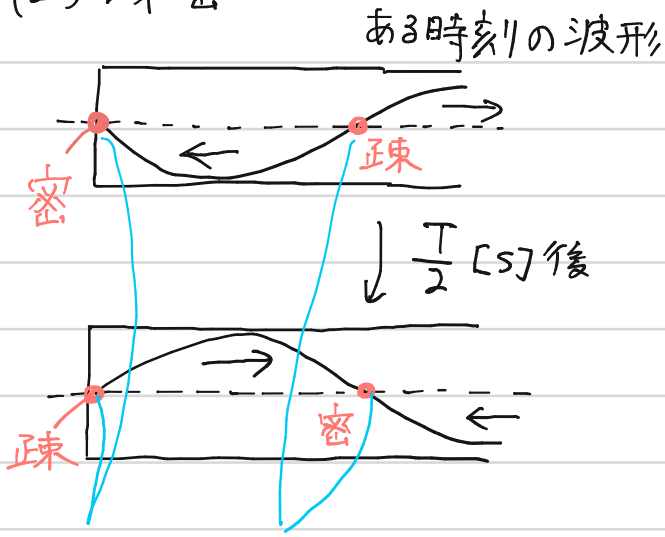
202

(1)



振幅最大
(振動はげしい)
⇒(1) B, D

(2) 疎密



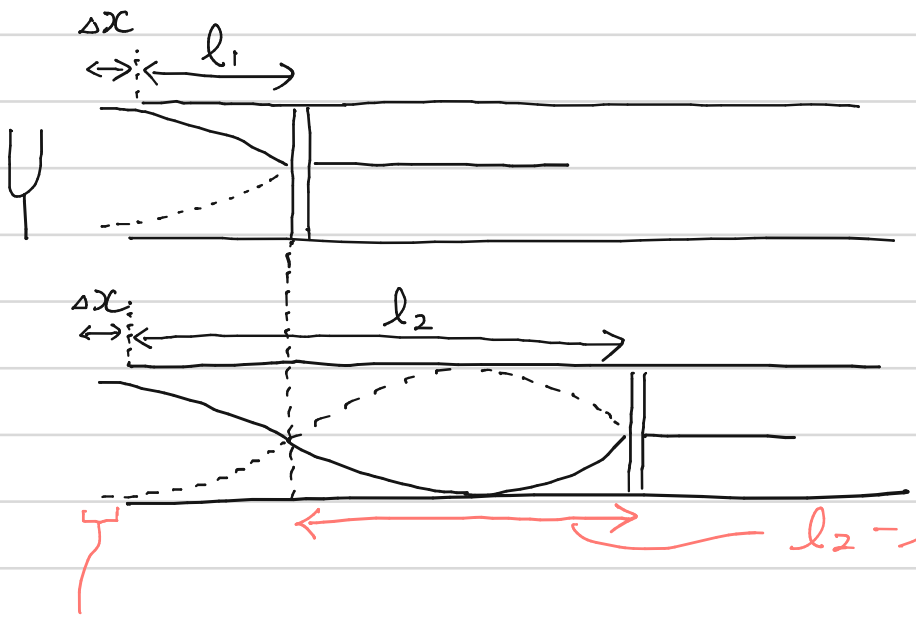
変化がはげしい
⇒ (2)(a) A, C (節)

逆に腹では
疎や密の状態にならない
ので密度変化は小さい
⇒ (2) (b) B-D (腹)

203 テーマ 気柱の共鳴

↓

開いている口は腹、閉じている口は節の定常波を作るとき共鳴がおこる



開口で出来る腹は、口から少し外にできる。
Δxを開口端補正という。

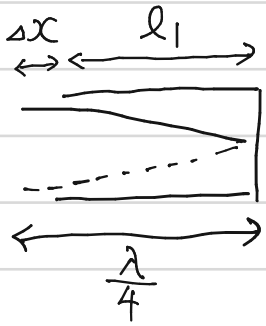
(1) 上の図より

$$\frac{\lambda}{2} = l_2 - l_1 \qquad \therefore \lambda = 2(l_2 - l_1)$$

(2) 波の式 $v = f\lambda$ より $f = \frac{v}{\lambda}$

$$f = \frac{331 + 0.6t}{2(l_2 - l_1)}$$

(3) 上図の開口付近に注目すると



$$\Rightarrow \Delta x + l_1 = \frac{\lambda}{4}$$

$$\hookrightarrow \Delta x = \frac{\lambda}{4} - l_1 = \frac{2(l_2 - l_1)}{4} - l_1$$

$$= \frac{l_2 - 3l_1}{2}$$

203 続き

(4) 波の形が細かくなるのか、ゆるやかになるのかイメージしよう。

(今回)

Vup、fは不変

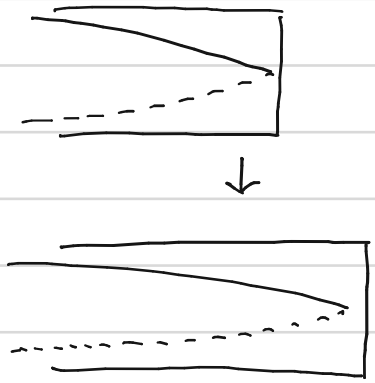
⇓

$\underset{\text{up}}{V} = \underset{\text{不変}}{f}\,\lambda$

upする!

波はゆるやかになる

⇒



このように変化する。

※ 音さのだす音は、音さの重さ、材質によるので、気温によらない。
音さを変えなければ、気温があがってもfは変わらないのだ

(他の例)

fを大きくし、Vは変えない

$\underset{\text{不変}}{v} = \underset{\text{up}}{f}\,\lambda$

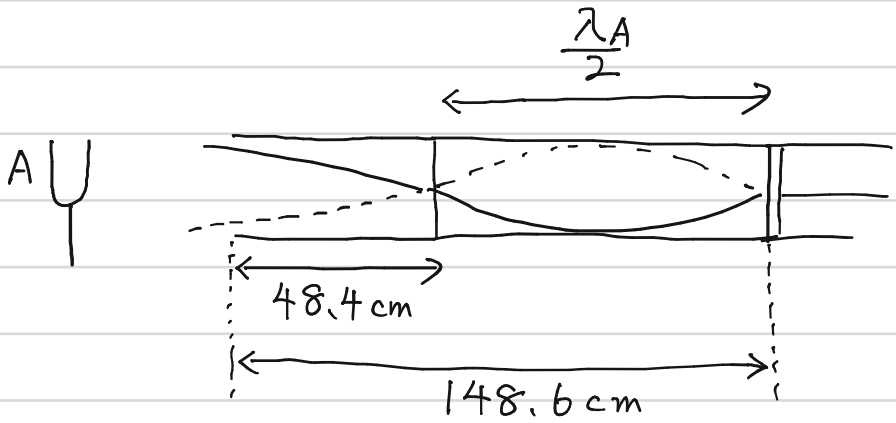
DOWNする!

⇒

細かくなる

204

実験Ⅰ



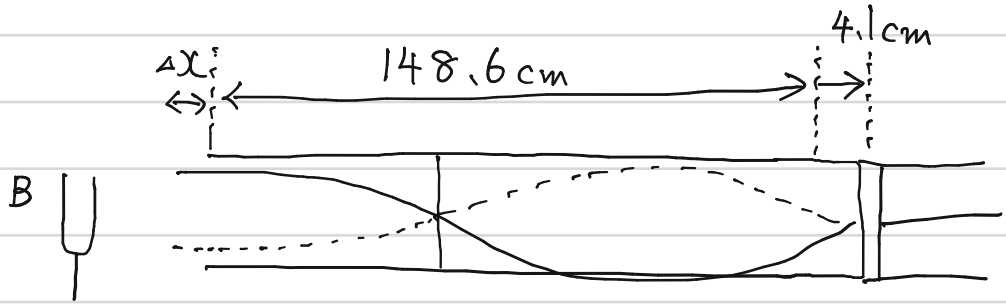
(1) 上図より

$$\frac{\lambda_A}{2} = 148.6 - 48.4$$

$$\therefore \lambda_A = 2 \times 100.2 = \underline{200.4\,\text{cm}}$$

(2)

実験Ⅱ



実験Ⅰより開口端補正Δxを求めると.

$$\Delta x + 48.4 = \frac{\lambda_A}{4}$$

$$\Delta x = \frac{\lambda_A}{4} - 48.4 = \frac{200.4}{4} - 48.4 = 1.7\,\text{cm}$$

実験Ⅱの図より

$$\Delta x + 148.6 + 4.1 = \frac{3}{4}\lambda_B$$

$$\Rightarrow 1.7 + 148.6 + 4.1 = \frac{3}{4}\lambda_B$$

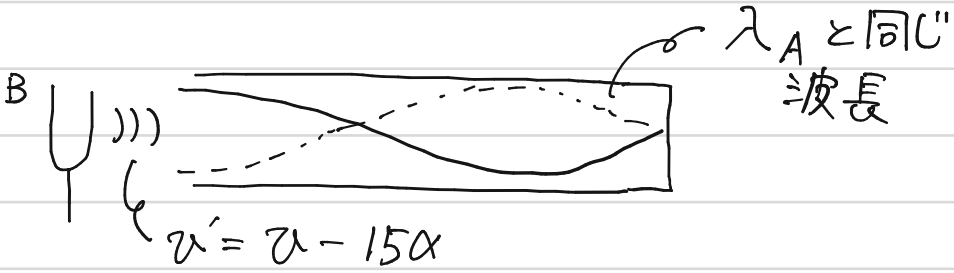
$$154.4 = \frac{3}{4}\lambda_B$$

$$\lambda_B = \frac{4}{3} \times 154.4 = 205.86\cdots \fallingdotseq \underline{205.9\,\text{cm}}$$

204 続き

(3)

実験Ⅲ



温度による変化率 α は
単位 [cm/(s·K)] を読むことで
1°C につきどれくらい音速が
変わるか、と定義されていると分かる。

それぞれの実験で波の式をたててみる

実験Ⅰ　$v = f_A \lambda_A$

実験Ⅱ　$v = f_B \lambda_B$

実験Ⅲ　$v' = f_B \lambda_B' \Rightarrow v - 15\alpha = f_B \lambda_A$

λ_A, λ_B, v で α を示すなら f を消去すればよい。
Ⅱと Ⅲ の式を変形して

Ⅱ：$f_B = \dfrac{v}{\lambda_B}$　　Ⅲ：$f_B = \dfrac{v - 15\alpha}{\lambda_A}$

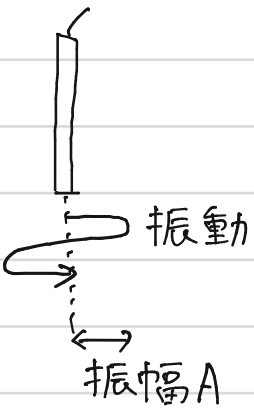
よって　$\dfrac{v}{\lambda_B} = \dfrac{v - 15\alpha}{\lambda_A}$

$\Rightarrow v\lambda_A = v\lambda_B - 15\alpha\lambda_B$

$$\alpha = \frac{v(\lambda_B - \lambda_A)}{15\lambda_B} = \frac{v}{15}\left(1 - \frac{\lambda_A}{\lambda_B}\right)$$

205

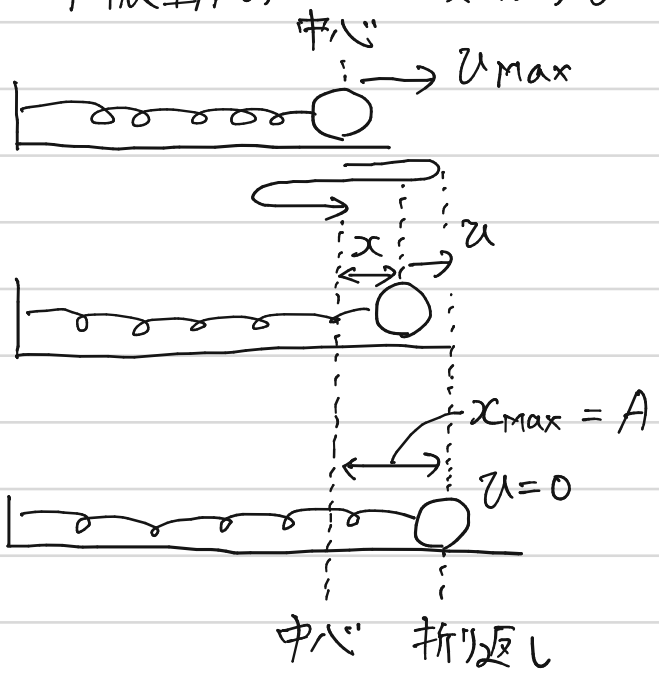
Δm の空気（密度 ρ）



この振動のエネルギーを考える。

(イ)

☆ 単振動のときを復習する



$\Rightarrow$ エネ $\underbrace{\frac{1}{2}mv_{max}^2}_{運動エネ} + \underbrace{0}_{位置エネ}$

‖ 保存

$\Rightarrow$ エネ $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$

‖ 保存

$\Rightarrow$ エネ $0 + \frac{1}{2}kA^2$

⇓

力学エネは保存する。

これと同じように空気の持つエネルギーを考える。
空気の持つ位置エネルギーの計算式を我々は持たないが、
v_{max} の時のエネルギーを計算すれば位置エネルギーを
考えずにエネルギー総量がだせる。

$\Rightarrow \quad E = \frac{1}{2}\Delta m v_{max}^2$

ここで振動の公式 $v_{max} = A\omega$ より

$$E = \frac{1}{2}\Delta m (A\omega)^2 = \underline{\frac{1}{2}\Delta m A^2 \omega^2} \quad /\!/ \text{(イ)}$$

205 続き

(ロ) 単位体積 ⇒ $1\,m^3$ のこと
密度 ρ ⇒ $1\,m^3$ あたり ρ[kg] ということ
このことより単位体積には ρ[kg] の空気があるといえる。

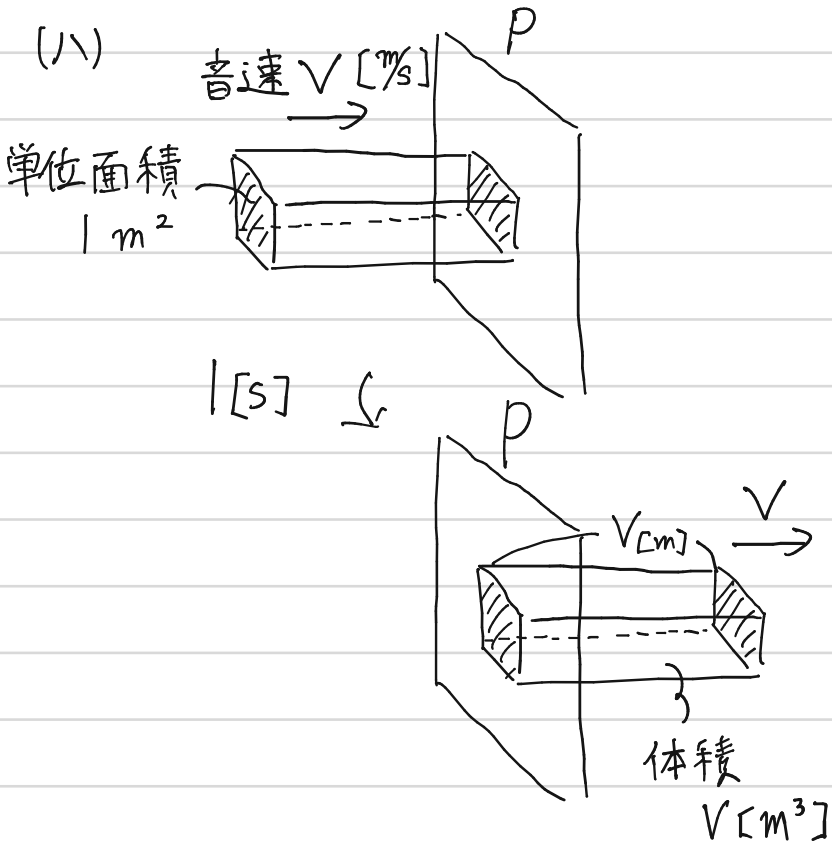
(イ) で Δm[kg] あたり $\frac{1}{2}\Delta m A^2\omega^2$ [J] のエネルギーを持っていることを求めたので、これを使って ρ[kg] あたりのエネルギーをだせばよい

$$E_{単} = \underbrace{\frac{1}{2}\Delta m A^2\omega^2}_{\Delta m\,[kg]\text{あたり}} \times \frac{\rho}{\Delta m} = \underbrace{\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2}_{\rho\,[kg]\text{あたり}} \quad (ロ)$$

(= 単位体積あたり)

※ 今回は単位体積あたりの質量を Δm とおいているので Δm と ρ が同じ意味の言葉になっていて、模範解答で $\Delta m = \rho$ と代入する解説がされている

(ハ)



左図のように、音速を V とすると 1s に V [m³] の空気が面 P を通過しているとわかる。
単位体積あたりは (ロ) で $E_{単} = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$ とだしたので
1s 分は、

$$\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 \times V = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 V \quad (ハ)$$