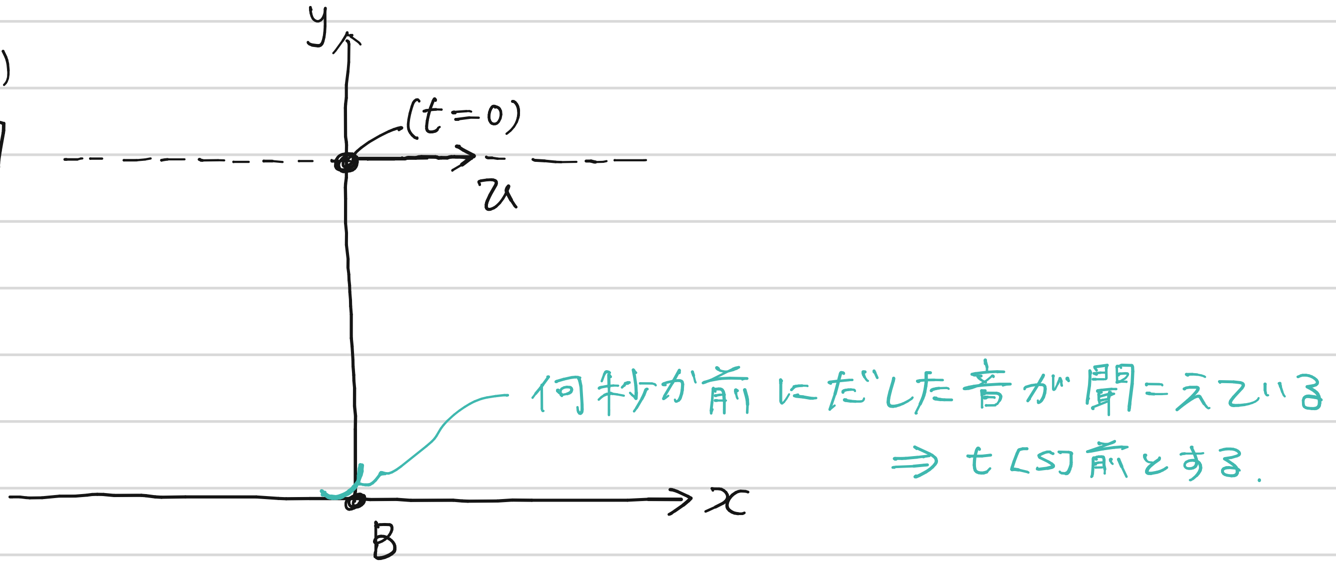
207

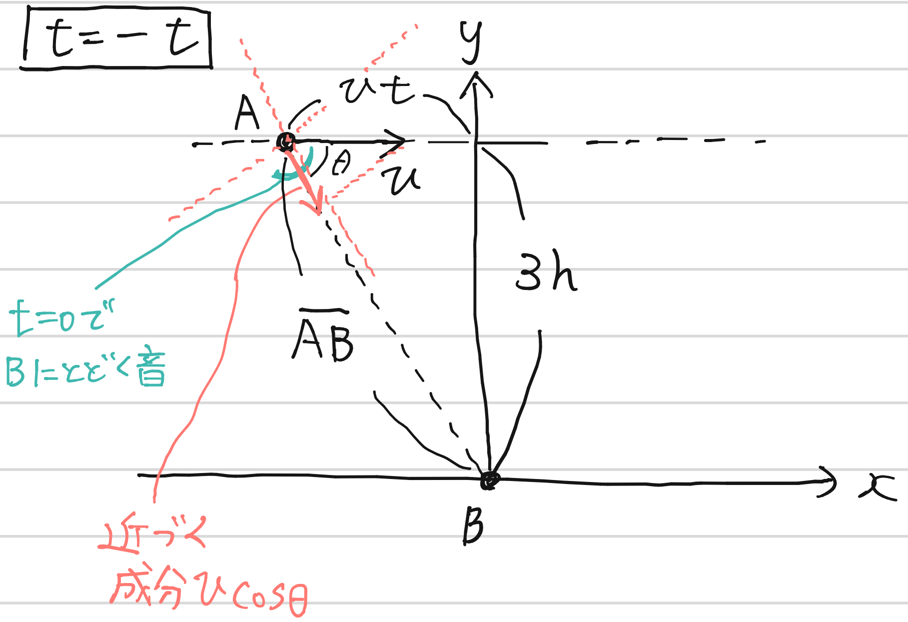
(1)

$\boxed{t=0}$



⇓

$\boxed{t=-t}$



t [s] で音波が B にとどくことから

$$\overline{AB} = Vt$$

となり、図形的に

$$\cos\theta = \frac{vt}{\overline{AB}} = \frac{vt}{Vt} = \frac{v}{V}$$

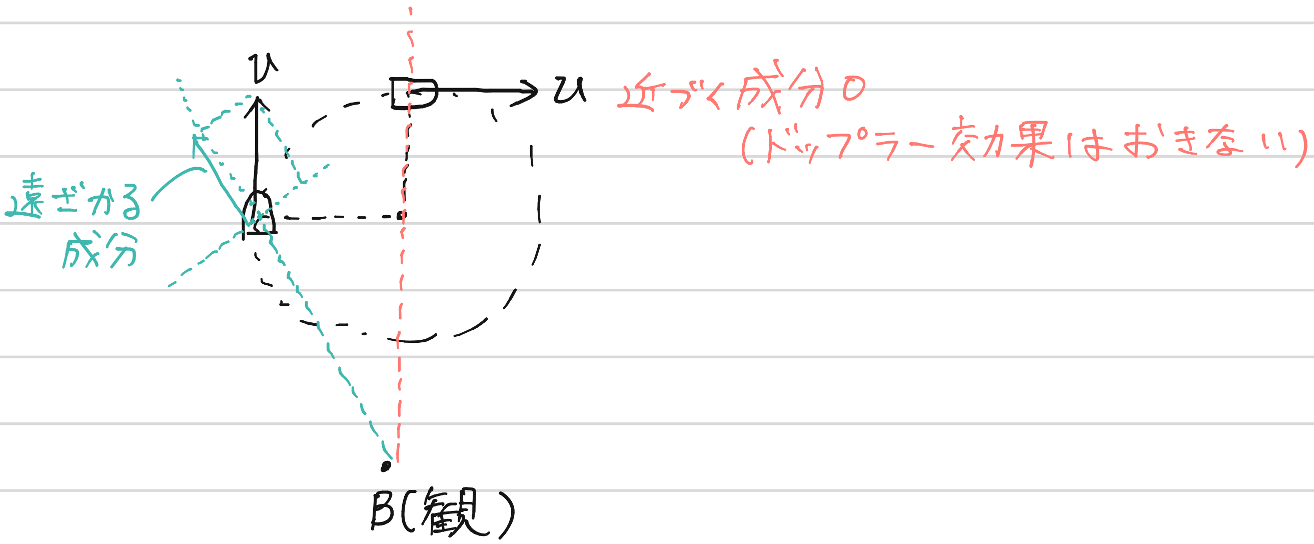
となる.

ドップラー効果の式をたてると

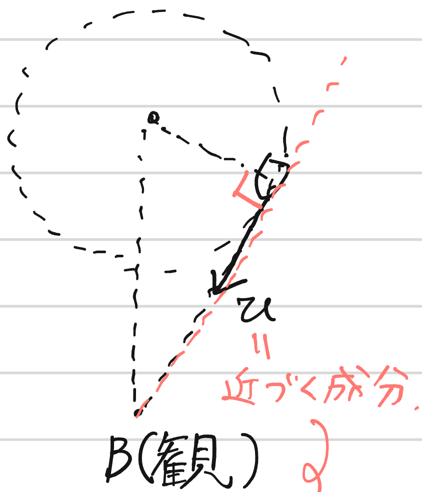
$$f = \frac{V}{V - v\cos\theta} f_0 = \frac{V}{V - v\cdot\frac{v}{V}} f_0 = \underline{\underline{\frac{V^2}{V^2 - v^2} f_0}}$$

$\boxed{207}$ 続き

(2)　斜めドップラーで円運動時を考える



最大となるときを考える

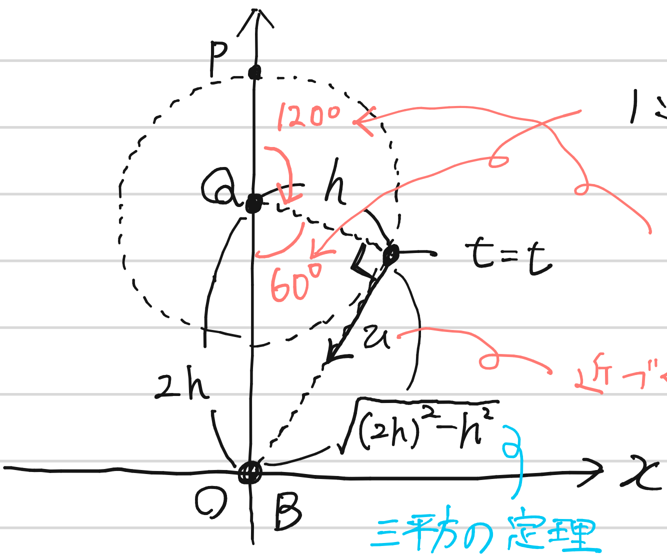


vが分解されていないのでこのとき最大

(接線が直接Bに向かう点で最大となる)

$\boxed{207}$ 続き

今回のモデルを書くと



1:2:$\sqrt{3}$ の直角三角形なので60°

よって

点Pから120°回転したときに最大となる。

円運動の周期をTとすると120°回転するまでの時間tは

$$t=\frac{T}{3}$$

円運動の周期Tは

$$T=\frac{2\pi r}{v}=\frac{2\pi h}{v}$$

2式より

$$t=\frac{\frac{2\pi h}{v}}{3}=\frac{2\pi h}{3v}$$

…ドップラー効果でfが最も大きくなる音が発射される時刻。

ここから観測者に音が届くまでの時間Δtは

$$\Delta t=\frac{(キョリ)}{(音速)}=\frac{\sqrt{(2h)^2-h^2}}{V}=\frac{\sqrt{3}h}{V}$$

よって音が聞こえる時刻は

$$t+\Delta t=\frac{2\pi h}{3v}+\frac{\sqrt{3}h}{V}$$

$$=\underline{\left(\frac{2\pi}{3v}+\frac{\sqrt{3}}{V}\right)h}_{//}$$

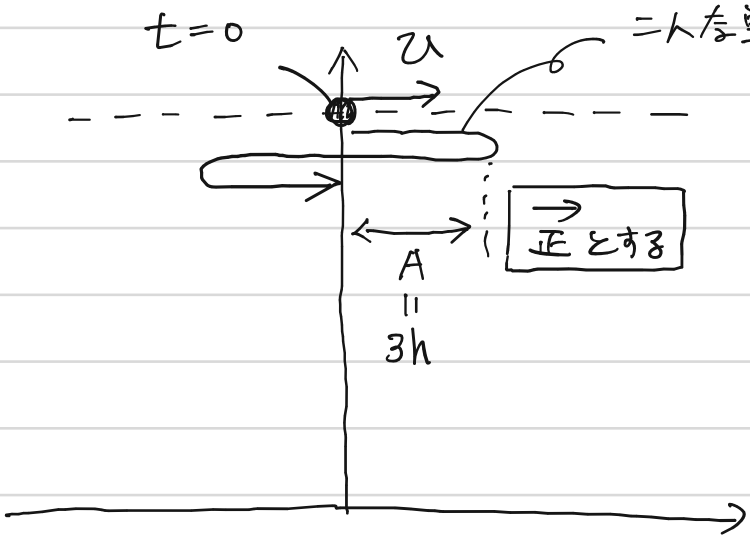
$\boxed{207}$ (2) 続き

このとき、音源が v で近づくドップラー効果がおきているので、聞こえる音の振動数は

$$f' = \frac{V}{V - v} f_0$$

(3)

こんな単振動をする



P通過時を $t=0$ としたら、x は $\boxed{+\sin 型}$ といえ

$x_{(t)} = A \sin \omega t$

$x_{(t)} = 3h \sin \omega t$

v は $\boxed{+\cos 型}$ といえ

$v_{(t)} = A\omega \cos \omega t$

v の最大値は $A\omega$

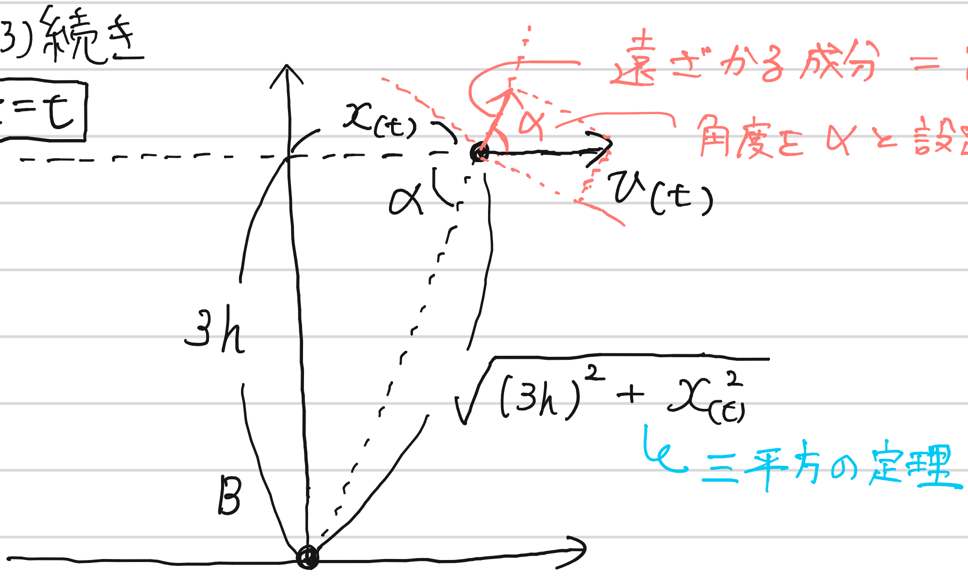
$v_{(t)} = 3h\omega \cos \omega t$

このように式にできる

適当な時刻 t での作図をする。
ここで変数である $x_{(t)}$ と $v_{(t)}$ が正の値をとるときを書くようにすることで、値がマイナスになるときは、符合が勝手に逆になる、という立式ができる。

$\boxed{207}$ (3)続き

$\boxed{t=t}$



(時刻について)

$t=t$ で発した音が B に届くまでの時間 Δt は

$$\Delta t = \frac{(\text{キョリ})}{(\text{音速})} = \frac{\sqrt{(3h)^2+x_{(t)}^2}}{V}$$

$$= \frac{\sqrt{(3h)^2+(3h\sin\omega t)^2}}{V}$$

$$= \frac{3h\sqrt{1+\sin^2\omega t}}{V}$$

よって音が B に届く時刻は

$$t+\Delta t = t + \frac{3h\sqrt{1+\sin^2\omega t}}{V} \quad //$$

(振動数について)

$v_{(t)}\cos\alpha$ で音源が遠ざかるドップラー効果であるので

$$f' = \frac{V}{V+v_{(t)}\cos\alpha} f_0$$

$v_{(t)}$ を代入

$$f' = \frac{V}{V+3h\omega\cos\omega t\cdot\cos\alpha} f_0$$

ここで図形的に

$$\cos\alpha = \frac{x_{(t)}}{\sqrt{(3h)^2+x_{(t)}^2}}$$

207 (3) 続き

$x(t)$を代入

$$\cos\alpha = \frac{3h\sin\omega t}{\sqrt{(3h)^2+(3h\sin\omega t)^2}} = \frac{\sin\omega t}{\sqrt{1+\sin^2\omega t}}$$

これをf'の式に代入すると

$$f' = \frac{V}{V+3h\omega\cos\omega t\left(\frac{\sin\omega t}{\sqrt{1+\sin^2\omega t}}\right)}f_0$$

解答の形に合わせると

$$f' = \frac{V}{V+\frac{3h\omega\sin\omega t\cos\omega t}{\sqrt{1+\sin^2\omega t}}}f_0$$

//