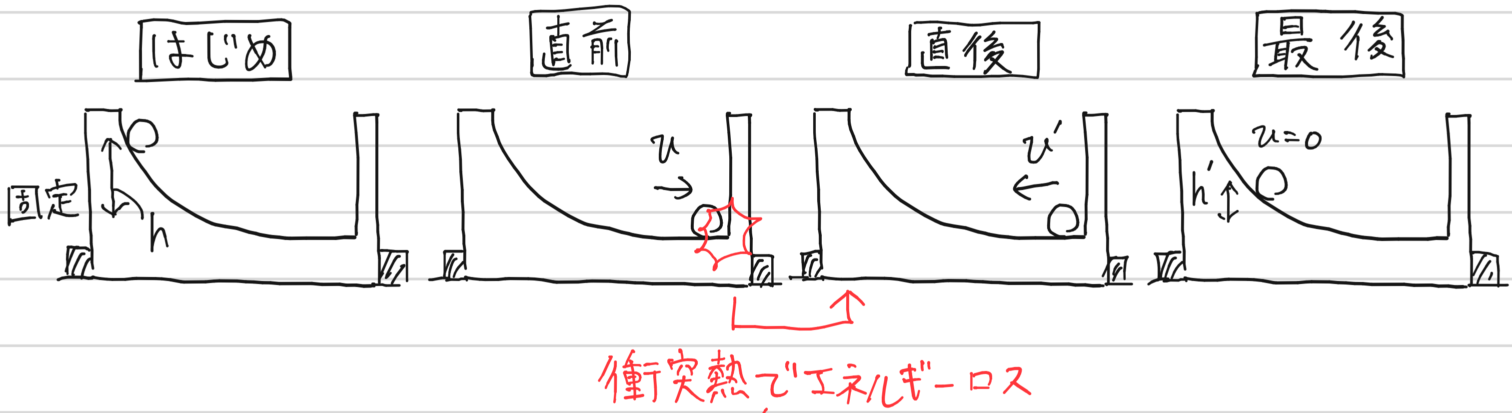
93 相互作用あり → 系全体に着目することを意識する

(1),(2)



はじめ = 直前　　直後 = 最後

直前と直後は保存しない

(1) (はじめ) = (直前) の エネ保存

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\therefore v = \sqrt{2gh}$$

(2) (直前) → (直後) での 反発係数の式 $e = \frac{|\text{遠ざかる}|}{|\text{近づく}|}$ より

$$e = \frac{v'}{v} \Rightarrow v' = ev \Rightarrow v' = e\sqrt{2gh}$$

(直後) = (最後) の エネルギー保存より

$$\frac{1}{2}mv'^2 = mgh'$$

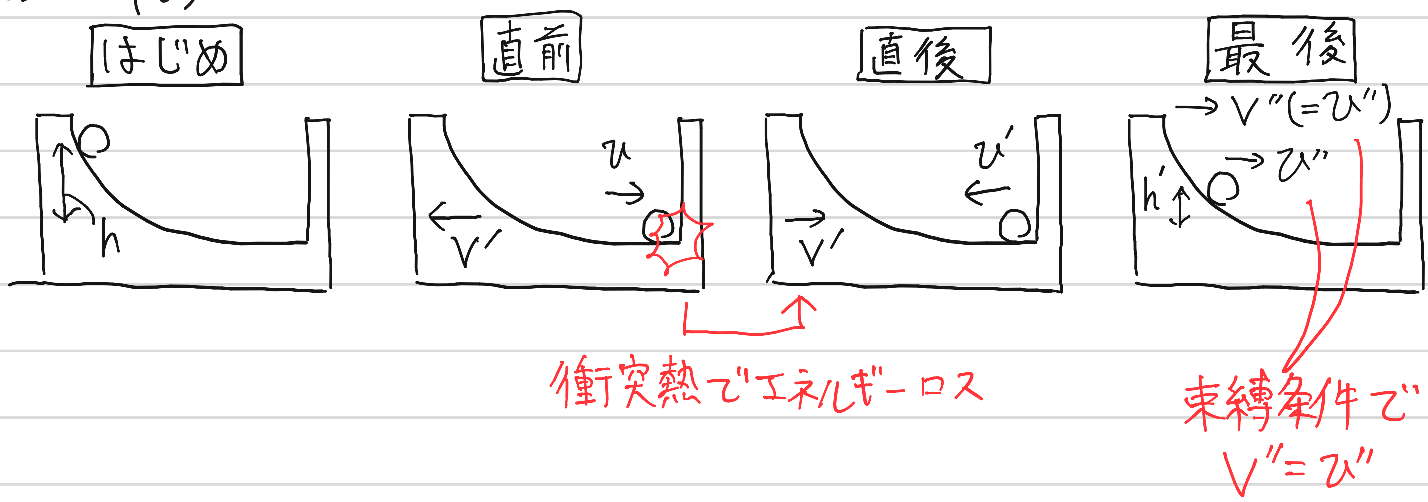
$$\Rightarrow \frac{1}{2}m\cdot(e\sqrt{2gh})^2 = mgh'$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}me^2\cdot 2gh = mgh'$$

$$\therefore h' = e^2h \Rightarrow e^2\text{倍}$$

$\boxed{93}$ 続き

(3) 〜 (6)



(3) 水平の運動量保存より

(はじめ) = (直前)

$0 = mv - MV \Rightarrow mv = MV \cdots ①$

系全体のエネルギー保存より

(はじめ) = (直前)

$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 \cdots ②$

①, ②を連立して

$v = \sqrt{\frac{2M}{M+m}gh}$ // $\quad V = \frac{m}{M}\sqrt{\frac{2M}{M+m}gh}$ //

※計算過程

$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}M\left(\frac{m}{M}v\right)^2 \quad \left(\because V = \frac{m}{M}v\right)$

$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2}\left(m + \frac{m^2}{M}\right)v^2$

$\cancel{m}gh = \frac{1}{2}\left(\frac{\cancel{m}M + m^{\cancel{2}}}{M}\right)v^2$

$v^2 = \frac{2M}{M+m}gh \qquad \therefore v = \sqrt{\frac{2M}{M+m}gh}$ //

93 続き

(4) 水平の運動量保存より

(直前) = (直後)

$mv - MV = -mv' + MV'$

これで解くと大変なので他のところで保存則をたてる。

⇓

(はじめ) = (直後)

$0 = -mv' + MV'$

$\Rightarrow V' = \frac{m}{M} v'$ …③

(はじめ) = (直前)

$0 = mv - MV$

$\Rightarrow V = \frac{m}{M} v$ …③

反発係数の式より

$$e = \frac{v' + V'}{v + V}$$

$\Rightarrow e(v + V) = v' + V'$ …④

④に③を代入して

$$e\left(v + \frac{m}{M} v\right) = v' + \frac{m}{M} v'$$

$$\Rightarrow ev\cancel{\left(1 + \frac{m}{M}\right)} = v'\cancel{\left(1 + \frac{m}{M}\right)}$$

$$\Rightarrow \underline{v' = ev} \quad \left(v' = e\sqrt{\frac{2M}{M+m} gh}\right)$$

同様に v, v' を消すように計算して

$$\underline{V' = eV} \quad \left(V' = e\frac{m}{M}\sqrt{\frac{2M}{M+m} gh}\right)$$

この形を要求されることもある。計算練習は必要!!

$\boxed{93}$ 続き

(5) エネルギーは衝突でのロスがあるので
(直後)→(最後)でたてるしか無い

$$\frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}MV'^2 = \frac{1}{2}mV''^2 + \frac{1}{2}MV''^2 + mgh' \quad \cdots ⑤$$

水平の運動量保存より
(はじめ) = (最後)

$$0 = mV'' + MV'' \Rightarrow \underline{V'' = 0}_{//}$$

⑤に代入して

$$\frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}MV'^2 = mgh'$$

(4)の $v' = ev$, $V' = eV$ を代入して

$$\frac{1}{2}m(ev)^2 + \frac{1}{2}M(eV)^2 = mgh'$$

$$\Rightarrow e^2\left(\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2\right) = mgh'$$

$\boxed{\text{はじめ}} = \boxed{\text{直前}}$ のエネ保存より

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mV^2$$

なので、代入して

$$e^2 \cdot mgh = mgh'$$

$$\therefore h' = \underline{e^2 h}_{//}$$

$\boxed{93}$ 続き

(6) ・運動量は距離の議論は苦手

・エネルギーは、直線運動の距離や、ばねの長さに関しては得意だが、曲面運動にそった距離は苦手

という感じなので、(6)のような水平距離はどちらでも考えづらいのだ。

そこで、『重心の速度』を用いると、出せることがある。

重心の $\boxed{公式}$

$$x_G = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

$\Downarrow$

重心の速度

$$v_G = \frac{\Delta x_G}{\Delta t} = \frac{m_1 \frac{\Delta x_1}{\Delta t} + m_2 \frac{\Delta x_2}{\Delta t}}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

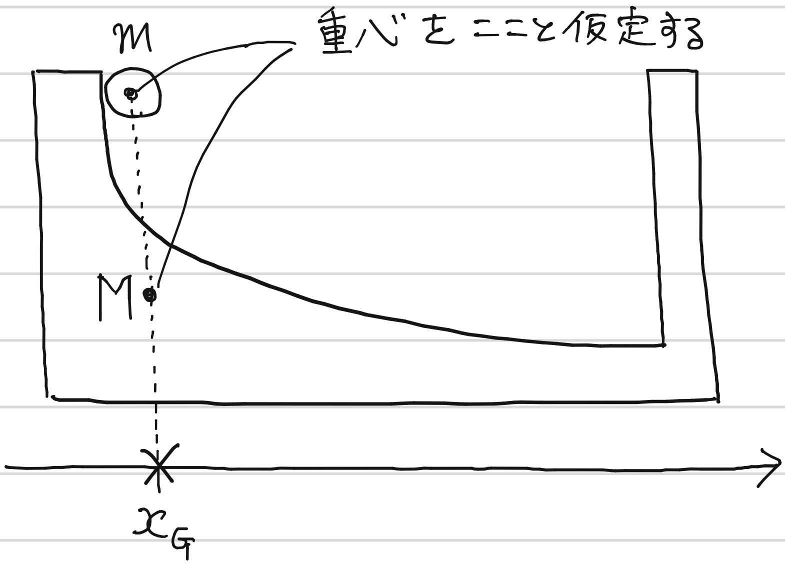
運動量の和が保存するなら
$v_G = (一定)$ といえるのだ

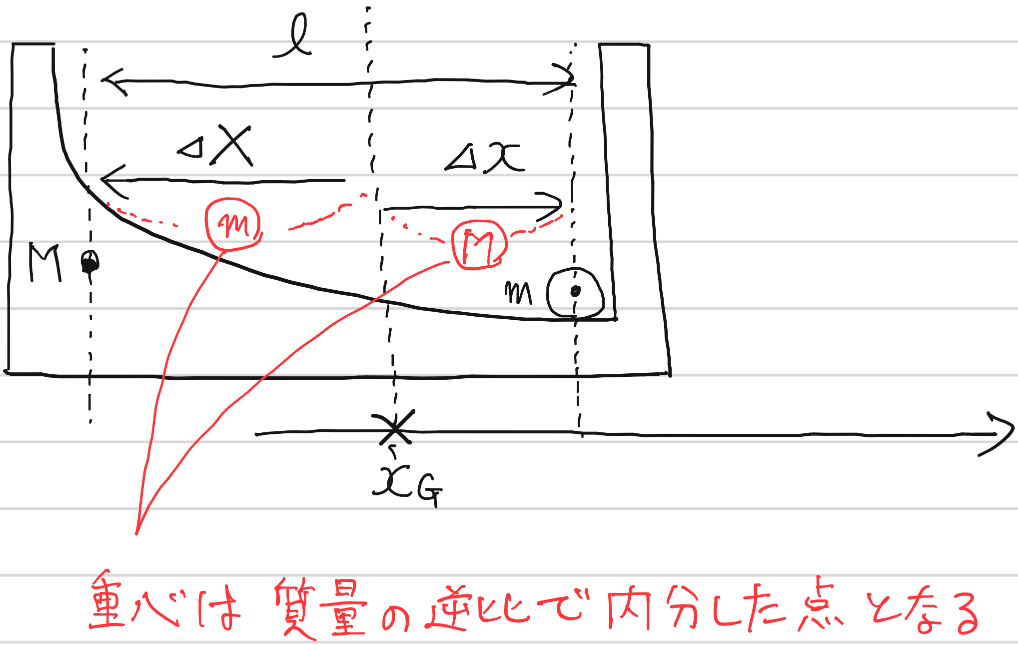
今回、はじめの運動量の和が0なので

$v_G = 0$

であり、重心の位置は変わらないといえるのである。

93 (6)続き





この図より

$$l = \Delta X + \Delta x \Rightarrow \Delta x = l - \Delta X \quad \cdots ⑥$$

かつ

$$\Delta X : \Delta x = m : M$$

$$\Rightarrow m\Delta x = M\Delta X \quad \cdots ⑦$$

⑥を⑦に代入して

$$m(l - \Delta X) = M\Delta X$$

$$\Rightarrow ml - m\Delta X = M\Delta X$$

$$\therefore \Delta X = \frac{m}{m+M} l$$

$M \to \infty$ ならほぼうごかないといえる.