$\boxed{136}$

(1) 地表での万有引力と mg の関係より

$$G\frac{mM}{R^2} = mg$$

ここで 密度 ρ と体積 V の関係より

$$M = \rho V$$
$$= \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$$

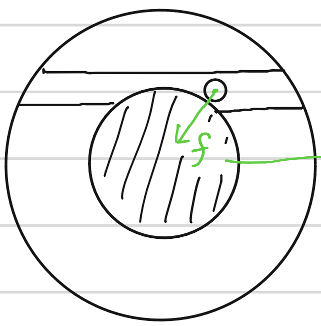
これを代入すると

$$G\frac{m\cdot\frac{4}{3}\pi\rho R^3}{R^2} = mg$$

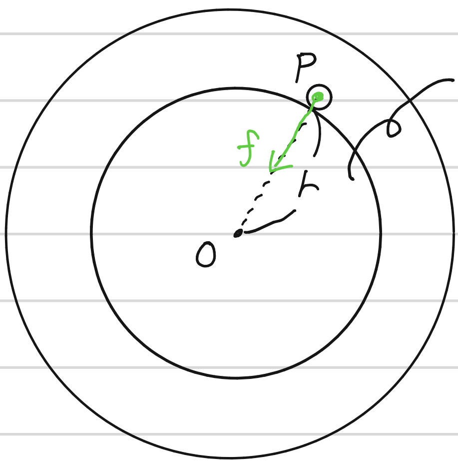
$$\therefore\ mg = \underline{\frac{4}{3}\pi G\rho R m}\ /\!/$$

(2)

(a)



f は $\boxed{\text{斜線}}$ 部分の質量 M' との間の万有引力と同じ大きさ。
ということを問題文で説明してくれている。



内側の $M' = \rho\cdot\frac{4}{3}\pi r^3$ なので

$$f = G\frac{mM'}{r^2}$$

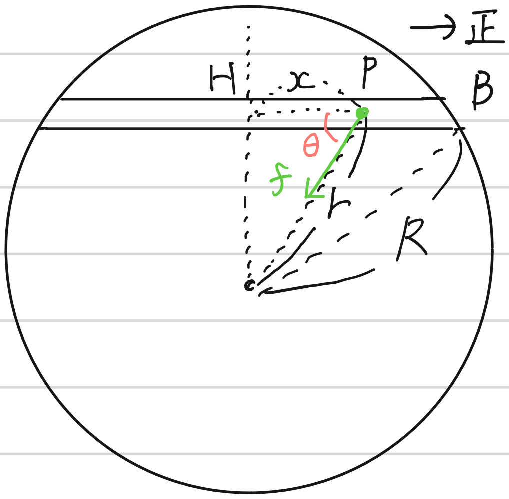
$$= G\frac{m\left(\frac{4}{3}\pi r^3\rho\right)}{r^2} = \underline{\frac{4}{3}\pi G\rho r m}\ /\!/$$

(b) (1)と(2)(a)の式を辺々割り算して

$$\frac{f}{mg} = \frac{r}{R} \quad \Rightarrow \quad f = \underline{mg\frac{r}{R}}\ /\!/$$

$\boxed{136}$ 続き

(3)



トンネル方向の力 F は

$$F = -f\cos\theta$$

ここで

$$f = mg\frac{r}{R},\quad \cos\theta = \frac{x}{r}$$

より

$$F = -mg\frac{r}{R}\cdot\frac{x}{r}$$

$$= \underline{-\frac{mg}{R}x}_{\,/\!/}$$

(4) 前問(3)で求めた力は復元力の条件を満たしている。

$$F = \underbrace{-}_{x\text{と逆向き。}}\frac{mg}{R}\underbrace{x}_{x\text{に比例}}$$

よって物体は単振動するといえる。運動方程式をたてると

$$ma = F$$

$$\Rightarrow -m\omega^2 x = -\frac{mg}{R}x$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$$

単振動の周期は

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$$

B→A は $\frac{1}{2}$ 周期なので

$$\underline{t = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{R}{g}}}_{\,/\!/}$$