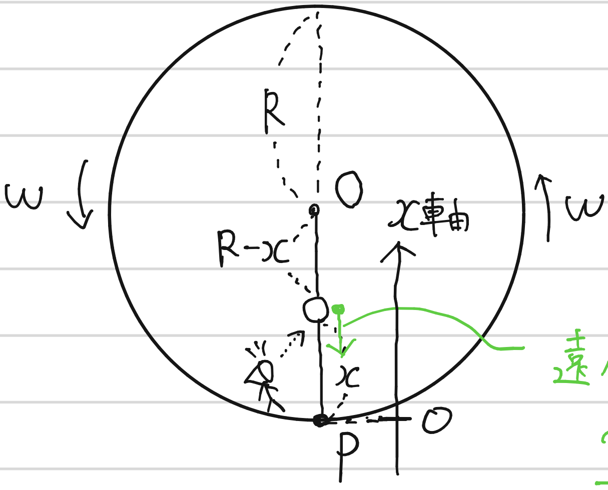
$\boxed{137}$

(ア)

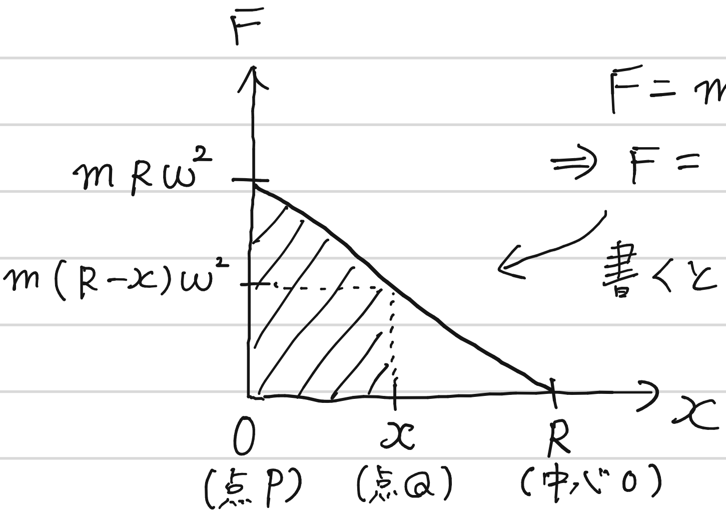


遠心力

$m(R-x)\omega^2$ //(イ)

これが重力のように見える。
(見かけの重力)

(イ) 遠心力は、xによって大きさが変わるので、F−xグラフの面積で仕事の量を考える。



$F = m(R-x)\omega^2$

$\Rightarrow F = mR\omega^2 - mx\omega^2$

xの1次関数とわかる。

書くとこうなる。

面積は

$$\{mR\omega^2 + m(R-x)\omega^2\} \cdot x \cdot \frac{1}{2}$$

$$= (2mR\omega^2 - mx\omega^2) \cdot x \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} m(2R-x)x\omega^2 \quad //$$

$\boxed{137}$ 続き

(ウ) 仕事とエネルギーの関係より

$$\underbrace{\frac{1}{2}mv_0^2}_{K前} - \underbrace{\frac{1}{2}m(2R-R)R\omega^2}_{\substack{P\to Oでの遠心力の仕事(負)\\ ((ロ)の x に R を代入)}} = \underbrace{0}_{K後}$$

$$\Rightarrow v_0^2 = R^2\omega^2$$

$$\therefore v_0 = \underline{R\omega}_{//} \quad (ウ)$$

※ (イ) の流れから考えると
遠心力による位置エネルギーを

$$U = \frac{1}{2}m(2R-x)x\omega^2 \quad (Pが基準)$$

といえると考えて、力学的エネルギー保存の式

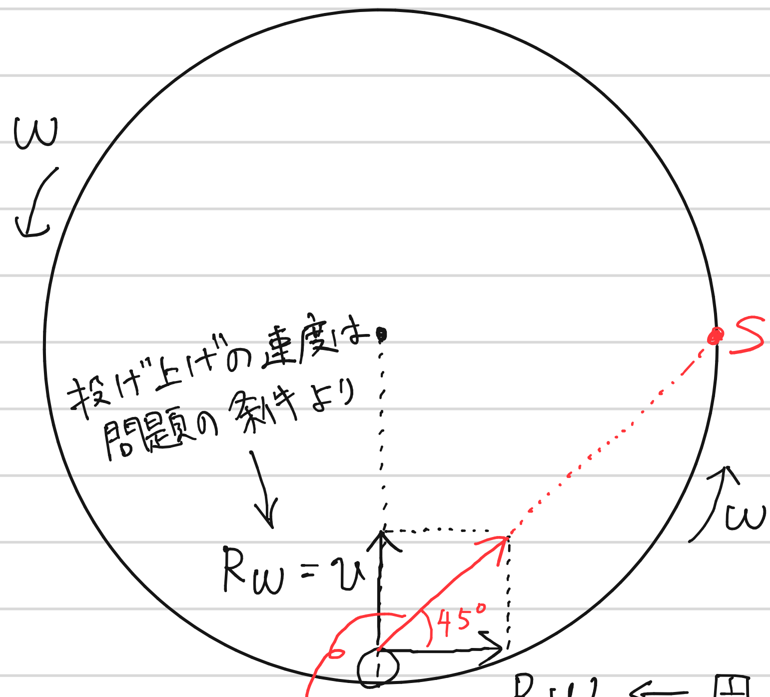
$$\underbrace{\frac{1}{2}mv_0^2}_{Pの力学エネ} = \underbrace{\frac{1}{2}m(2R-R)R\omega^2}_{Oの力学エネ}$$

とした方が、問題の意図にあっている。

137 続き

(エ) 棒がないと、外から見て、きれいな円軌道の一部になるとは限らないので、見かけの重力が遠心力 $F = m(R-x)\omega^2$ となるとは限らない。

⇒ 一旦、外から見てどんな動きをするか考える。

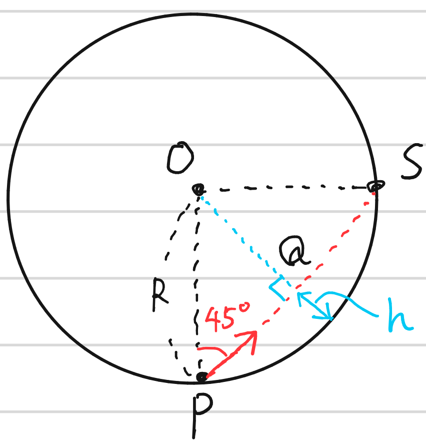


$R\omega$ ← 円運動の速さを持ってスタートする。

合成速度 $\sqrt{2}R\omega$

(力を受けないので等速直線運動して点Sに向かう)

図形的に考えて、内壁から最も高くなるときは、垂線が最も長くなるときで、その高さをhとすると、下図の位置となる。



すると $\overline{OQ} = \frac{1}{\sqrt{2}}R$ であり、$h = R - \overline{OQ}$ なので

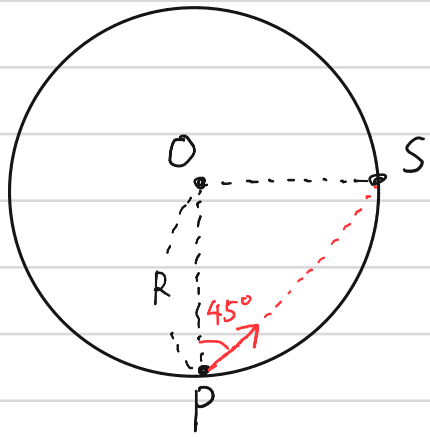
$$h = R - \frac{1}{\sqrt{2}}R$$

$$= \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}R$$

$$\therefore h = \frac{2-\sqrt{2}}{2}R$$ …(エ)

137 続き

(オ)



球は ⋯ の経路を $v=\sqrt{2}R\omega$ で等速直線運動する.

図形的に考えて

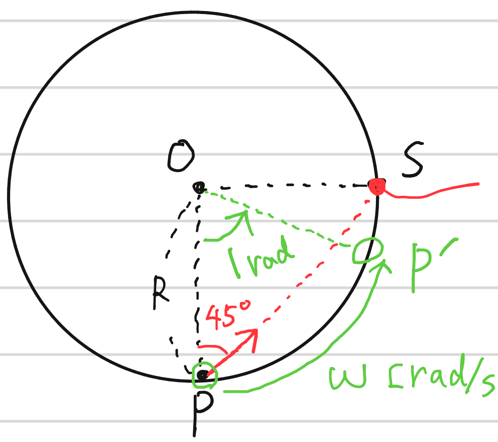
$$\overline{PS}=\sqrt{2}R$$

なので

$$t=\frac{\overline{PS}}{v}=\frac{\sqrt{2}R}{\sqrt{2}R\omega}$$

$$\therefore t=\frac{1}{\omega} \text{ // (オ)}$$

(カ)(キ) $t=\frac{1}{\omega}$ での宇宙ステーションの動きと比べてみる.



$\overset{\frown}{PS}$ は $\frac{\pi}{2}$ rad 分の弧の長さなので

$$\overset{\frown}{PS}=R\cdot\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}R$$

$\overset{\frown}{PP'}$ は 1 rad 分の弧の長さなので

$$\overset{\frown}{PP'}=R\cdot 1=R$$

$\overset{\frown}{PS}>\overset{\frown}{PP'}$ とわかったので前方 // (キ) に落ちるとわかる。その距離は

$$\overset{\frown}{PS}-\overset{\frown}{PP'}=\frac{\pi}{2}R-R=\left(\frac{\pi}{2}-1\right)R \text{ // (カ)}$$