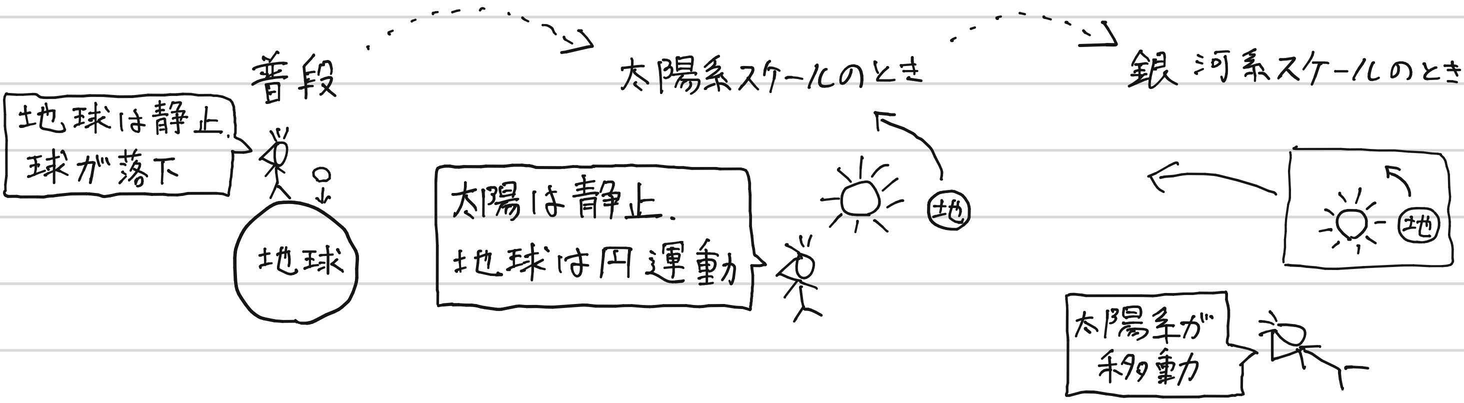
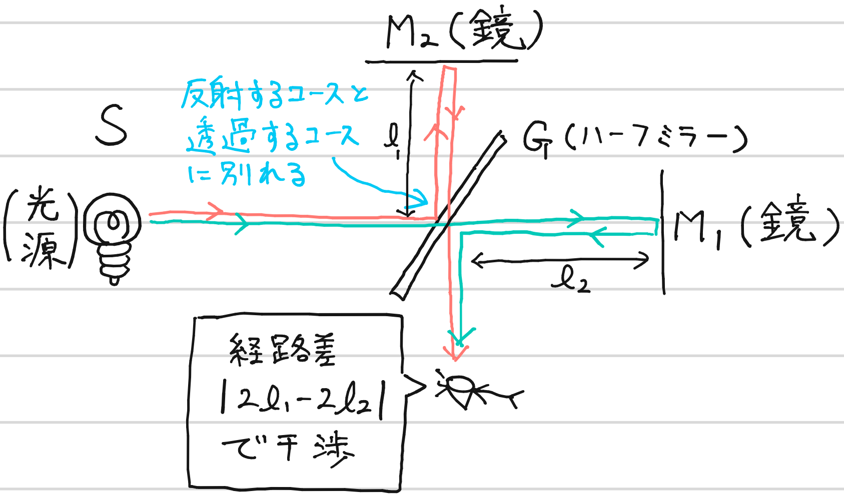
234

Point① 絶対静止のエーテル… 静止している空間のこと。空間を満たす素材をエーテルと呼んでいる。



これをどんどん拡大していって、完全に静止している空間があると想定しているのだ。そこからみた、地球の速度を検証しようとした問題である。

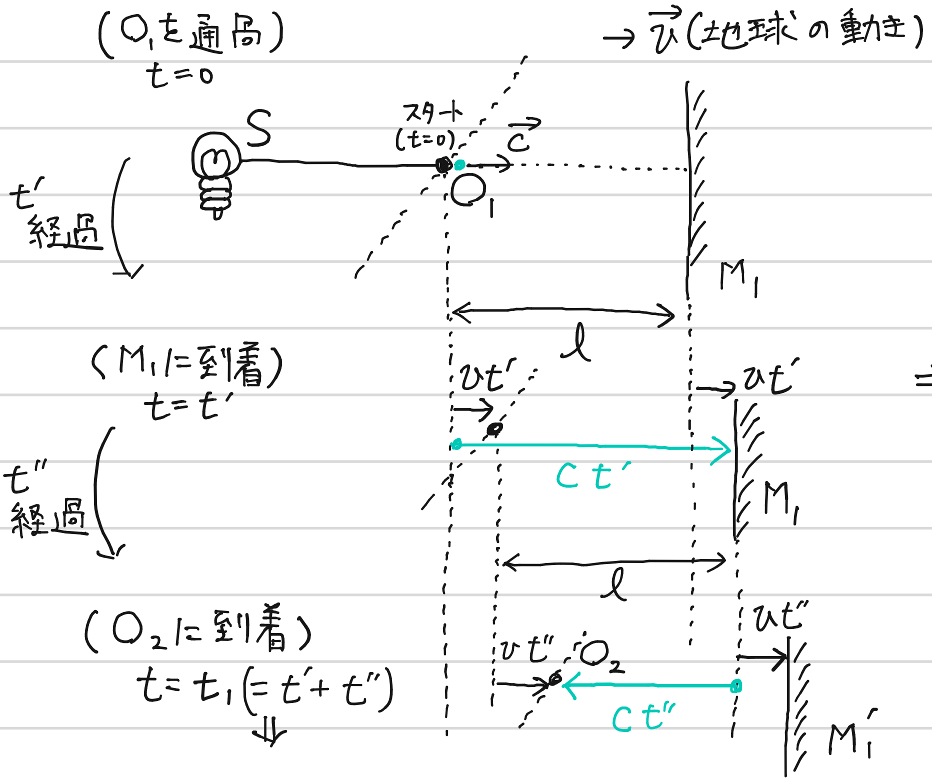
Point② マイケルソン干渉計の仕組み



今回は地球の運動速度と同じ速度で、この実験装置も動いてしまっている、というモデルなのである。

$\boxed{234}$ 続き

(ア) 地球が $\overrightarrow{OM_1}$ 方向に $\vec{v}$ で動いているとする.



図より

$$\Rightarrow \ell + vt' = ct'$$

$$t' = \frac{\ell}{c-v}$$

相対速度 $u = c - v$ で
ℓの区間を移動したといえる
(図3の伝えたいこと)

図より

$$\Rightarrow \ell - vt'' = ct''$$

$$t'' = \frac{\ell}{c+v}$$

相対速度 $u = c + v$ で
ℓの区間を移動したといえる
(図3の伝えたいこと)

これより

$$t_1 = t' + t'' = \frac{\ell}{c-v} + \frac{\ell}{c+v}$$

$$= \frac{\ell\{(c+v)+(c-v)\}}{(c-v)(c+v)}$$

$$= \frac{2c\ell}{c^2 - v^2}$$

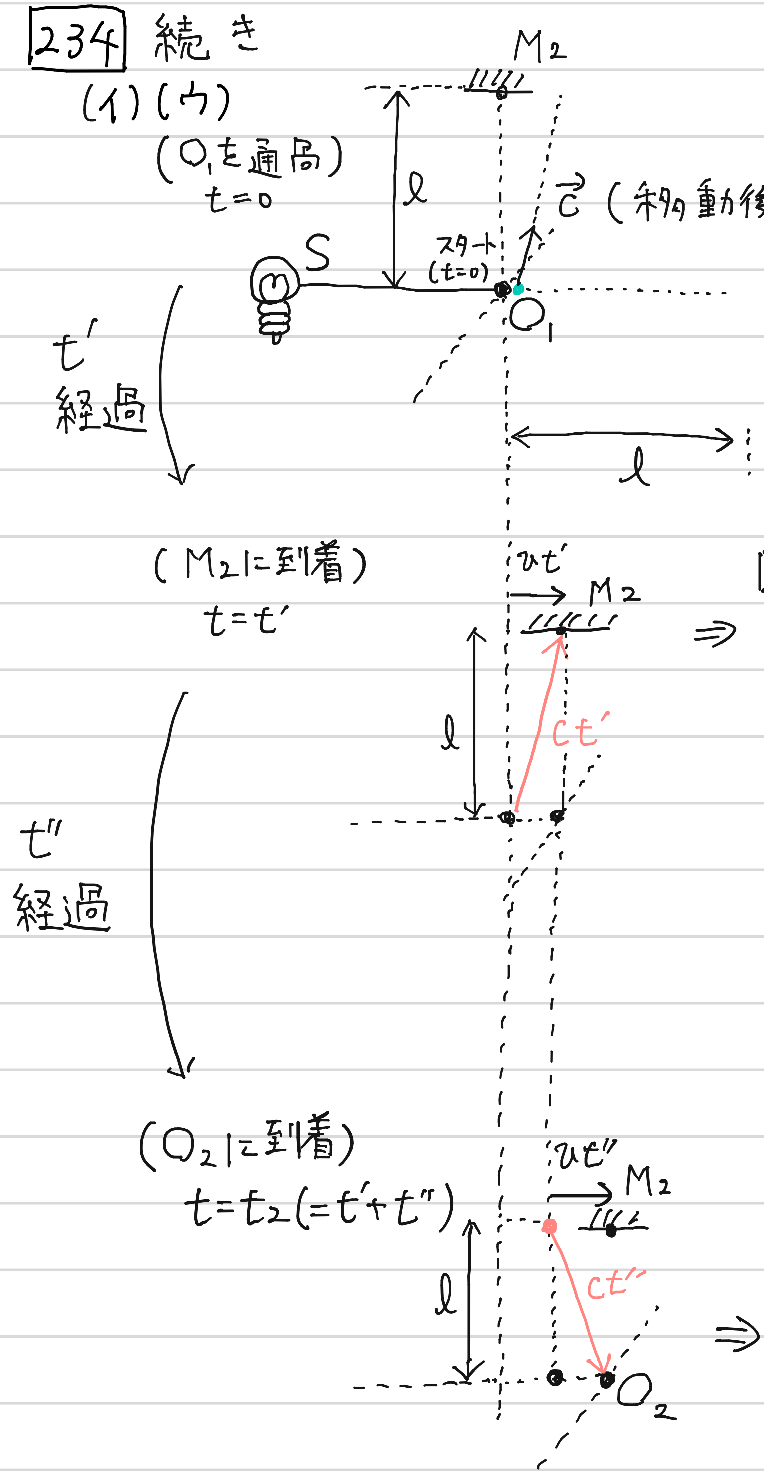
答えの形
$\frac{2\ell}{c} \times \square$ に変形

$$= \frac{2\ell}{c} \cdot \frac{1}{\frac{c^2 - v^2}{c^2}}$$

$$= \underline{\underline{\frac{2\ell}{c} \cdot \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}}} \text{(ア)}$$

234 続き

(イ)(ウ)



$\vec{c}$（移動後の M_2 にあたるように光は進むので $\vec{c}$ はななめとする）

図より

$$\Rightarrow \quad (ct')^2 = (vt')^2 + \ell^2$$

$$t'^2 = \frac{\ell^2}{c^2 - v^2}$$

$$t' = \frac{\ell}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

相対速度 $u = \sqrt{c^2 - v^2}$ で ℓ の区間を進んだということ。（図4の伝えたいこと）

$$\left(\begin{array}{l} \vec{u} = \vec{c} - \vec{v} \\ \text{図より} \Rightarrow |\vec{u}| = \underline{\sqrt{c^2 - v^2}} \end{array} \right)$$

(イ)

図より

$$\Rightarrow \quad (ct'')^2 = (vt'')^2 + \ell^2$$

$$t'^2 = \frac{\ell^2}{c^2 - v^2}$$

$$t'' = \frac{\ell}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

相対速度 $\sqrt{c^2 - v^2}$ で ℓ の区間を進んだということ。（図4の伝えたいこと）

$$\left(\begin{array}{l} \vec{u} = \vec{c} - \vec{v} \\ \text{図より} \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{c^2 - v^2} \end{array} \right)$$

行きも帰りも大きさの関係は同じになる

$\boxed{234}$ (イ)(ウ) 続き

$$t_2 = t' + t''$$
$$= \frac{l}{\sqrt{c^2 - v^2}} + \frac{l}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$
$$= \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$
$$= \frac{2l}{c} \cdot \underline{\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}} \quad \text{(ウ)}$$

(エ)(オ)

$v \ll c$ なら

$\dfrac{v^2}{c^2} \ll 1$ なので $\left(1 + \dfrac{v^2}{c^2}\right)^n \fallingdotseq 1 + n\dfrac{v^2}{c^2}$ と近似できる

t_1, t_2で適用すると.

$$t_1 = \frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$
$$= \frac{2l}{c} \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1}$$
$$= \frac{2l}{c} \cdot \left\{1 - (-1)\frac{v^2}{c^2}\right\}$$
$$= \frac{2l}{c} \cdot \underline{\left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right)} \quad \text{(エ)}$$

$$t_2 = \frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$
$$= \frac{2l}{c}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$
$$\fallingdotseq \frac{2l}{c}\left\{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)\frac{v^2}{c^2}\right\}$$
$$= \frac{2l}{c}\underline{\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right)} \quad \text{(オ)}$$

234 続き

(カ)

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{2l}{c}\cdot\left(1+\frac{v^2}{c^2}\right) - \frac{2l}{c}\left(1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right)$$

$$= \frac{2l}{c}\cdot\left(\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right)$$

$$= \underline{\frac{l}{c}\cdot\left(\frac{v}{c}\right)^2}_{/\!/}\ (カ)$$

(キ) M_1を通る経路と、M_2を通る経路で

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{l}{c}\cdot\left(\frac{v}{c}\right)^2$$

の時間差があるなら、光路差Δlは

$$\Delta l = c\Delta t = c(t_1 - t_2)$$

$$= c\cdot\frac{l}{c}\cdot\left(\frac{v}{c}\right)^2$$

$$= \underline{l\left(\frac{v}{c}\right)^2}_{/\!/}\ (キ)$$

(ク)(ケ)

干渉の条件式をたてると

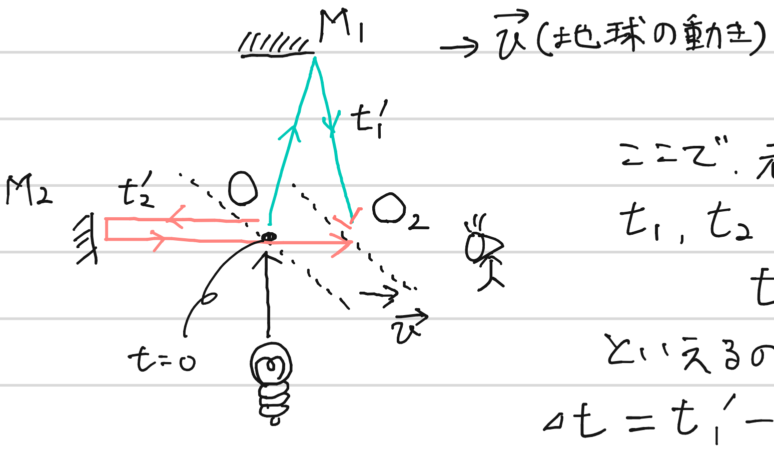
$$\Delta l = \underline{m\lambda}_{/\!/}\ (ク)$$

$$\Rightarrow\ l\left(\frac{v}{c}\right)^2 = m\lambda$$

$$l = \underline{m\lambda\left(\frac{c}{v}\right)^2}_{/\!/}\ (ケ)$$

234 続き

(コ) 装置を90°回転させると下図の経路での干渉となる.



ここで. 元の経路で求めた時間 t_1, t_2 を用いて t_1', t_2' を示すと,

$t_1' = t_2$　　$t_2' = t_1$

といえるので

$\Delta t = t_1' - t_2' = t_2 - t_1$

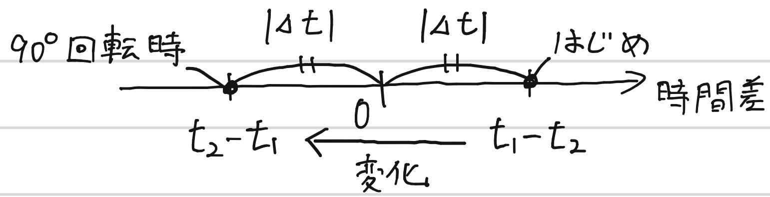
となり

時間の差 $|\Delta t|$ は同じだが符合が逆になっているといえる.

(途中で t_1' と t_2' の大小関係が逆転する)

⇓ このようなイメージ

時間差を数直線に示すと



すると. 90°回転させる中で, 時間差にして $2\Delta t$ 分の光路長の変化がおきている。(その際, 経路差0になる時刻を経由している)

時間ではなく. 長さの差でこれを示すと光路差は $2\Delta l$ 変化しているといえる. (ここまでが問題文 P_{117} 上部の説明である)

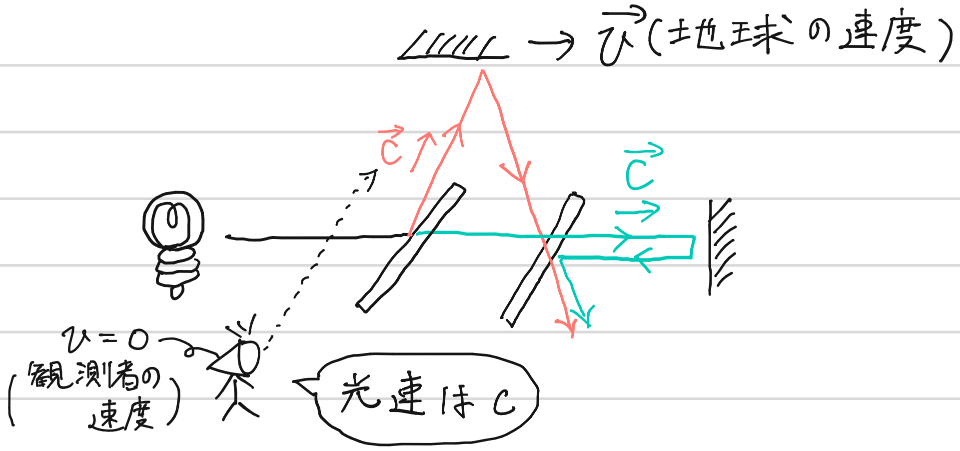
ここで. 干渉の特徴として. 光路差が λ 変わるごとに明線が表れるといえるので, 「明→暗→明」の変化は光路差が λ 変わるごとに起こる. よってその回数 N は

$$N = \frac{2\Delta l}{\lambda} = \frac{2 \cdot l\left(\frac{v}{c}\right)^2}{\lambda} = \underline{\frac{2l}{\lambda}\left(\frac{v}{c}\right)^2} \text{ //(コ)}$$

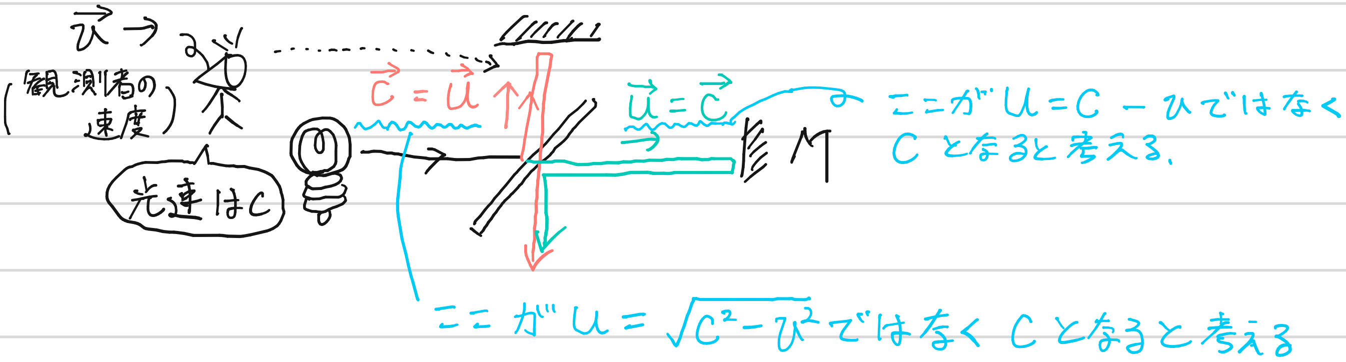
$\boxed{234}$ 補足　この実験の結果と相対性理論

問題文にあるように、この実験では想定した結果が表れなかった。
そこでアインシュタインは「光速不変の原理」を提唱した。

地球外の人視点



地球上の人視点



光速不変の原理は、上図のように、同じ現象をちがう視点で見たとき、どの観測者から見ても光速 $\vec{c}$ の大きさは同じになるという原理である。
そうすると、装置を90°回転させても、u に変化はなく、干渉の様子が変化しない実験結果に説明がつくのである。
ただし、作図した通り、相対速度の大きさは地球外の人視点の光速 c をもとに考えると $|\vec{u}|=\sqrt{c^2-v^2}$ や $|\vec{u}|=c-v$ となるので $|\vec{u}|=|\vec{c}|$ とするのはおかしく感じる。このおかしさは、観測者によって時間のすすむはやさがちがう、ということで補正されている。地球上の人から見たときの時間のすすみは地球外の人に比べてゆったりしているのである。これが相対性理論の基礎となっている。