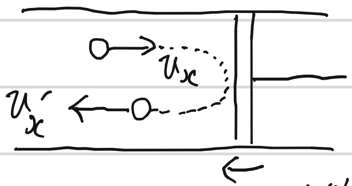
$\boxed{147}$

(ア)



v_0（衝突してもv_0が変わらないように押している）

弾性衝突なので$e=1$である。

$$e = \frac{|\text{遠ざかる}|}{|\text{近づく}|}$$

$$1 = \frac{v_x' - v_0}{v_x + v_0}$$ ← ※ v_x', v_xは「速さ」なので正負の符合はつかず大きさで考えてよい

$$\therefore v_x' = \underline{v_x + 2v_0}_{//}\text{(ア)}$$

(イ)

誘導では$v_x'^2 - v_x^2$を計算せよといっている。

$$v_x'^2 - v_x^2 = (v_x + 2v_0)^2 - v_x^2$$

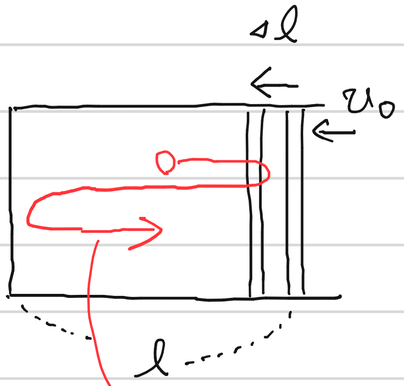
$$= 4v_x v_0 + 4v_0^2$$

$$= 4v_x\left(v_0 + \frac{v_0^2}{v_x}\right)$$

$$\fallingdotseq \underline{4v_x v_0}_{//}\text{(イ)} \quad \left(\because v_x \gg v_0 \text{より} \frac{v_0^2}{v_x} \fallingdotseq 0\right)$$

$\boxed{147}$ 続き

(ウ)



ほぼ $2l$ で1往復（$l \gg \Delta l$ ということから近似）

ピストンが Δl うごくのにかかる時間 Δt は

$$\Delta t = \frac{\Delta l}{v_0}$$

この間、分子の進む距離は

$$v_x \cdot \Delta t = \frac{v_x \Delta l}{v_0}$$

近似的に分子が $2l$ うごく間に分子が1回衝突するといえるので

ぶつかる回数は

$$\frac{\frac{v_x \Delta l}{v_0}}{2l} = \underline{\frac{v_x \Delta l}{2 l v_0}} \text{[回]} \ \text{//(ウ)}$$

(エ) (イ)より1回につき、v_x^2 が $4 v_x v_0$ 増加するとわかっているので

$$\Delta v_x^2 = 4 v_x v_0 \cdot \frac{v_x \Delta l}{2 l v_0}$$
$$= \underline{\frac{2 v_x^2 \Delta l}{l}} \ \text{//(エ)}$$

(オ) (エ)の増加分が3方向にわかれて与えられるので

$\overline{v_x^2}$ の増加 $\Delta(\overline{v_x^2})$ は

$$\Delta(\overline{v_x^2}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2 v_x^2 \Delta l}{l} = \underline{\frac{2 \overline{v_x^2} \Delta l}{3 l}} \ \text{//(オ)}$$

$\boxed{147}$ 続き

(カ) ボルツマン定数の定義より,

$$\frac{1}{2}m\overline{v_x^2} = \frac{1}{2}kT \quad (参考\ \boxed{143})$$

$$\Rightarrow \overline{v_x^2} = \frac{k}{m}T$$

これより

$$\Delta(\overline{v_x^2}) = \frac{k}{m}\Delta T$$

(オ)の式を代入して,

$$\frac{2\overline{v_x^2}\Delta l}{3l} = \frac{k}{m}\Delta T$$

$$\Delta T = \frac{m}{k} \cdot \frac{2\overline{v_x^2}\Delta l}{3l}$$

$\overline{v_x^2} = \frac{k}{m}T$ より

$$\Delta T = \frac{2\Delta l}{3l}T$$

// (カ)