

199

状態方程式より

$$PV = nRT \dots \textcircled{1}$$

(1) 全体の質量が ρV [kg] で M [kg] あたりが 1 mol 容ので

$$n = \frac{\rho V}{M} \dots \textcircled{2}$$

①に②を代入して

$$PV = \frac{\rho V}{M} RT$$

$$\Rightarrow \frac{P}{\rho T} = \frac{R}{M} = \text{一定} \quad (R \text{ も } M \text{ も一定容ので})$$

(2) 前問(1)より

$$\frac{P}{\rho T} = \text{一定}$$

容ので、気体の状態が変化したとき、

$$\frac{P}{\rho T} = \frac{P_0}{\rho_0 T_0} \dots \textcircled{3}$$

が成立する。

問題文の音速の式

$$u = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}}$$

に代入できるよう③を変形すると

$$\frac{P}{\rho} = \frac{P_0}{\rho_0} \frac{T}{T_0}$$

となり、代入すると

$$u = \sqrt{\gamma \frac{P_0}{\rho_0} \frac{T}{T_0}} \dots \textcircled{4}$$

199 (2) 続き

一方で $T_0 = 0^\circ\text{C}$ のときの音速 v_0 が $v_0 = 331 \text{ m/s}$ があるので

$$v_0 = \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}}$$

$$\Rightarrow 331 = \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}} \quad \dots \textcircled{5}$$

と存する。

④ 1 = ⑤ と、 $T_0 = 273 \text{ [K]}$ 、 $T = T_0 + t = 273 + t \text{ [K]}$ を代入して

$$v = 331 \sqrt{\frac{273 + t}{273}}$$

$$= 331 \left(1 + \frac{t}{273} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\doteq 331 \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{t}{273} \right) \quad (\because 1 \gg \frac{t}{273})$$

$$= 331 + \frac{331}{2 \cdot 273} t$$

$$\doteq \underline{331 + 0.6 t} \quad \#$$