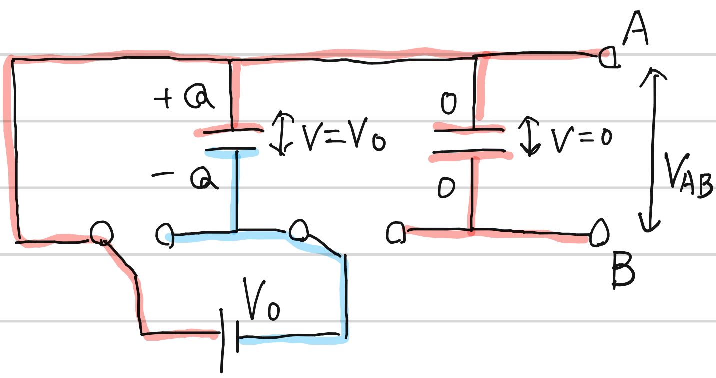
$\boxed{257}$

(1)

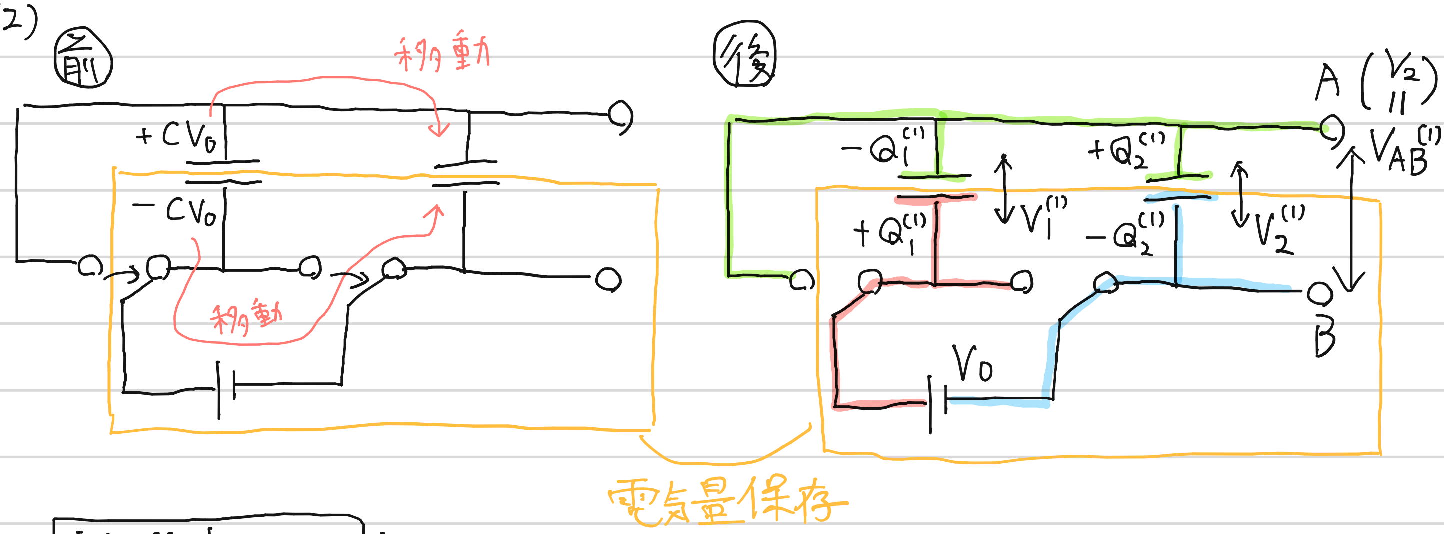


左図のように電位差がかかるので

$$V_{AB} = 0$$

$(Q = CV_0)$

(2)



$\boxed{\text{キルヒホッフ則}}$より

$$V_0 = V_1^{(1)} + V_2^{(1)} \quad \cdots ①$$

(1) は「1回目の操作」を示す。指数ではないので注意

$\boxed{\text{電気量保存}}$より

$$-CV_0 = +Q_1^{(1)} - Q_2^{(1)} \quad \cdots ②$$

$\boxed{Q = CV}$より

$$Q_1^{(1)} = CV_1^{(1)} \cdots ③ \qquad Q_2^{(1)} = CV_2^{(1)} \cdots ④$$

②に③、④を代入して

$$-CV_0 = CV_1^{(1)} - CV_2^{(1)} \quad \cdots ②'$$

①を変形して

$$V_1^{(1)} = V_0 - V_2^{(1)} \quad \cdots ①'$$

①'を②に代入して

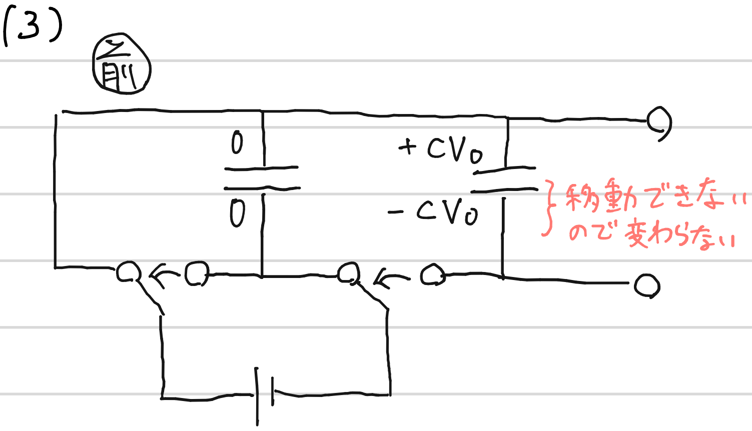
$$-CV_0 = C(V_0 - V_2^{(1)}) - CV_2^{(1)}$$

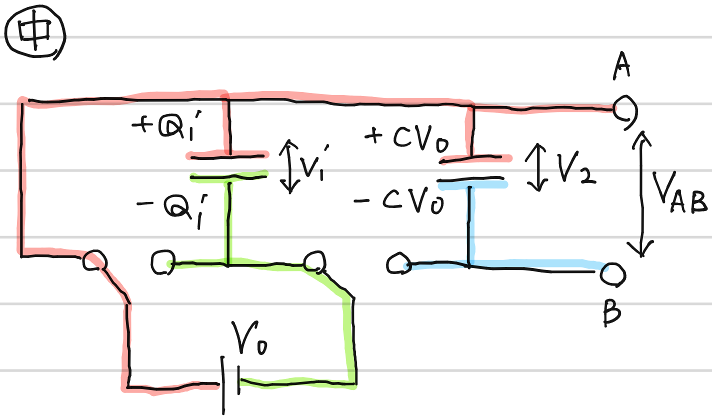
$$\therefore V_2^{(1)} = V_0 \Rightarrow V_{AB}^{(1)} = V_2^{(1)} = V_0$$

(①より $V_1^{(1)} = 0$, ③より $Q_1^{(1)} = 0$, ④より $Q_2^{(1)} = CV_0$)

257 続き

(3)





いったん左に接続すると㊥のようになる。

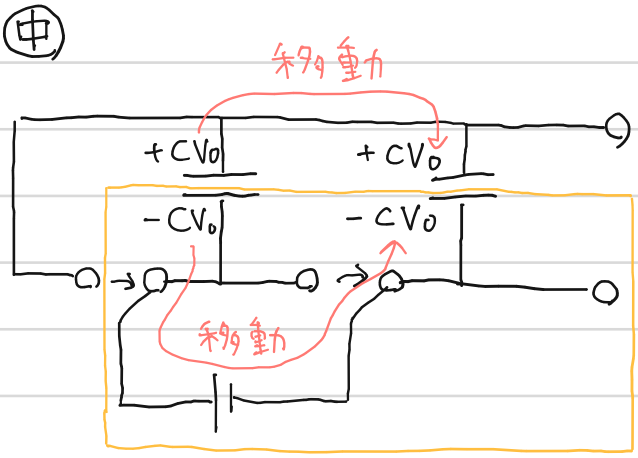
C_1 には $V_1' = V_0$ の電圧がかかり，C_2 は状態が変化しない。

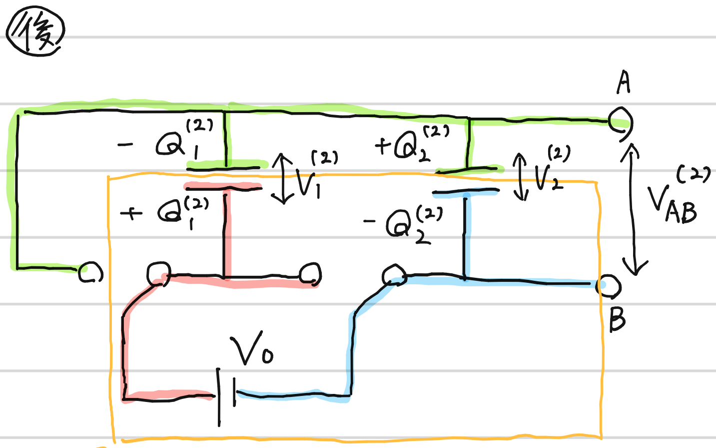
よって

$$Q_1' = CV_0$$

を C_1 に充電した状態になる。

再度，右に接続した図をかいてみる。





電気量保存

$\boxed{\text{キルヒホッフ則}}$ より

$$V_0 = V_1^{(2)} + V_2^{(2)} \quad \cdots ⑤$$

$\boxed{\text{電気量保存}}$ より

$$-CV_0 + (-CV_0) = Q_1^{(2)} + (-Q_2^{(2)}) \quad \cdots ⑥$$

$\boxed{Q = CV}$ より

$$Q_1^{(2)} = CV_1^{(2)} \quad \cdots ⑦ \qquad Q_2^{(2)} = CV_2^{(2)} \quad \cdots ⑧$$

257 続き

⑥に⑦, ⑧を代入して.

$$-CV_0+(-CV_0)=CV_1^{(2)}-CV_2^{(2)} \quad \cdots ⑥'$$

⑤を変形して

$$V_1^{(2)}=V_0-V_2^{(2)} \quad \cdots ⑤'$$

⑤'を⑥'に代入して

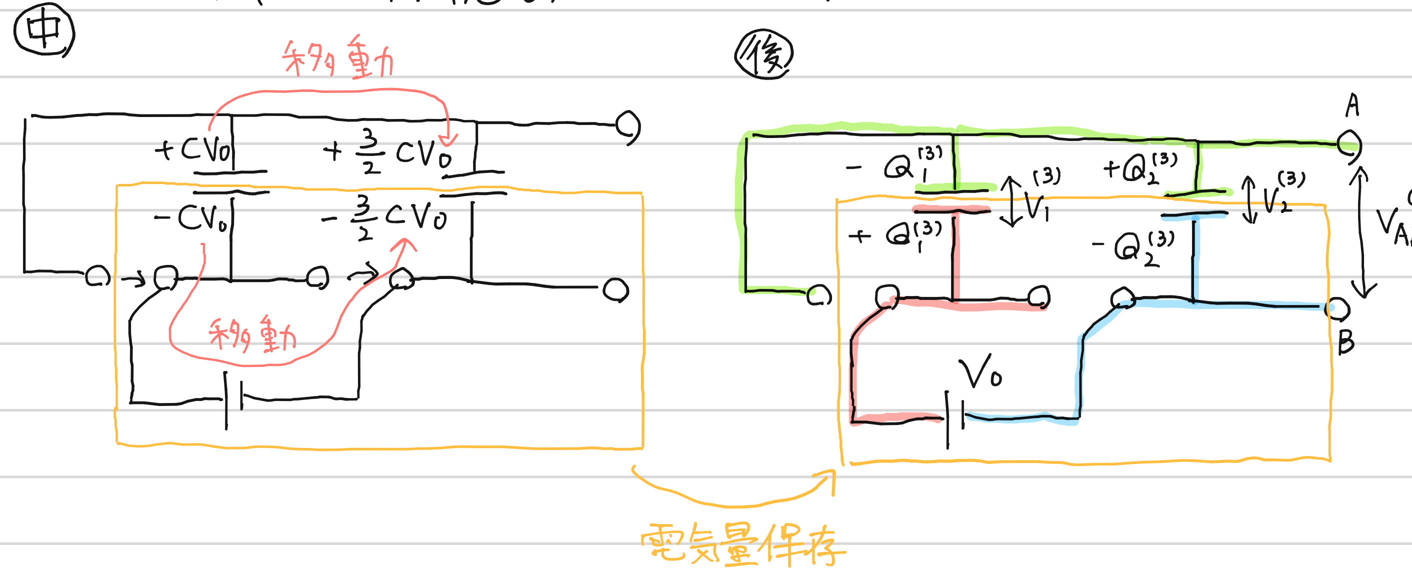
$$-CV_0+(-CV_0)=C(V_0-V_2^{(2)})-CV_2^{(2)}$$

$$\therefore V_2^{(2)}=\frac{3}{2}V_0$$

$$\Rightarrow V_{AB}^{(2)}=V_2^{(2)}=\underline{\frac{3}{2}V_0}_{/\!/}$$

(⑤'より $V_1^{(2)}=-\frac{1}{2}V_0$, ⑦より $Q_1^{(2)}=-\frac{1}{2}CV_0$, ⑧より $Q_2^{(2)}=\frac{3}{2}CV_0$)

(4) 前問(3)と同様. 左に接続すると、C_1に$Q_1=CV_0$が充電される.
その後, 右に接続したときを計算すると,



$\boxed{\text{キルヒホッフ則}}$より

$$V_0=V_1^{(3)}+V_2^{(3)} \quad \cdots ⑨$$

$\boxed{\text{電気量保存}}$より

$$-\frac{1}{2}CV_0-\frac{3}{2}CV_0=+Q_1^{(3)}+(-Q_2^{(3)}) \quad \cdots ⑩$$

$\boxed{Q=CV}$より

$$Q_1^{(3)}=CV_1^{(3)} \quad \cdots ⑪ \qquad Q_2^{(3)}=CV_2^{(3)} \quad \cdots ⑫$$

257 (4) 続き

⑩に⑪，⑫を代入して

$$-\frac{1}{2}CV_0 + \frac{3}{2}CV_0 = CV_1^{(3)} - CV_2^{(3)} \quad \cdots ⑩'$$

⑨を変形して

$$V_1^{(3)} = V_0 - V_2^{(3)} \quad \cdots ⑨'$$

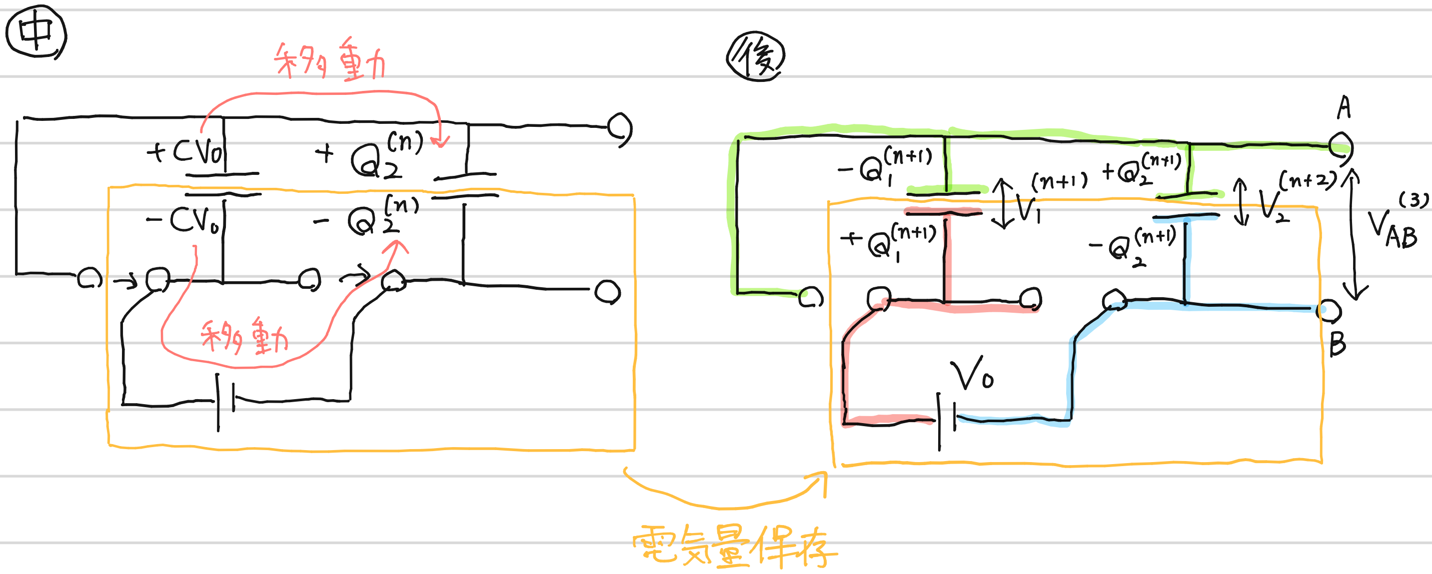
⑨'を⑩'に代入して

$$-\frac{1}{2}CV_0 - \frac{3}{2}CV_0 = C(V_0 - V_2^{(3)}) - CV_2^{(3)}$$

$$\therefore V_2^{(3)} = \frac{7}{4}V_0$$

$$\Rightarrow V_{AB} = V_2^{(3)} = \underline{\frac{7}{4}V_0}_{/\!/}$$

(5) 1回操作をする中で㊥で必ずC_1で$Q_1 = CV_0$充電され、電気量保存の電荷が増えていっていることがわかる。ここに注目して
n回目→$(n+1)$回目で作図をしてみると、



$\boxed{\text{キルヒホッフ則}}$ より

$$V_0 = V_1^{(n+1)} + V_2^{(n+1)} \quad \cdots ⑬$$

$\boxed{\text{電気量保存}}$ より

$$-CV_0 - Q_2^{(n)} = +Q_1^{(n+1)} + (-Q_2^{(n+1)}) \quad \cdots ⑭$$

$\boxed{Q=CV}$ より

$$Q_2^{(n)} = CV_{AB}^{(n)} \cdots ⑮ \qquad Q_1^{(n+1)} = CV_1^{(n+1)} \cdots ⑯ \qquad Q_2^{(n+1)} = CV_2^{(n+1)} \cdots ⑰$$

$\boxed{257}$ (5) 続き

⑭に⑮, ⑯, ⑰を代入して

$$-CV_0 - CV_{AB}^{(n)} = CV_1^{(n+1)} - CV_2^{(n+1)} \quad \cdots ⑭'$$

⑬より

$$V_1^{(n+1)} = V_0 - V_2^{(n+1)} \quad \cdots ⑬'$$

⑭'に⑬'を代入して

$$-CV_0 - CV_{AB}^{(n)} = C\left(V_0 - V_2^{(n+1)}\right) - CV_2^{(n+1)}$$

$$\Rightarrow \quad 2V_2^{(n+1)} = V_{AB}^{(n)} + 2V_0$$

$$\therefore V_2^{(n+1)} = \frac{1}{2}V_{AB}^{(n)} + V_0$$

$\Rightarrow V_{AB}^{(n+1)} = V_2^{(n+1)}$ なので

$$V_{AB}^{(n+1)} = \frac{1}{2}V_{AB}^{(n)} + V_0$$

nを非常に大きくしたとき

$$V_{AB}^{(n+1)} \fallingdotseq V_{AB}^{(n)}$$

（※(1)〜(4)の答えより、$V_{AB}^{(n)} \to V_{AB}^{(n+1)}$の変化量が小さくなっていることから判断できる）

なので

$$V_{AB}^{(\infty)} \fallingdotseq \frac{1}{2}V_{AB}^{(\infty)} + V_0$$

$$\therefore V_{AB}^{(\infty)} = \underline{2V_0}_{\,/\!/}$$

※無限回くり返し、はスイッチを導線としたときと同じ、と考える参考書もある。今回の問題では、下図のように書くことで同様に考えることができる。