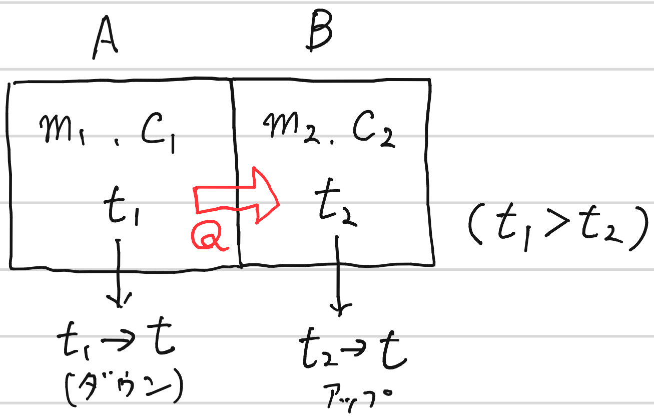
$\boxed{138}$

比熱 c … 1gの1℃分の熱量
熱容量 C … 1℃分の熱量

日本語でおさえよう。

(1) (ア) 比熱
(イ) 熱容量



(ウ) Aが失う熱量は

$$Q_A = m_1 c_1 (t_1 - t)$$

(エ) Bが得た熱量は

$$Q_B = m_2 c_2 (t - t_2)$$

温度変化の大きさを使う。
引き算の順番は 大 − 小

(オ) Aが失った分がBに渡されているので

$$Q_A = Q_B$$

$$\Rightarrow m_1 c_1 (t_1 - t) = m_2 c_2 (t - t_2)$$

$$m_1 c_1 t_1 - m_1 c_1 t = m_2 c_2 t - m_2 c_2 t_2$$

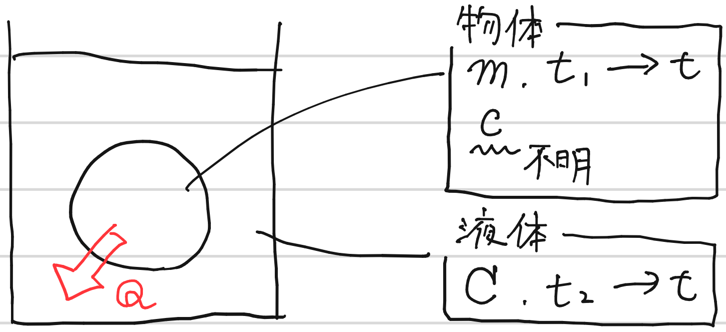
$$t(m_1 c_1 + m_2 c_2) = m_1 c_1 t_1 - m_2 c_2 t_2$$

$$\therefore t = \frac{m_1 c_1 t_1 - m_2 c_2 t_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$$

138 続き

(2)

(カ)



$(t_1 > t_2)$

物体の失った熱量 $m c (t_1 - t)$

液体の得た熱量 $C (t - t_2)$

これらが等しいので

$$m c (t_1 - t) = C (t - t_2)$$

$$\therefore c = \frac{C(t - t_2)}{m(t_1 - t)}$$

(キ)

温める液体が減った分、より高い温度になるはずである。

(少ない水の方がはやく温まる)

よって $t' > t$

(ク)

t を本来より大きく見積もってしまっているので

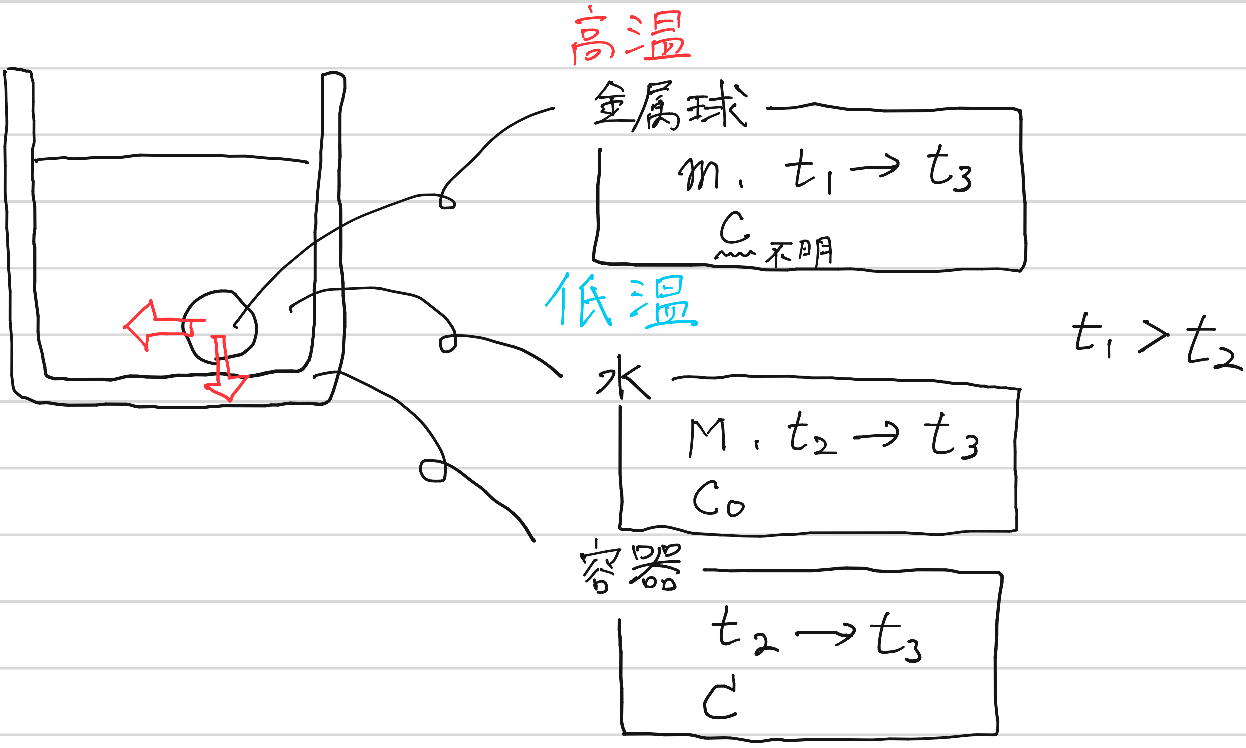
$$c = \frac{C(t - t_2)}{m(t_1 - t)}$$

← 分子は大きく見積もる

← 分母は小さく見積もる

よって c を大きく見積もってしまう。

139 高温物体と低温物体の見極めが大切



(1)

高温物体が失った熱量 $mc(t_1-t_3)$

低温物体が得た熱量 $MC_0(t_3-t_2)+C(t_3-t_2)$

↑水　↑容器

これらが等しくなるので

$$mc(t_1-t_3)=MC_0(t_3-t_2)+C(t_3-t_2)$$

$$\therefore\ c=\frac{(MC_0+C)(t_3-t_2)}{m(t_1-t_3)}$$

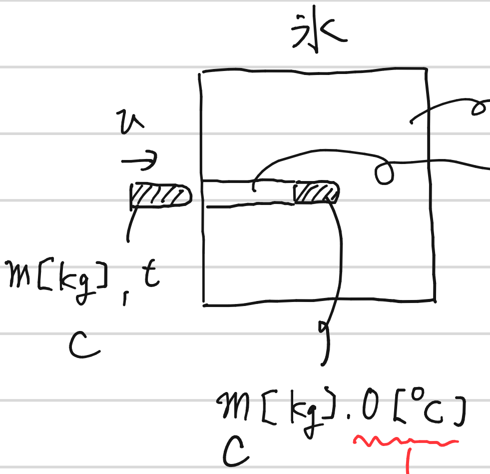
(2)

外に熱が逃げるので t_3 は理想値より低く見積もってしまう。すると

$$c=\frac{(MC_0+C)(t_3-t_2)}{m(t_1-t_3)} \begin{array}{l}\leftarrow \text{分子を小さく見積もる}\\ \leftarrow \text{分母を大きく見積もる}\end{array}$$

結果、cを小さく見積もってしまう。

$\boxed{140}$ 「融解熱」など、状態変化に使われる熱は潜熱（せんねつ）ともいう。
1g あたり何[J]か、で示される。



0°C、融解熱 L

x[g]とけた
不明数 とする。

1gあたりがとけるのに
L[J]使う

この情報が書いてない気がするけれど、
0°Cになるようである。

氷がうけとった熱

$$\underset{[g]}{x} \cdot L$$

弾丸が失ったエネルギー

$$\underset{[g]}{m\times10^3} \cdot c\,(t-0) + \frac{1}{2}\underset{[kg]}{m}v^2$$

熱量　　エネルギー

これらが等しいので

$$xL = m\times10^3 \cdot c\,(t-0) + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\therefore\ x = \frac{m}{L}\left(10^3ct + \frac{1}{2}v^2\right)$$ //

$\boxed{141}$ 理想気体の状態方程式 $PV=nRT$ は どんなときでも成立する.

(ア) $PV=nRT$ より

変化前

$$PV=1\cdot RT$$

変化後

$$(P+\Delta P)(V+\Delta V)=1\cdot R(T+\Delta T)\ _{/\!/}(ア)$$

(イ) (ア)の式を変形していく.

$$(P+\Delta P)(V+\Delta V)=R(T+\Delta T)$$

$$\Rightarrow PV+P\Delta V+\Delta PV+\underbrace{\Delta P\Delta V}_{\fallingdotseq 0}=RT+R\Delta T$$

$PV=1\cdot RT$ より

$$\Rightarrow \cancel{RT}+P\Delta V+\Delta PV=\cancel{RT}+R\Delta T$$

$$\Rightarrow P\Delta V+\Delta PV=R\Delta T\ _{/\!/}(イ)$$

(ウ) (イ)の答えより

$$R=\frac{P\Delta V+\Delta PV}{\Delta T}$$

$PV=1\cdot RT$ に代入して

$$PV=\frac{P\Delta V+\Delta PV}{\Delta T}T$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta T}{T}=\frac{P\Delta V+\Delta PV}{PV}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta T}{T}=\frac{\Delta V}{V}+\frac{\Delta P}{P}\ _{/\!/}(ウ)$$

(エ) $\Delta V=0.01V$, $\Delta T=0.005T$ といえるので

$$\frac{0.005T}{T}=\frac{0.01V}{V}+\frac{\Delta P}{P}$$

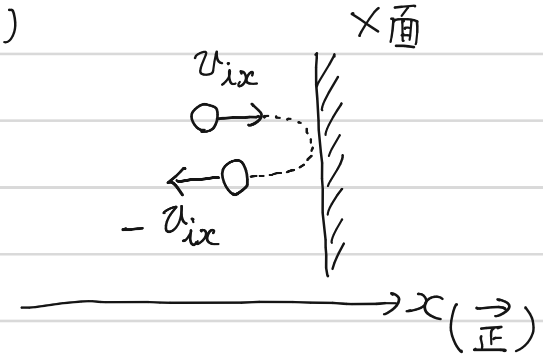
$$\Rightarrow \frac{\Delta P}{P}=-0.005$$

$$\Rightarrow \Delta P=-0.005P$$

よって 0.5% 減少といえる ${}_{/\!/}$(エ)

142 お決まりパターンを習得しよう

(1)



(変化) = 後 − 前

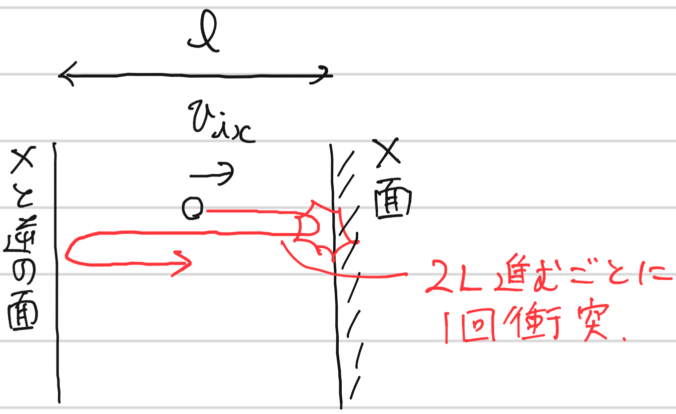
$= -mv_{ix} - mv_{ix}$

$= \underline{-2mv_{ix}}$ (ア)

(2) 分子が受ける力積と、x面が受ける力積は同じ大きさで向きが逆となる。(作用反作用の法則)

よって (1)の答えの向きを逆にして $\underline{2mv_{ix}}$ (イ)

(3)



t [s] で分子は

$v_{ix}t$ [m]

進むので、ぶつかる回数は

$\underline{\dfrac{v_{ix}t}{2l}}$ [回] (ウ)

(4) 1回の衝突あたりの力積は $2mv_{ix}$ で、

t [s] 間で $\dfrac{v_{ix}t}{2l}$ [回] ぶつかるので

$$2mv_{ix} \cdot \frac{v_{ix}t}{2l} = \underline{\frac{mv_{ix}^2}{l} \cdot t} \text{ (エ)}$$

(5) (4)の力積の全分子の和をとると、

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{mv_{ix}^2}{l} t = \underline{\frac{mt}{l} \sum_{i=1}^{N} v_{ix}^2} \text{ (オ)}$$

※ 分子によって v_x がまちまちなので $\dfrac{mv_{ix}^2}{l} t \cdot N$ とはできない。そこで、Σ記号で和をとりたいということだけ示している。Σを解けるわけではない。

142 続き

(6) $\dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{i=1}^{N} v_{ix}^2$ ← (全分子) ÷ N なので v_x の平均を意味する．

全分子の v_x の合計を意味する

これを $\overline{v_x}$ としている．

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v_{ix}^2 = \overline{v_x^2}$$

変形して

$$\Rightarrow \sum_{i=}^{N} v_{ix}^2 = N\cdot\overline{v_x^2}$$

これを (5) の式に代入して

$$\frac{mt}{l}\sum_{i=1}^{N} v_{ix}^2 = \underline{\frac{mt}{l}\cdot N\,\overline{v_x^2}}\ /\!/ \text{(カ)}$$

※もっとシンプルに考えて．

($\overline{v_x}$ を用いると単純に全分子の力積は単純な N 倍としてよいので

$$\frac{m\overline{v_x^2}}{l}t\cdot N \Rightarrow \underline{\frac{mt}{l}N\,\overline{v_x^2}}\ /\!/ \text{(カ)}$$
)

(7) 力と力積の関係は

(力積) = (力) × (時間)

ここが 1 なら (力積) = (力) となる

よって、「1秒あたりの力積」と「力」は同じ大きさとなる．

(6) の力積の式の t に 1 を代入して

$$\underline{\frac{m}{l}N\,\overline{v_x^2}}\ /\!/ \text{(キ)}$$ これが F．

$\boxed{142}$ 続き

(8)

$p = \dfrac{F}{S}$ より

$$p = \frac{\frac{m}{l} N \overline{v_x^2}}{l^2} = \frac{mN \cdot \overline{v_x^2}}{l^3}$$

ここで $l^3 = V$, $\overline{v_x^2} = \dfrac{1}{3}\overline{v^2}$ より

$$p = \frac{mN \cdot \overline{v^2}}{3V}$$

$\dfrac{1}{2} m\overline{v^2}$ を作るように変形して

$$p = \underbrace{\frac{2N}{3V}}_{//(7)} \cdot \frac{1}{2} m\overline{v^2}$$

$\boxed{143}$ 誘導に従って進めよう

(1)

(ア) $\frac{1}{2}m\overline{v_x^2} = \frac{1}{2}kT$ 　$\overline{v_x^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}m\cdot\frac{1}{3}\overline{v^2} = \frac{1}{2}kT$

$\Rightarrow \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \underline{\frac{3}{2}kT}$ //(ア)

(イ) $\Rightarrow \overline{v^2} = \frac{3kT}{m}$

$\therefore \sqrt{\overline{v^2}} = \underline{\sqrt{\frac{3kT}{m}}}$ //(イ)　$k = \frac{R}{N_A}$ より

(ウ) $\sqrt{\overline{v^2}} = \underline{\sqrt{\frac{3RT}{mN_A}}}$ //(ウ)

※
$\sqrt{\overline{v^2}}$ ＝ $\overline{v}$ ではない.
$\vec{v}$ の平均 $\overline{\vec{v}}$ は、0である.
ベクトルの大きさを平均しているので $\sqrt{\overline{v^2}}$ と書くのだ.

(エ) 1molの質量をM[kg]とすれば　1分子あたりの質量mは

$m = \frac{M}{N_A}$
← 1molあたりの質量
← 1molあたりの分子の数

これを代入して

$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{\frac{M}{N_A}\cdot N_A}} = \underline{\sqrt{\frac{3RT}{M}}}$ //(エ)

(2) 分子量 … 1molあたりの質量[g]

⇓

分子量2なら $M = 2$[g] $= 2\times10^{-3}$[kg]

(1)の式に. $M = 2\times10^{-3}$, $R = 8.3$　$T = 27$[℃] $= 300$[K]
を代入して

$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3\cdot8.3\cdot300}{2\times10^{-3}}} = \sqrt{\frac{7470}{2}\times10^3} \fallingdotseq \underline{1.9\times10^3\,[\mathrm{m/s}]}$ //(オ)

※ この計算は電卓でやればよい

143 続き

(3) 前問(エ)の結果 $\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ を用いる。

(カ) 酸素(O_2)の分子量(M)は32
水素(H_2)の分子量(M)は2
} 入試では値は与えられる.

よって

$$\sqrt{\overline{v^2_{O_2}}} = \sqrt{\frac{3RT}{32}} , \quad \sqrt{\overline{v^2_{H_2}}} = \sqrt{\frac{3RT}{2}}$$

水素分子が酸素分子の何倍かを考えると

$$\frac{\sqrt{\overline{v^2_{H_2}}}}{\sqrt{\overline{v^2_{O_2}}}} = \frac{\sqrt{\frac{3RT}{2}}}{\sqrt{\frac{3RT}{32}}} = \sqrt{\frac{32}{2}} = \underline{4倍}_{/\!/} \text{(カ)}$$

※ Tは同じなので、値は使わなくてよかった

(キ) 4.8×10^2 m/s の4倍なので

$$4.8 \times 10^2 \cdot 4 = 19.2 \times 10^2$$
$$\fallingdotseq \underline{1.9 \times 10^3 \,[\mathrm{m/s}]}_{/\!/} \text{(キ)}$$

$\boxed{144}$

(ア) 前問 $\boxed{142}$ (ク) より

$$P=\frac{Nm}{3V}\overline{v^2}=\underline{\frac{2N}{3V}}_{//(ア)}\cdot\frac{1}{2}m\overline{v^2}\quad\cdots①$$

(イ) エネルギーの等分配則

$$\frac{1}{2}m\overline{v_x^2}=\frac{1}{2}m\overline{v_y^2}=\frac{1}{2}m\overline{v_z^2}$$

のこと。(覚える必要はない)

前問 $\boxed{143}$ の問題文に書いてあること

これをボルツマン定数 k を用いて示すと

$$\frac{1}{2}m\overline{v_x^2}=\frac{1}{2}m\overline{v_y^2}=\frac{1}{2}m\overline{v_z^2}=\frac{1}{2}kT$$

となる。(そのように定義されている。覚える必要はない)

ここで

$$\frac{1}{3}\overline{v^2}=\overline{v_x^2}\implies\overline{v^2}=3\overline{v_x^2}$$

なので

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}m\overline{v^2}&=3\cdot\frac{1}{2}m\overline{v_x^2}\\&=3\cdot\frac{1}{2}kT\\&=\underline{\frac{3}{2}kT}_{//(イ)}\quad\cdots②\end{aligned}$$

(ウ) ①, ② より

$$\begin{aligned}P&=\frac{2N}{3V}\cdot\frac{3}{2}kT\\&=\underline{\frac{NkT}{V}}_{//(ウ)}\end{aligned}$$

(エ) ボルツマン定数 k は $k=\frac{R}{N_A}$ としている。(覚えなくてよい)

(ハ) の式を変形して

$$PV=NkT\implies PV\overset{k\text{を代入}}{=}\frac{N}{N_A}RT\implies PV=\underline{nRT}_{//(エ)}$$

高校物理では、PV=nRT を理屈なしで成立する式として使ってよいが、この問題は PV=nRT がエネルギー分配則から由来していることを示した問題である。教養として知っておいてよい。