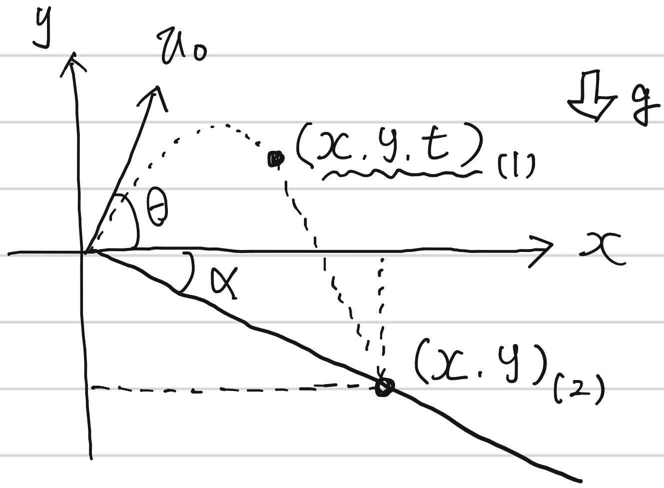
18



(1) 斜方投射の計算で求める

$\boxed{x}$ 速さ $v_0 \cos\alpha$ の等速運動なので $x = vt$ より

$$x = v_0 \cos\theta \cdot t \quad \cdots ①$$

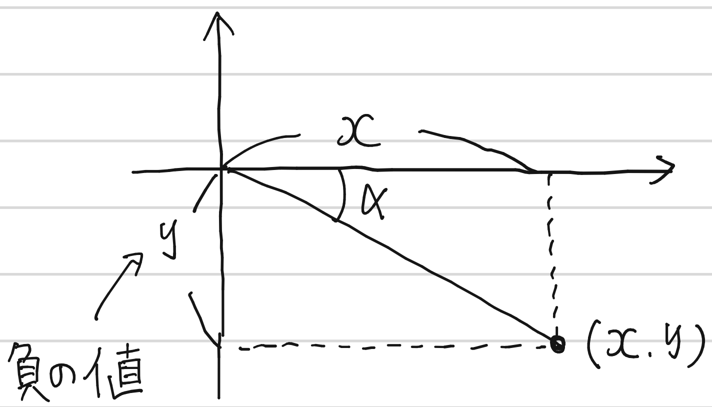
$\boxed{y}$ 初速度 $v_0 \sin\theta$ の等加速度運動なので

$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ より

$$y = v_0 \sin\theta \cdot t + \frac{1}{2}(-g) t^2$$

$$\Rightarrow y = v_0 \sin\theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \cdots ②$$

(2)



左図より

$$y = -x \tan\alpha \quad \cdots ③$$

18 続き

(3) ③式に①.②式を代入して

$$v_0 \sin\theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 = - v_0 \cos\theta \cdot t \cdot \tan\alpha$$

tについて解いて

$$t = \frac{2v_0(\sin\theta + \cos\theta \tan\alpha)}{g}$$ ← これを答えとしてok

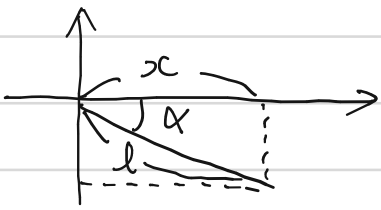
変形して

$$t = \frac{2v_0\left(\sin\theta + \cos\theta \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)}{g}$$

加法定理

$$t = \frac{2v_0(\sin\theta\cos\alpha + \cos\theta\sin\alpha)}{g\cos\alpha} = \frac{2v_0\sin(\theta+\alpha)}{g\cos\alpha}$$ //

(4)



上図より $l\cos\alpha = x$ なので

$$l = \frac{x}{\cos\alpha}$$

① 式：$x = v_0\cos\theta \cdot t$ を代入.

$$l = \frac{v_0\cos\theta \cdot t}{\cos\alpha}$$

(3)の答えを代入

$$l = \frac{v_0\cos\theta}{\cos\alpha} \cdot \frac{2v_0\sin(\theta+\alpha)}{g\cos\alpha}$$

$$l = \frac{\boxed{2v_0^2\sin(\theta+\alpha)\cos\theta}}{g\cos^2\alpha}$$

問題文にある公式より
この部分が $\sin(2\theta+\alpha)+\sin\alpha$
と変形できる。

$$\therefore\ l = \frac{v_0^2\{\sin(2\theta+\alpha) + \sin\alpha\}}{g\cos^2\alpha}$$ //

※これで θを変数だったとき $\sin(2\theta+\alpha)$ の項だけに注目すれば
よくなる。

18 続き

(5) 前問 (4) の l が最大となる θ を解けばよい。

$$l = \frac{v_0^2\{\boxed{\sin(2\theta+\alpha)}+\sin\alpha\}}{g\cos^2\alpha}$$

ここが変数となり、1となるとき最大

$\sin(2\theta+\alpha)=1$ を θ について解いて

$$2\theta+\alpha = 90^\circ$$

$$2\theta = 90^\circ-\alpha$$

$$\therefore \theta = \frac{90^\circ-\alpha}{2}$$

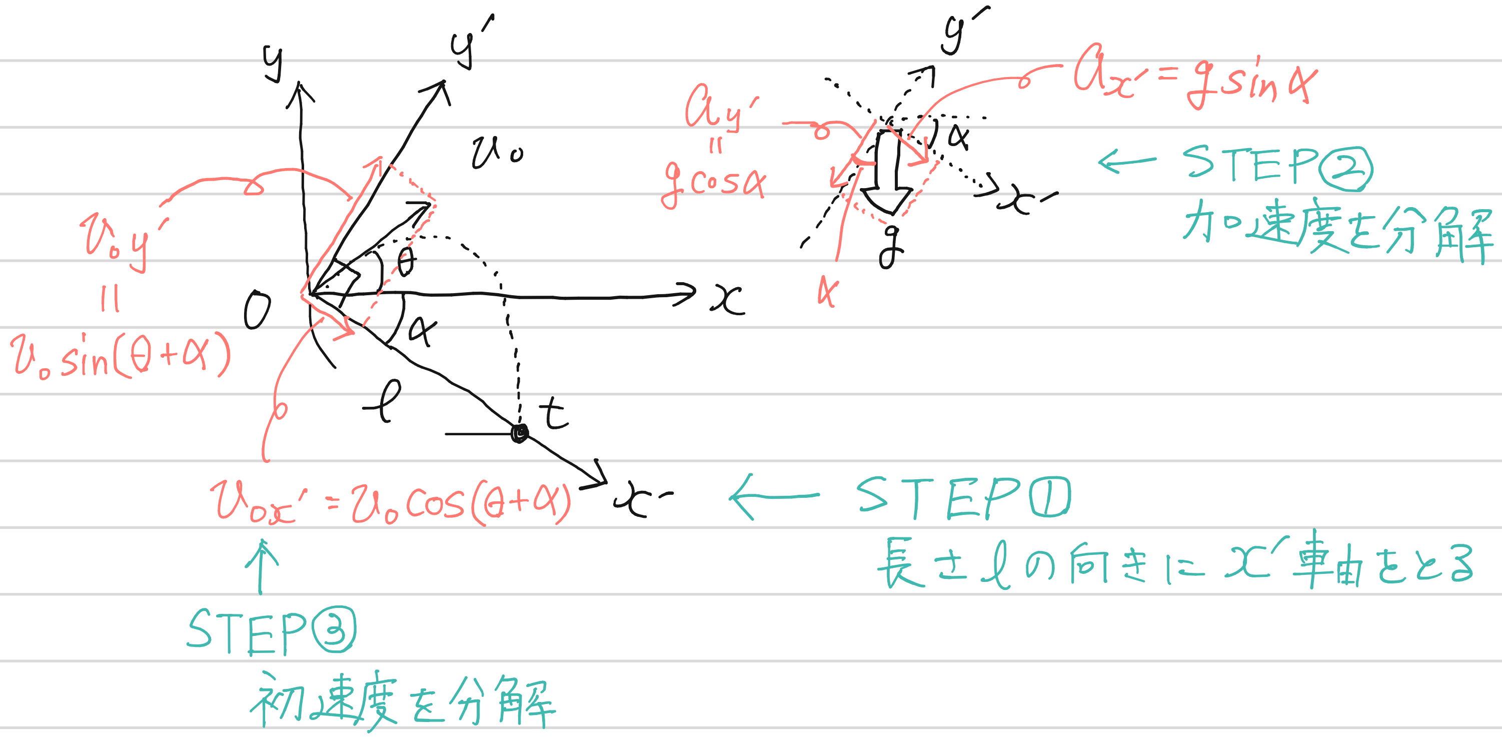
このときの l を求めると

$$l = \frac{v_0^2(1+\sin\alpha)}{g\cos^2\alpha}$$

18 続き

※ 別解がとても大切 ((3)(4))

テーマ　座標軸の変換



このように軸をとると $x'=l$, $y'=0$ と斜面にぶつかったときの座標を示せる。等加速度運動の式を立式すると、

$\boxed{x'}$

$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$ より

$l=v_{0x}\cdot t+\frac{1}{2}a_x t^2$

$l=v_0\cos(\theta+\alpha)\cdot t+\frac{1}{2}g\sin\alpha\cdot t^2$ …④

$\boxed{y'}$

$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$ より

$0=v_{0y}\cdot t+\frac{1}{2}(-a_{y'})t^2$

$0=v_0\sin(\theta+\alpha)\cdot t-\frac{1}{2}g\cos\alpha\cdot t^2$ …⑤

⑤より t を求めると

$0=v_0\sin(\theta+\alpha)+\frac{1}{2}g\cos\alpha\cdot t$

$t=\dfrac{2v_0\sin(\theta+\alpha)}{g\cos\alpha}$ // (3) 解答

$\boxed{18}$ 大切な別解続き。

④にtを代入して

$$\ell = v_0\cos(\theta+\alpha)\cdot\frac{2v_0\sin(\theta+\alpha)}{g\cos\alpha} + \frac{1}{2}g\sin\alpha\left\{\frac{2v_0\sin(\theta+\alpha)}{g\cos\alpha}\right\}^2$$

$$\ell = \frac{2v_0^2\cos(\theta+\alpha)\cdot\sin(\theta+\alpha)}{g\cos\alpha} + \frac{\cancel{4}^{2}v_0^2\cancel{g}\sin\alpha\cdot\sin^2(\theta+\alpha)}{\cancel{2}g^{\cancel{2}}\cos^2\alpha}$$

$$\ell = \frac{2v_0^2\cos\alpha\cdot\cos(\theta+\alpha)\cdot\sin(\theta+\alpha) + 2v_0^2\sin\alpha\cdot\sin^2(\theta+\alpha)}{g\cos^2\alpha}$$

$$\ell = \frac{2v_0^2\sin(\theta+\alpha)}{g\cos^2\alpha}\cdot\left\{\cos\alpha\cdot\cos(\theta+\alpha) + \sin\alpha\cdot\sin(\theta+\alpha)\right\}$$

$$\ell = \frac{2v_0^2\sin(\theta+\alpha)}{g\cos^2\alpha}\left\{\cos\alpha(\cos\theta\cos\alpha - \cancel{\sin\theta\sin\alpha}) + \sin\alpha(\cancel{\sin\theta\cos\alpha} + \cos\theta\sin\alpha)\right\}$$

$$\ell = \frac{2v_0^2\sin(\theta+\alpha)}{g\cos^2\alpha}\left\{\cos\theta(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha)\right\}$$

$$\ell = \frac{2v_0^2\sin(\theta+\alpha)}{g\cos^2\alpha}\cdot\cos\theta$$ ← (4)の途中ででてきた式

⇓ (4)と同様に変形して

$$\ell = \frac{v_0^2\{\sin(2\theta+\alpha) + \sin\alpha\}}{g\cos^2\alpha}$$ // (4) 答え