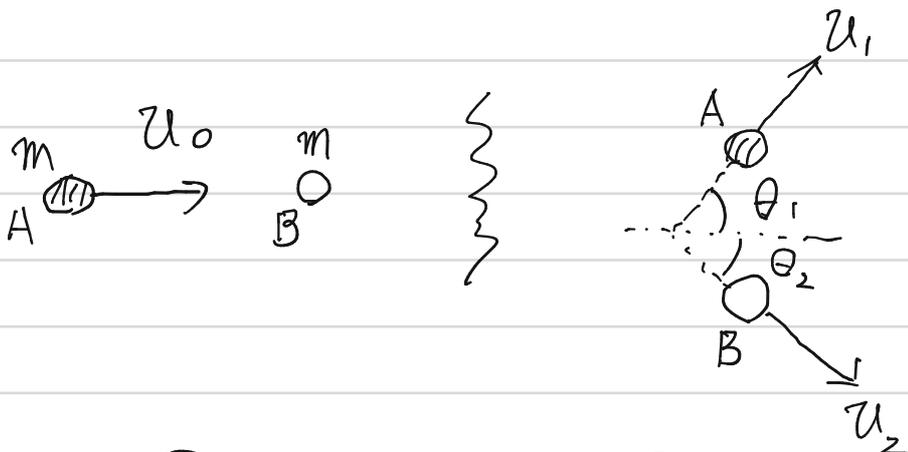


89 運動量はベクトル量なので成分にわけて保存則を立てる。



前

後

$$x: \quad m u_0 = m u_1 \cos \theta_1 + m u_2 \cos \theta_2$$

$$\Rightarrow u_0 = u_1 \cos \theta_1 + u_2 \cos \theta_2 \dots \textcircled{1}$$

$$y: \quad 0 = m u_1 \sin \theta_1 + (-m u_2 \sin \theta_2)$$

*上向き正

$$\Rightarrow 0 = u_1 \sin \theta_1 - u_2 \sin \theta_2 \dots \textcircled{2}$$

また、弾性衝突とかがれているので、 $e=1$ の衝突であるといえ、 $e=1$ なので力学的エネルギーも保存する。

$$\frac{1}{2} m u_0^2 = \frac{1}{2} m u_1^2 + \frac{1}{2} m u_2^2$$

$$\Rightarrow u_0^2 = u_1^2 + u_2^2 \dots \textcircled{3}$$

①を辺々2乗して

$$u_0^2 = u_1^2 \cos^2 \theta_1 + 2 u_1 u_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 + u_2^2 \cos^2 \theta_2$$

②を辺々2乗して

$$0 = u_1^2 \sin^2 \theta_1 - 2 u_1 u_2 \sin \theta_1 \sin \theta_2 + u_2^2 \sin^2 \theta_2$$

89 続き

2式をたして

$$\begin{aligned} u_0^2 &= u_1^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) \\ &\quad + 2u_1 u_2 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2) \\ &\quad + u_2^2 (\sin^2 \theta_2 + \cos^2 \theta_2) \end{aligned}$$

問題文に書かれている公式

$$\begin{aligned} \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2 &= \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad \checkmark \\ \sin^2 \theta + \cos^2 \theta &= 1 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$\Rightarrow u_0^2 = u_1^2 + 2u_1 u_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + u_2^2$$

③式を代入して、

$$u_1^2 + u_2^2 = u_1^2 + 2u_1 u_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + u_2^2$$

$$\Rightarrow 0 = 2u_1 u_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

$$\Rightarrow \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0$$

よって

$$\underline{\theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2}} \quad \#$$