

144

(ア) 前問 142 (ク) より

$$P = \frac{Nm}{3V} \overline{v^2} = \frac{2N}{3V} \cdot \frac{1}{2} m \overline{v^2} \dots \textcircled{1}$$

(イ) エネルギーの等分配則

$$\frac{1}{2} m \overline{v_x^2} = \frac{1}{2} m \overline{v_y^2} = \frac{1}{2} m \overline{v_z^2}$$

の=と。(覚える必要はない)

前問 143 の
問題文に

書いてある=と

これをボルツマン定数 k を用いて示すと

$$\frac{1}{2} m \overline{v_x^2} = \frac{1}{2} m \overline{v_y^2} = \frac{1}{2} m \overline{v_z^2} = \frac{1}{2} kT$$

と示す。(そのように定義されている。覚える必要はない)

∴

$$\frac{1}{3} \overline{v^2} = \overline{v_x^2} \Rightarrow \overline{v^2} = 3 \overline{v_x^2}$$

よって

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m \overline{v^2} &= 3 \cdot \frac{1}{2} m \overline{v_x^2} \\ &= 3 \cdot \frac{1}{2} kT \\ &= \frac{3}{2} kT \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

(ウ) ①・②より

$$\begin{aligned} P &= \frac{2N}{3V} \cdot \frac{3}{2} kT \\ &= \frac{NkT}{V} \end{aligned}$$

(エ) ボルツマン定数 k は $k = \frac{R}{N_A}$ としている。(覚えるなくてよい)

(ウ) の式を変形して

$$PV = NkT \xrightarrow{k \text{ を代入}} PV = \frac{N}{N_A} RT \Rightarrow PV = \underline{nRT} \textcircled{\text{エ}}$$

高校物理では、 $PV = nRT$ を理屈なしで「成立する式」として使ってもいいが、この問題は $PV = nRT$ がエネルギー分配則から由来していることを示した問題である。教養として知っておいてよい。