289

コンデンサーを含む回路

直後 と 十分時間後で見るポイントを切り換えよう.

直後 コンデンサーの電位差に注目.

電荷がなかったら 0[V]

あったら $Q=CV \Rightarrow V=\frac{Q}{C}$[V]

※(「直後のコンデンサーを導線を見なす」というテクニックは はじめに電荷がたまっていない場合しか成立しない. 忘れましょう.)

十分時間後 コンデンサーに流れる電流に注目

必ず 0[A]. (交流電源だとちがうが)

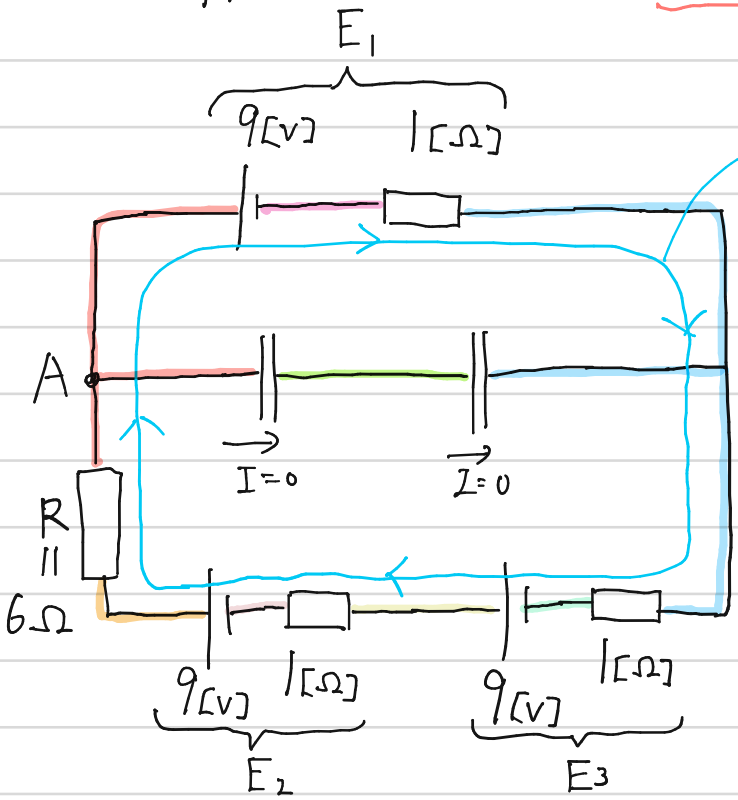
⇒ 抵抗のみで1周する経路があれば電流が流れる.

⇒ 抵抗の情報から電位差を求めることができ. $Q=CV$ でたまっている電荷を求められる.

※(「十分時間後は断線と見なす」というテクニックは成立するけれど、しょうもないので忘れましょう. 断線ではなく、ちゃんとそこにはコンデンサーがあります.)

289 続き

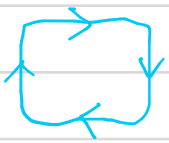
(1) 十分時間後の話なので、コンデンサーの電流が0に注目



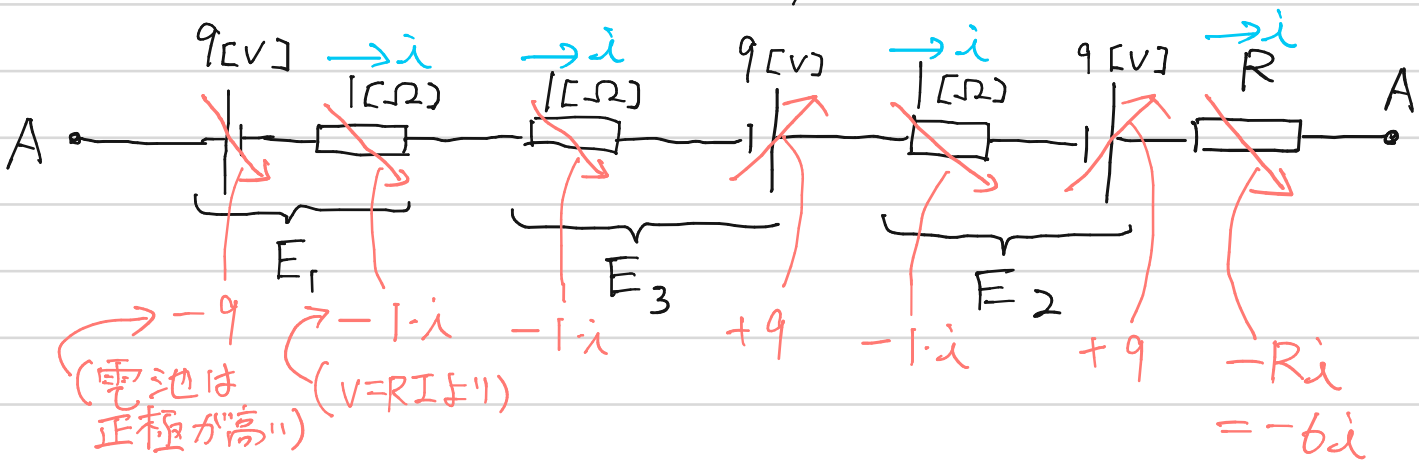
① コンデンサーなしで回路が成立.
⇒ i[A] 流れるとする

② 色分けをおこなう.

③ コンデンサーをまたいで色がちがうので、電荷がたまるとわかる.

④  この閉回路でキルヒホッフ則をたてる.

Aからスタートして1周の電圧の式をたてる.



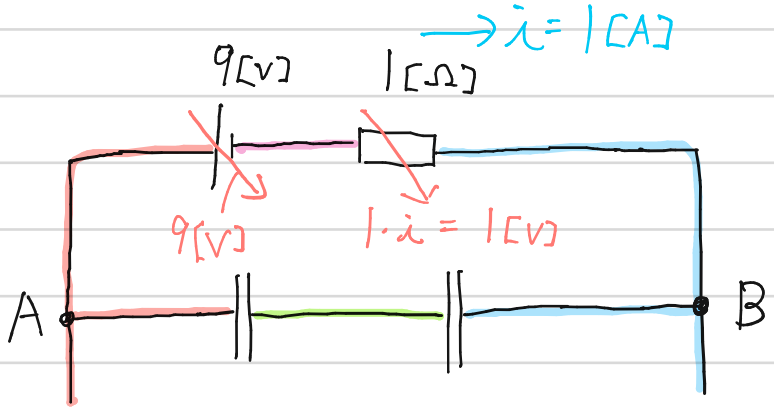
(はじめ) + (変化) = (おわり)

$$0 - 9 - 1\cdot i - 1\cdot i + 9 - 1\cdot i + 9 - 6i = 0$$

$$\Rightarrow \quad 9i = 9 \quad \Rightarrow \quad i = \underline{1.0\,[A]}$$

289 続き

(2) A → B 間の電位は，E_1 を通る経路で考えると．

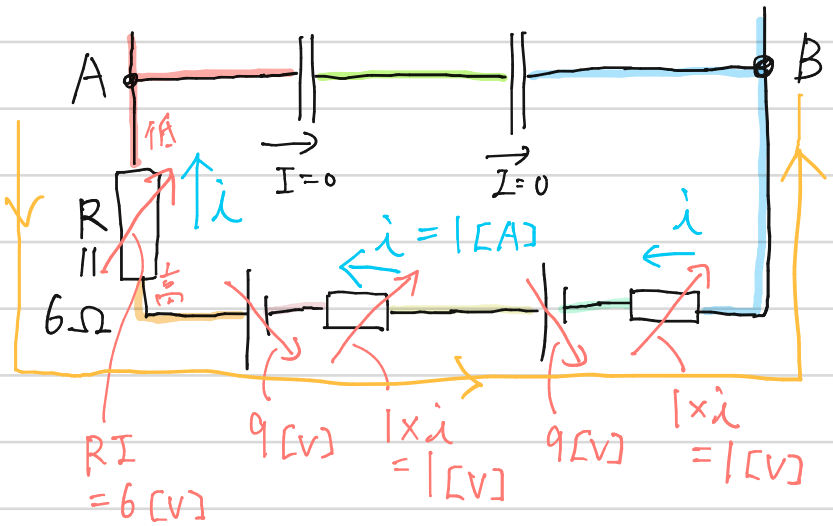


A → B で

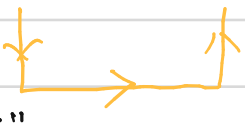
$9 + 1 = 10\,[V]$ #

下がっているといえる

※ A → R → E_2 → E_3 → B と通る経路で考えてもよい．



A → B の



の経路で

$+6 - 9 + 1 - 9 + 1$

$= -10$

⇒ 10 [V] さがっている

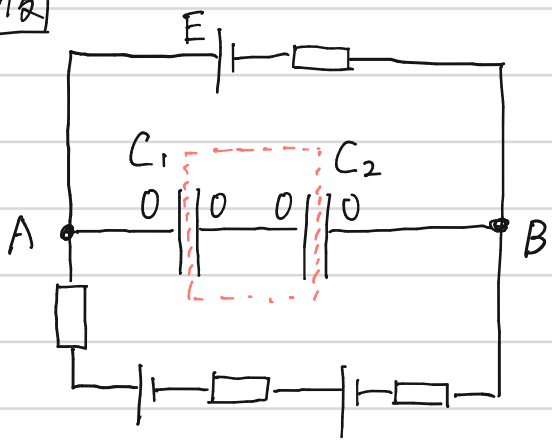
といえる #

289 続き

(3) コンデンサーの問題として解く.

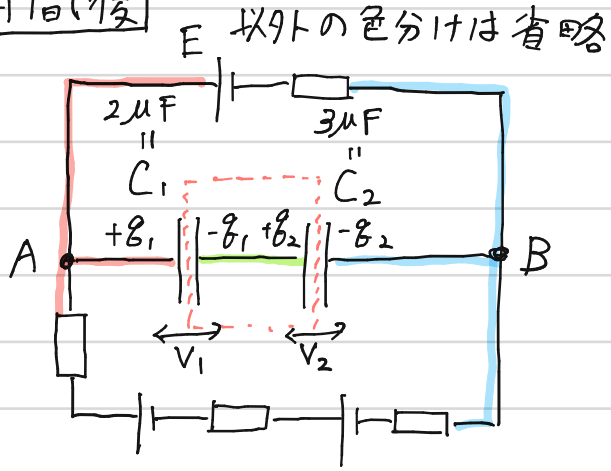
1. 直後と十分時間後を書いて.
2. キルヒホッフ則(電圧の式)
3. 電気量保存と $Q=CV$ ⇒ 連立

直後



十分時間後

コンデンサー周辺以外の色分けは省略



- キルヒホッフ則(電圧の式)をたてる.

(2)よりA → B 間が10[V]なので

$$10 = V_1 + V_2 \cdots ①$$

※「1周」という考えにこだわらなくても、電圧の式はたてられるのだ.

- [ ] の電気量保存より

$$0 = -Q_1 + Q_2 \cdots ③$$

- $Q=CV$ より

$$Q_1 = 2V_1 \cdots ④ \qquad Q_2 = 3V_2 \cdots ⑤$$

③に④.⑤を代入して

$$0 = -2V_1 + 3V_2 \Rightarrow V_1 = \frac{3}{2}V_2 \cdots ③'$$

①に③'を代入して

$$10 = \frac{3}{2}V_2 + V_2 \qquad \therefore V_2 = 4[V]$$

⑤より

$$Q_2 = 3_{[\mu F]} \cdot 4_{[V]} = \underline{12\ [\mu C]}\ //$$

(※ ①より $V_1 = 6[V]$
④より $Q_1 = 2[\mu F] \cdot 6[V] = 12[\mu C]$)

290

必要になる公式

電場E → 定義 1cの電荷が受ける力

$\Rightarrow F = qE$

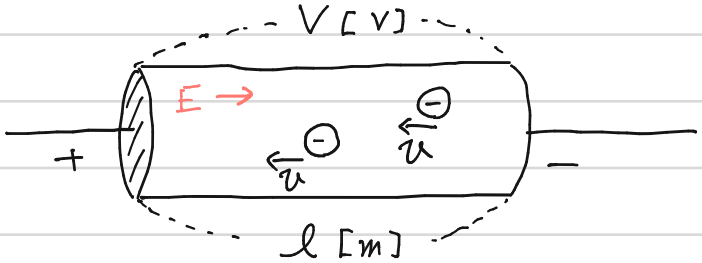
→ 電位の傾き

$\Rightarrow E = \frac{V}{d}$

電流I → 定義 1sに通る電荷の量

$\Rightarrow I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$

$\Rightarrow I = enSv$ (← 覚えておいてよい式)



(イ) 電場は電位の傾きなので

$$E = \frac{V}{d} = \frac{V}{l}$$

電場の定義 $F = qE$ より

$$f = qE = \underline{e \cdot \frac{V}{l}\ [N]}_{\text{(イ)}}$$

(ロ)

(毎秒する仕事) = (力) × (1秒の移動距離)

$\Rightarrow$ (仕事率) $p = f \times v$

$$= \underline{e\frac{V}{l}v\ [W]}_{\text{(ロ)}}$$ → ワット

(ハ) 単位体積あたり n [個] で全体積が $V = Sl\ [m^3]$ なので、全個数 N は

$$N = \underline{nSl\ [個]}_{\text{(ハ)}}$$

290 続き

(ニ) 1個あたりへの仕事率が (ロ) $p = e\frac{V}{\ell}v$ なので

N[個] にする仕事率 P は

$$P = e\frac{V}{\ell}v \cdot N = e\frac{V}{\ell}v \cdot nS\ell$$

$$= \underbrace{enSvV}_{(ニ)}\ [W]$$

⇓

これが熱エネルギーとして発生する.

(ホ) $I = \underbrace{enSv}_{(ホ)}\ [A]$ (← 覚えて使ってよい式)

(ヘ)

(ニ)式と(ホ)式より

$$P = \underbrace{IV}_{(ヘ)}\ [W]$$

これは, ジュール熱の公式 $P = IV$ を示す.

291　共通なものが何かに注目して、公式を使い分けよう。

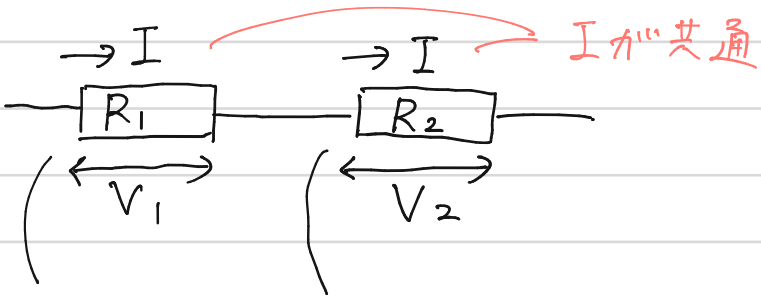
公式

$V=RI$より

$P=IV=I^2R=\frac{V^2}{R}$

$I=\frac{V}{R}$より

(1)



$Q_1=I^2R_1$　$Q_2=I^2R_2$　よって $\frac{Q_1}{Q_2}=\frac{I^2R_1}{I^2R_2}=\frac{R_1}{R_2}$ //

※ Vを使うと

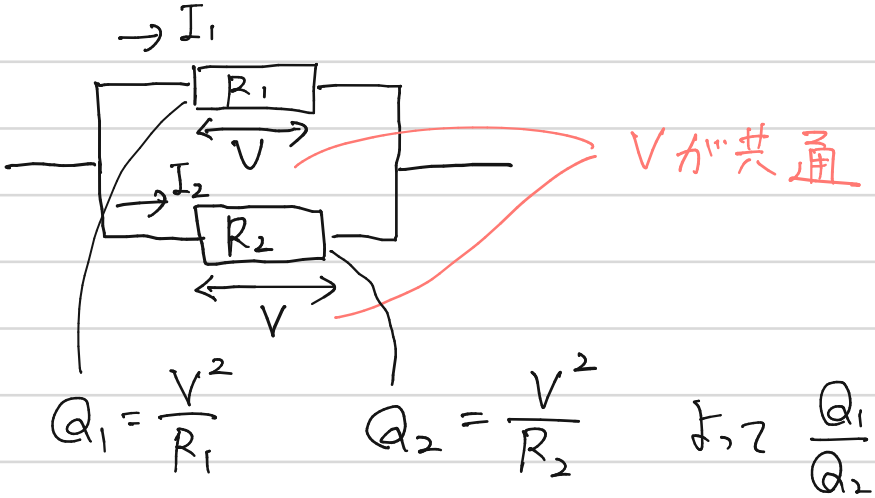
$Q_1=IV_1$　$Q_2=IV_2$

や

$Q_1=\frac{V_1^2}{R_1}$　$Q_2=\frac{V_2^2}{R_2}$

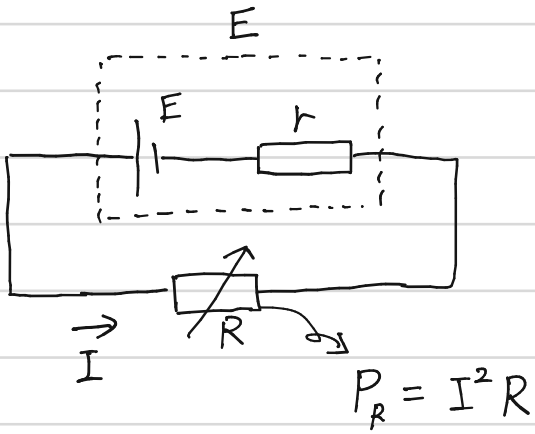
と書けるが V_1、V_2が不明なので解けない

(2)



$Q_1=\frac{V^2}{R_1}$　$Q_2=\frac{V^2}{R_2}$　よって $\frac{Q_1}{Q_2}=\frac{\frac{V^2}{R_1}}{\frac{V^2}{R_2}}=\frac{R_2}{R_1}$ //

292　物理で相加・相乗平均の関係式 $\frac{a+b}{2} \geqq \sqrt{ab}$ を使うのは
この問題と熱の超マイナーな問題の2つ.
292 は割と典型問題なのでおさえておこう.



Iがいくらか考える.
キルヒホッフ則より

$$E = \underbrace{IR}_{V_R} + \underbrace{Ir}_{V_r} \qquad \therefore\ I = \frac{E}{R+r}$$

(合成抵抗の公式を使ってもよい)

これより

$$P_R = I^2 R$$
$$= \left(\frac{E}{R+r}\right)^2 R = \frac{R}{(R+r)^2} E^2$$
$$= \frac{R}{R^2+2Rr+r^2} E^2 = \frac{1}{\underbrace{R}_{a\text{とする}} + 2r + \underbrace{\frac{r^2}{R}}_{b\text{とする}}} E^2$$

Rの関数部分. $a+b$ が最小となるときに P_R が最大といえる. ここで相加相乗平均の関係より

$$\frac{a+b}{2} \geqq \sqrt{ab} \quad \Rightarrow \quad a+b \geqq 2\sqrt{ab}$$

となり $a+b$ の最小値は $2\sqrt{ab}$ といえるのだ.

(※ ここで $a+b=2\sqrt{ab}$ となるのは $a=b$ のときということから
$R = \frac{r^2}{R}$ $\therefore\ R=r$ と求めてもよい. 今回はしてない.)

292 続き.

よって

$$P_R = \frac{1}{a+2r+b}E^2 \Rightarrow P_{max} = \frac{1}{2\sqrt{ab}+2r}E^2$$

$a+b$ の最小値は $2\sqrt{ab}$

$$= \frac{1}{2\sqrt{R\cdot\frac{r^2}{R}}+2r}E^2$$

$$= \frac{1}{2r+2r}E^2 = \underline{\frac{E^2}{4r}}$$

※ これは体系物理の解答の別解にあたる. でも入試本番でこの計算を落ちついて行うのはきびしい.
数学の力を使って解こう.

$$P = \frac{1}{R+2r+\frac{r^2}{R}}E^2$$

$R+\frac{r^2}{R}$ の最小値を求めたい.

$f(R) = R+\frac{r^2}{R}$ として

$$f'(R) = 1-r^2R^{-2} = 1-\frac{r^2}{R^2}$$

$f'(R) = 0$ となるのは

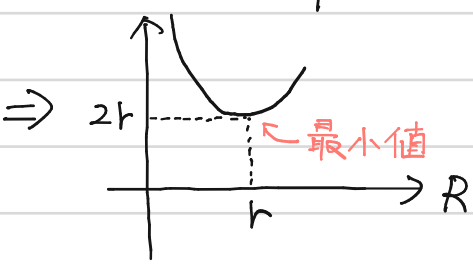
$R = r, -r$

のときである. 増減表を書くと

R>0 なので無視

R	$\cdots$	$-r$	$\cdots$	0	$\cdots$	r	$\cdots$
$f'(R)$		0			$-$	0	$+$
$f(R)$				∞		$2r$	

$f(R) = R+\frac{r^2}{R}$



292 続き

$R+\frac{r^2}{R}$ が最小値をとるのが $R=r$ のときとわかったので

$$P_R=\frac{1}{R+2r+\frac{r^2}{R}}E^2 \Rightarrow P_{max}=\frac{1}{r+2r+\frac{r^2}{r}}E^2$$

$$=\frac{1}{4r}E^2$$

※ 体系物理の模範解答にあるような

$$P=\frac{E^2}{R+2r+\frac{r^2}{R}}$$

$$=\frac{E^2}{\left(\sqrt{R}-\frac{r}{\sqrt{R}}\right)^2+4r}$$

という変形と，これによるグラフの作図は 通常しないので 無視しましょう。

相加相乗平均か 増減表を使うのが一般的です。

293

(289 に書いたものと同じ)

— コンデンサーを含む回路 —

直後 と 十分時間後で見るポイントを切り換えよう.

直後 コンデンサーの電位差に注目.

電荷 がなかったら 0[V]

あったら $Q=CV \Rightarrow V=\frac{Q}{C}$[V]

※(「直後のコンデンサーを導線を見なす」という テクニックは はじめに電荷がたまっていない 場合しか成立しない. 忘れましょう.)

十分時間後 コンデンサーに流れる電流に注目

必ず 0[A]. (交流電源だとちがうが)

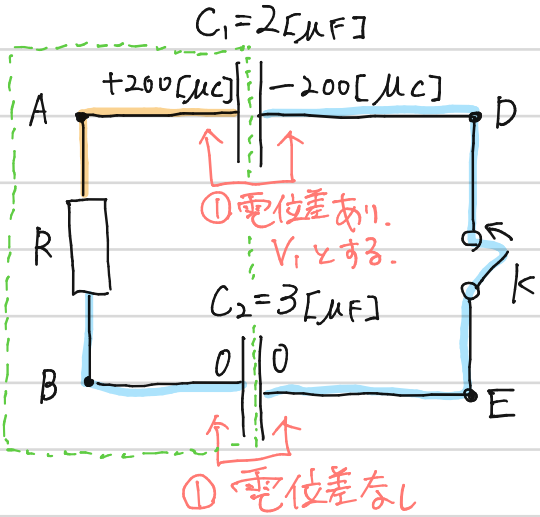
⇒ 抵抗のみで1周する経路が あれば電流が流れる.

⇒ 抵抗の情報から電位差を求めることができ. $Q=CV$ で たまっている電荷を求められる.

※(「十分時間後は断線と見なす」という テクニックは成立するけれど、しょうもないので 忘れましょう. 断線ではなく、ちゃんとそこには コンデンサーがあります.)

293 続き

直後



① 直後 はコンデンサーの電位差に最初に注目.

$Q=CV$ より

$$V_1=\frac{Q}{C}=\frac{200}{2}=100[V]$$

② 色分けをしてみる.

C_2 に電位差がないことに注意して色分けすると左図のようになる.

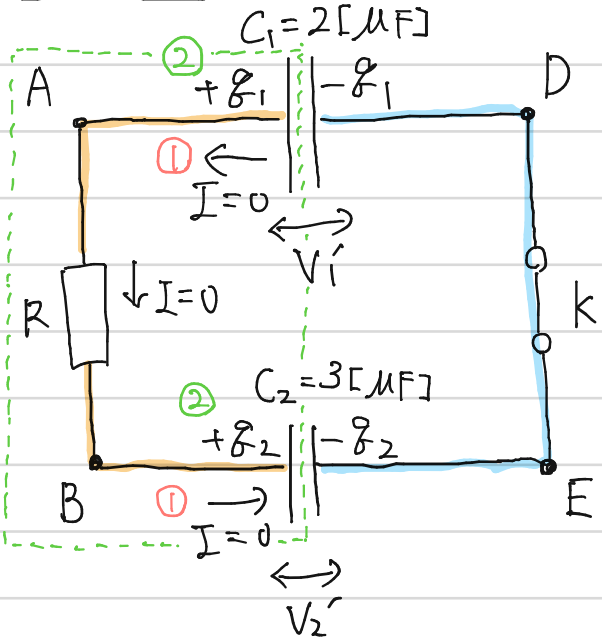
Rには V_1 と同じ大きさの電圧がかかっていることが分かる.

⇒ ABの電位差は V_1 と同じ

よって $100[V]$

(2)(3)

十分時間後



① 十分時間後 はコンデンサーに電流が流れないことに注目. ⇒ Rにも流れないことがわかる. よって $V_R=0$

(2)の答え.

② 電気量の保存より. コンデンサーに電荷は残ることが分かる.

⇒ q_1, q_2, V_1', V_2' とおく.

③ 回路の色分けを行う

⇒ $V_1'=V_2'$

となることがわかる.

293 (3) 続き.

立式を行う.

・[　　] の電気量保存より

$+200 = q_1 + q_2$ … ①式

・キルヒホッフ則より

$V_1' = V_2'$ ($\Rightarrow V$ とおく)

・$Q = CV$ より

C_1 $q_1 = 2V$ … ②式

C_2 $q_2 = 3V$ … ③式

①式に ③式 ④式 を代入して

$200 = 2V + 3V$

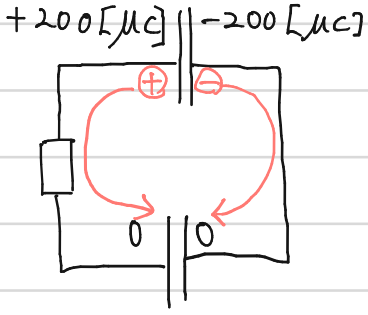
$\therefore V = 40[V]$

②式より $q_1 = 80[\mu C]$

③式より $q_2 = 120[\mu C]$

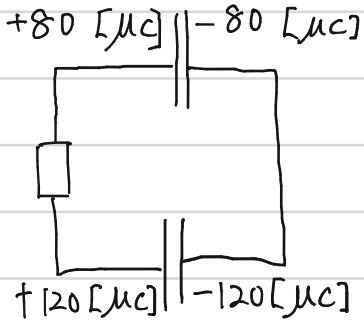
ここで電荷がどれくらい移動したか考える

直後



$\Rightarrow$

十分時間後



移動した電荷は

$120[\mu C]$ //

とわかる.

293 続き

(4) IやVが一定でないので

$P = IV = RI^2 = \frac{V^2}{R}$

の公式は使えない

⇒ 装置全体のエネルギー収支より.

(2つのコンデンサーが失ったエネルギー) = (消費された熱)

という関係から求める.

$U = \frac{1}{2}QV$ より (前) と (後) のコンデンサーのエネルギーを求めると

$U_{前} = \underbrace{\frac{1}{2} \cdot 200\times10^{-6}\,[C] \cdot 100\,[V]}_{U_1} + \underbrace{0}_{U_2} = 1.0\times10^{-2}\,[J]$

$U_{後} = \underbrace{\frac{1}{2} \cdot 80\times10^{-6}\,[C] \cdot 40\,[V]}_{U_1} + \underbrace{\frac{1}{2} \cdot 120\times10^{-6}\,[C] \cdot 40\,[V]}_{U_2}$

$= 1.6\times10^{-3} + 2.4\times10^{-3} = 4.0\times10^{-3}\,[J]$

(※体系物理では $U = \frac{1}{2}CV^2$ で計算してました)

(※エネルギー [J] をだすときは、[μC] [μF] は [C] [F] に直さないといけないので注意)

ここで失われたエネルギー量は

$U_{前} - U_{後} = 1.0\times10^{-2} - 4.0\times10^{-3}$

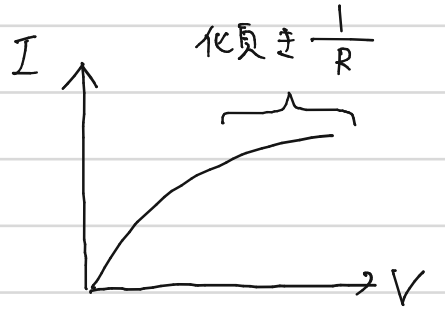
$= \underline{6.0\times10^{-3}\,[J]}$ //

294 豆電球は電流が流れると発熱し、抵抗値が増える。

$$R=\rho\frac{l}{S}$$

↑ ここが大きくなって、Rが大きくなるのだ。

するとV(I)が大きいと、Rが大きくなり、$I=\frac{1}{R}V$ のグラフを書いたときの傾きがだんだん小さくなっていくとわかる。

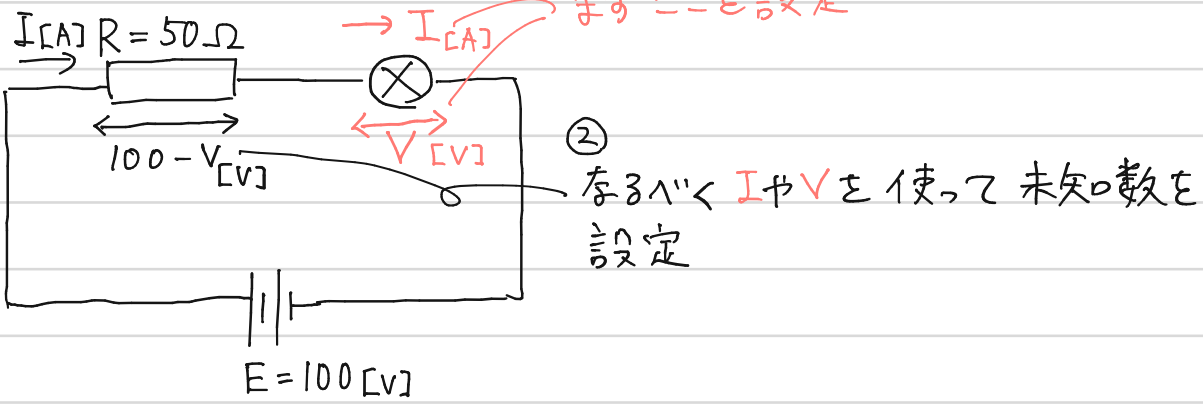


※ Rが一定値の抵抗だと、I-Vグラフは直線となる。

解法

① 豆電球のIとVを最初に文字でおく（重要）
② おいたIとVをなるべく使って、未知数を設定する。
③ 回路の式を立てる。（オームの法則やキルヒホッフ則）
④ グラフを使って解く。

(1)



抵抗Rでのオームの法則より

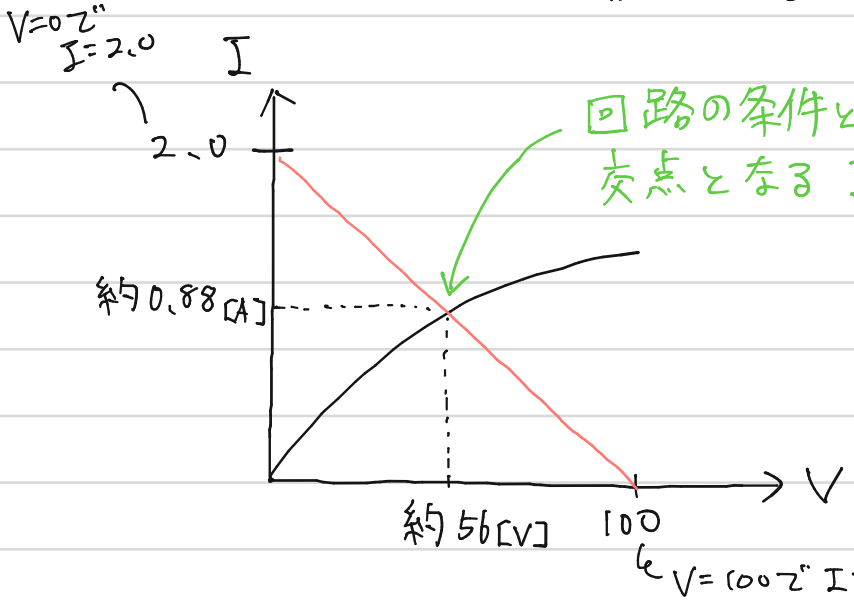
$V=RI \Rightarrow \underline{100-V=50I}$ //

294 続き

(2) 前問(1)の答えは、I-Vグラフの式の形にすると

$$I = -\frac{1}{50}V + 2$$

これをグラフに書き込む。



回路の条件と豆電球の条件を満たすのは
交点となるIとVのときである。

よって

$V = 56\,[V]$

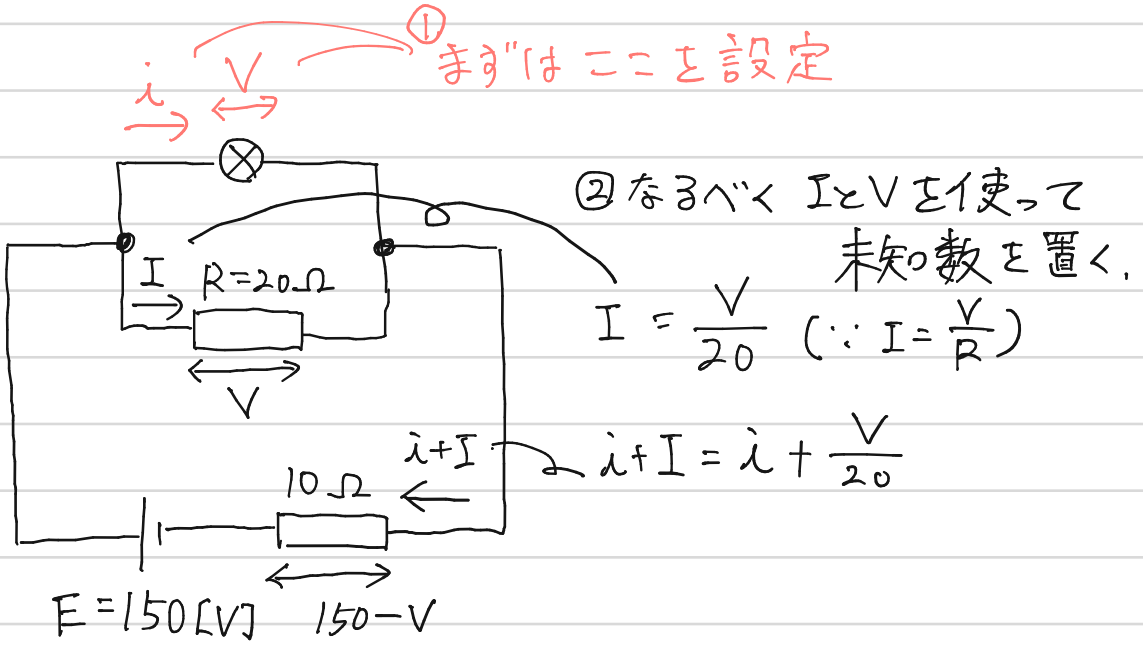
$I = 0.88\,[A]$

295

解法

① 豆電球のIとVを最初に文字でおく（重要）
② おいたIとVをなるべく使って、未知数を設定する。
③ 回路の式を立てる。（オームの法則やキルヒホッフ則）
④ グラフを使って解く。

(1)



②なるべくIとVを使って未知数を置く。

$I = \frac{V}{20}$ $(\because I = \frac{V}{R})$

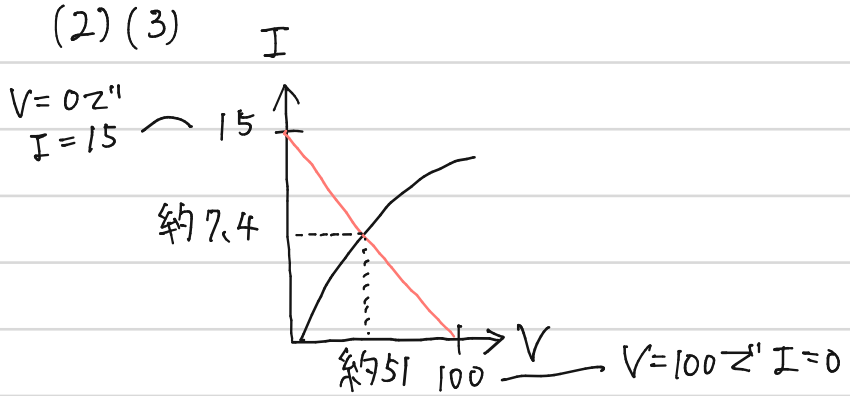
$i + I = i + \frac{V}{20}$

10Ωの抵抗でのオームの法則をたてると

$150 - V = 10 \cdot (i + \frac{V}{20})$

$\therefore i = 15 - \frac{3}{20}V$

(2)(3)



グラフの交点を読んで

$V = 51\,[V]$

$i = 7.4\,[A]$

296

(289 に書いたものと同じ)

— コンデンサーを含む回路 —

直後 と 十分時間後で見るポイントを切り換えよう.

直後 コンデンサーの電位差に注目.

電荷 がなかったら 0[V]

あったら $Q=CV \Rightarrow V=\frac{Q}{C}$[V]

※(「直後のコンデンサーを導線を見なす」というテクニックは はじめに電荷がたまっていない場合しか成立しない. 忘れましょう.)

十分時間後 コンデンサーに流れる電流に注目

必ず 0[A]. (交流電源だとちがうが)

⇒ 抵抗のみで1周する経路が あれば電流が流れる.

⇒ 抵抗の情報から電位差を求めることができ. $Q=CV$ で たまっている電荷を求められる.

※(「十分時間後は断線と見なす」というテクニックは成立するけれど、しょうもないので忘れましょう. 断線ではなく、ちゃんとそこにはコンデンサーがあります.)

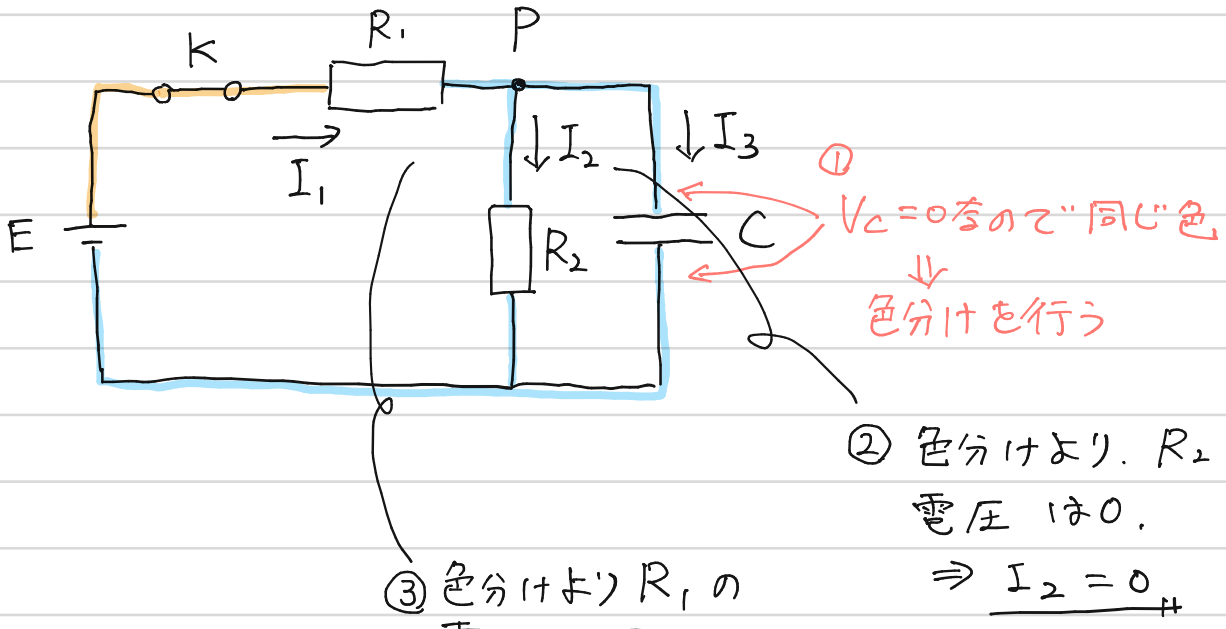
大切なので何度も書く.

296 続き

(1)

直後　最初に見るのはコンデンサーの電圧.

今回は. $Q=0$ なので $V_C=0$



④ P点でキルヒホッフ第一法則(電圧の式)をたてると

$$I_1 = I_2 + I_3$$

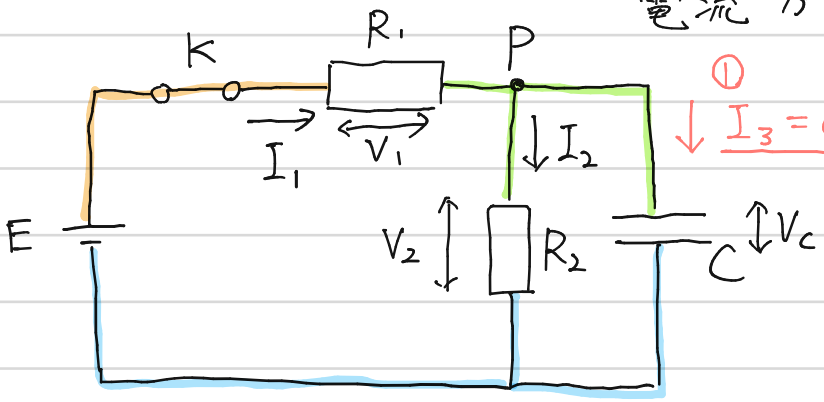
ここで $I_2=0$ なので

$$I_3 = I_1 = \frac{E}{R_1}$$

※ 上の極板に電流が流れ込み. $+$ に帯電すると見通しがたつ.

296 続き

十分時間後　最初に「コンデンサーに流れる電流が0」が決まる。⇒Rのみで回路が成立していると電流が流れる



① $I_3=0$ //(答え)　まずここが決まる

② 抵抗だけで回路が成立するので，I_1, I_2 があることがわかる

⇒色分けを行う

⇒コンデンサーに

$V_C=V_2$

の電圧がかかるとわかる。

キルヒホッフ則より

$E=V_1+V_2$　…①式

$I_3=0$ なので

$I_1=I_2$　…②式

オームの法則より

R1　$V_1=R_1I_1$ …③式　　R2　$V_2=R_2I_2$

②式より↓

$V_2=R_2I_1$ …④式

①式に，③式，④式を代入して

$E=R_1I_1+R_2I_2$

$\therefore I_1=\dfrac{E}{R_1+R_2}$ // ⇒ ②式より $I_2=\dfrac{E}{R_1+R_2}$ //

※ついでに聞かれやすいことをおさえておこう。

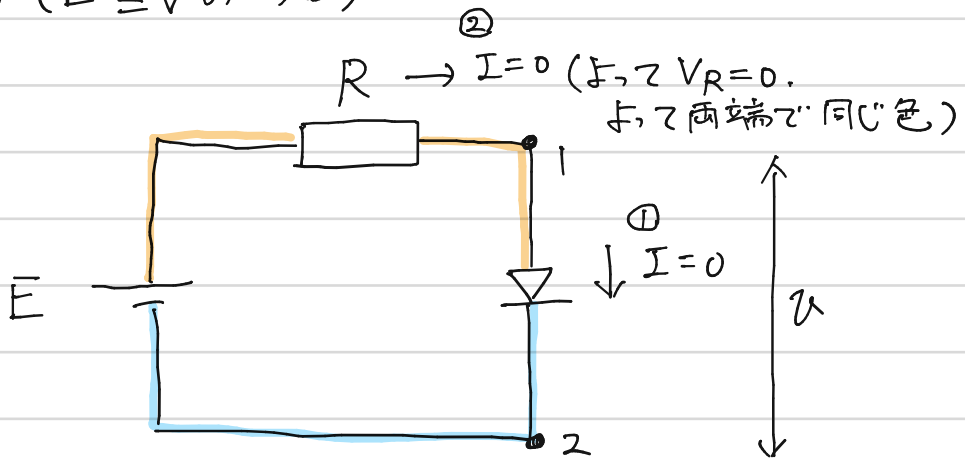
④式より　$V_2=\dfrac{R_2}{R_1+R_2}E$ ⇒

コンデンサーにたまる電荷Qは

$Q=CV_C=CV_2=\dfrac{R_2}{R_1+R_2}CE$

297 誘導に従って考えよう.

(1) ($E \leqq V$の場合)

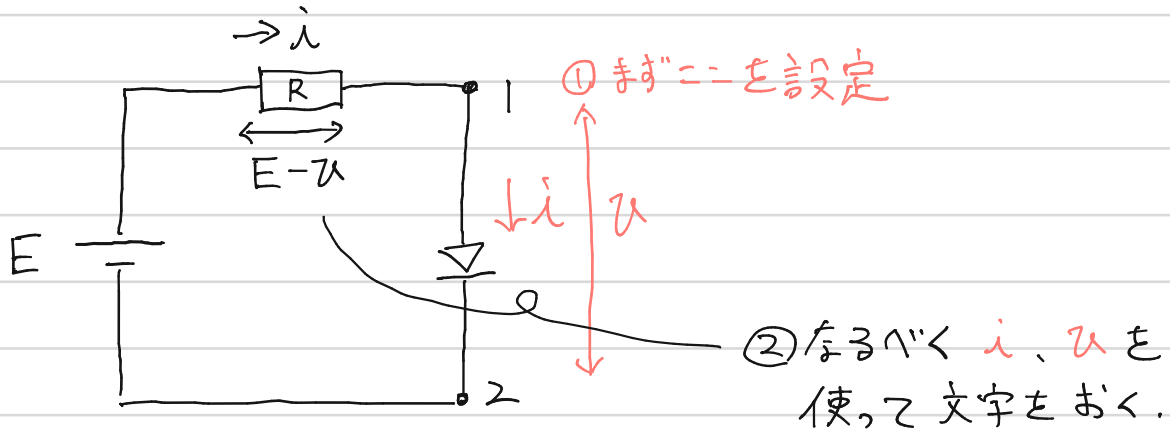


①→②の順に考えることができ.

$v = E$ ……(1)

とわかる.

(2) ($E > V$の場合) →豆電球のような特性曲線の問題と同じ.
まずはダイオードのIとVを設定する.



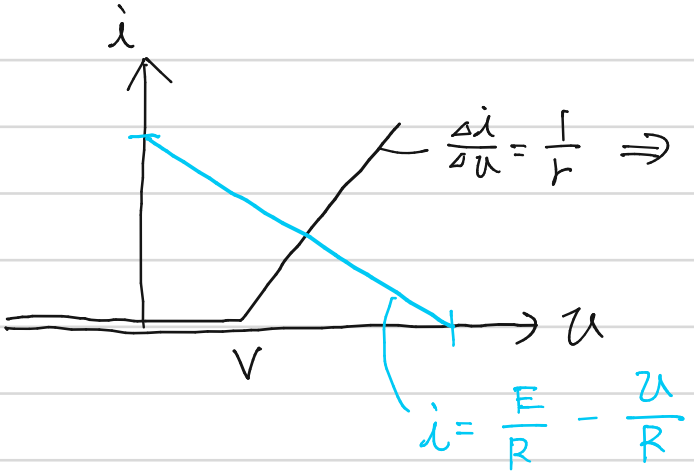
R_1のオームの法則より

$E - v = Ri$

$\Rightarrow i = \frac{E}{R} - \frac{1}{R}v$

297 (2) 続き

グラフの交点を求める.



グラフの交点を求めると

$$\frac{1}{r}(v-V)=\frac{E}{R}-\frac{v}{R}$$

$$\Rightarrow R(v-V)=Er-vr$$

$$\Rightarrow v(R+r)=Er+VR$$

$$\therefore v=\frac{Er+VR}{R+r}$$ //(ロ)

(体系物理の解説とやってることは同じ)

(ハ) $P=IV$ より求める。(特性曲線の素子なので $P=\frac{V^2}{R}$ とかはできない)

①式(グラフの式)より

$$i=\frac{1}{r}(v-V)$$

$$=\frac{1}{r}\left(\frac{Er-VR}{R+r}-V\right)=\frac{E-V}{R+r}$$

$P=IV$ より

$$P=iv=\frac{E-V}{R+r}\cdot\frac{Er+VR}{R+r}$$

$$=\frac{(E-V)(Er+VR)}{(R+r)^2}$$ //(ハ)