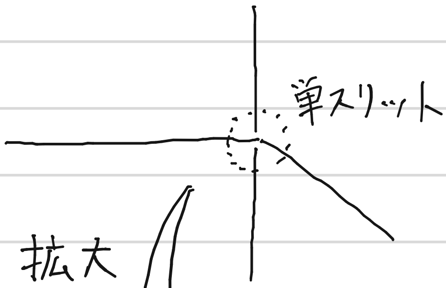
$\boxed{226}$

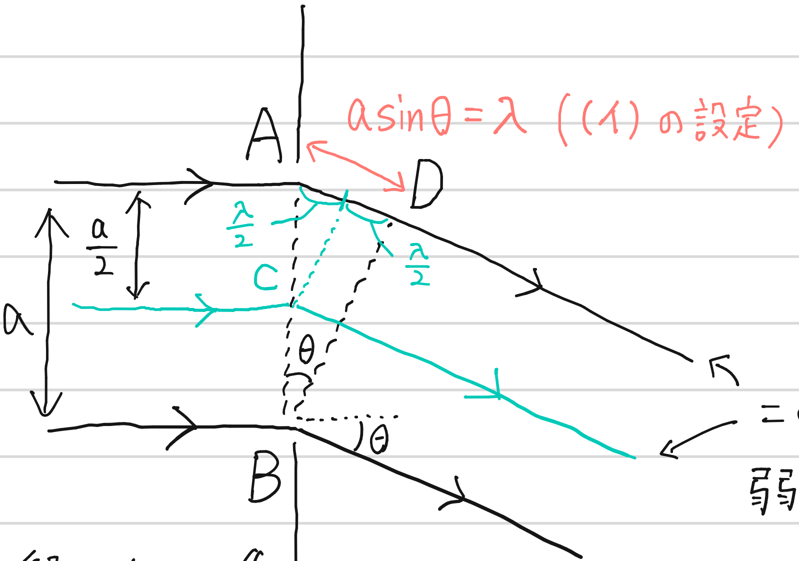
話の順番として、「$\overline{AD}$の長さが設定される」→「$\overline{AD}$を$\frac{\lambda}{2}$ずつ分ける」という流れであることを意識しよう。

(ア) 経路差はどの光線同士でも0なので強めあって<u>明るい</u>//

(イ)

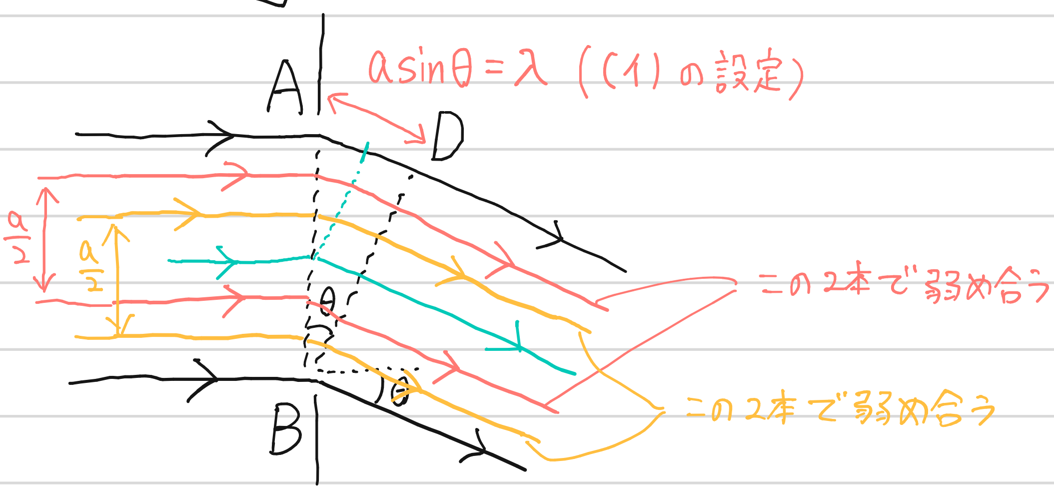


拡大



この2本で経路差が$\frac{\lambda}{2}$なので弱め合う

縁から少しずれた線を考える。

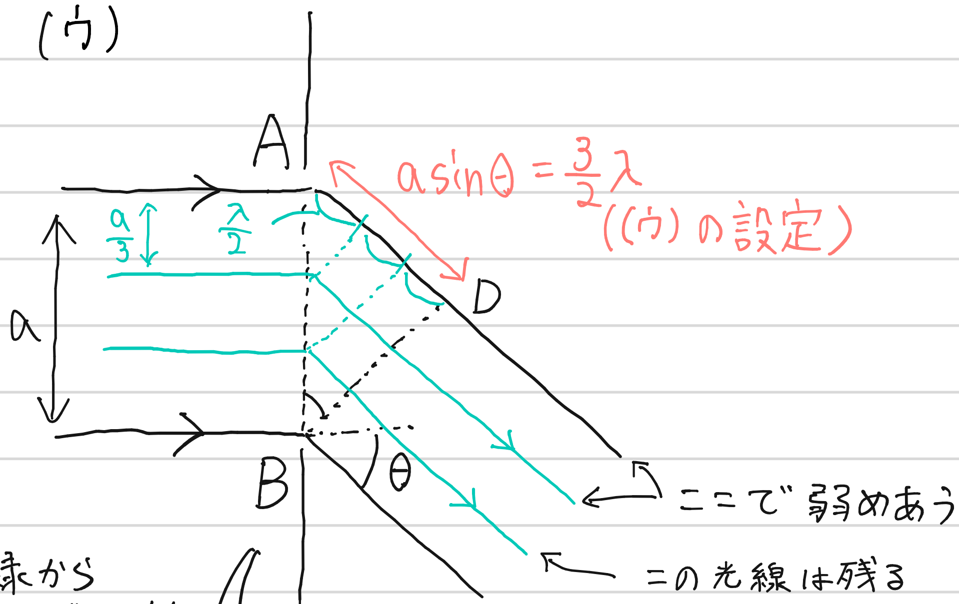


$\frac{a}{2}$はなれた線同士で弱め合うので、全エリア弱め合う

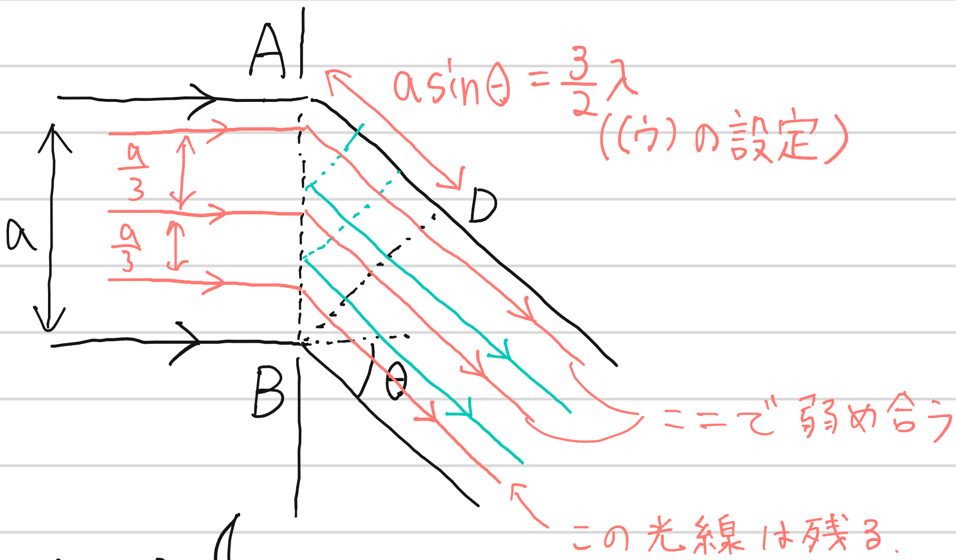
⇒ <u>暗い</u>// (イ)

$\boxed{226}$ 続き

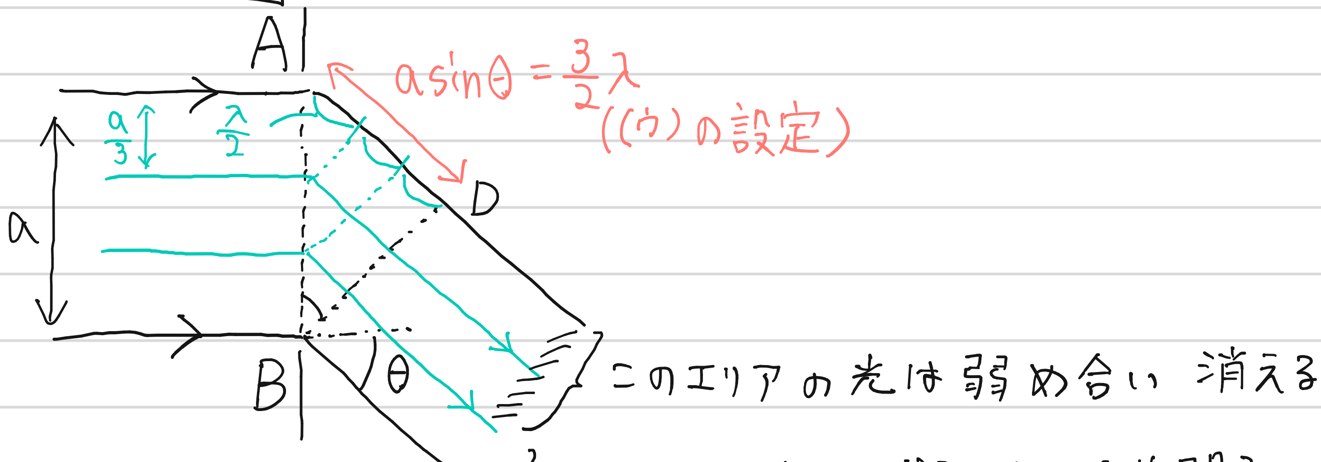
(ウ)



緑から
少しずれた線
を考える



まとめると



このエリアの光は残る ⇒ やや明るい // (ウ)

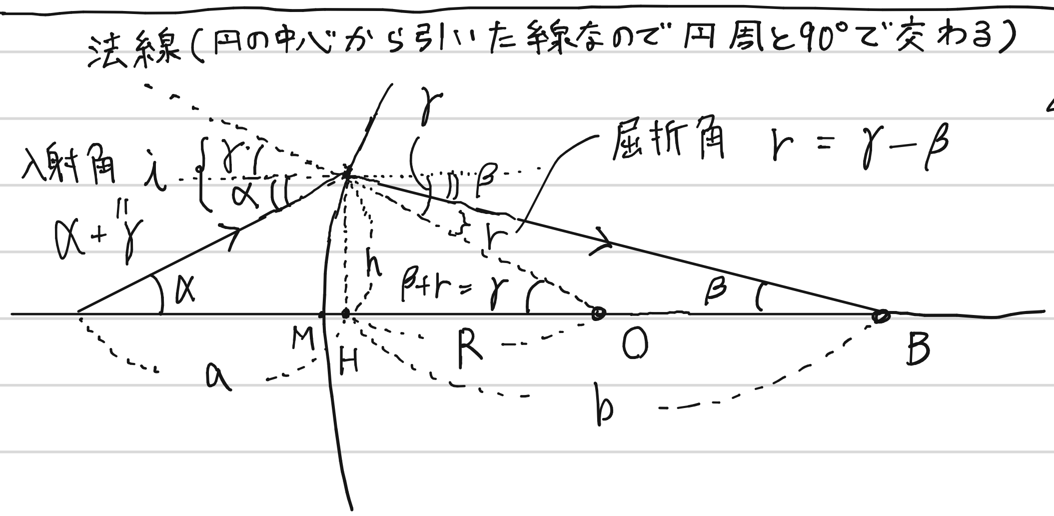
227

物理における角度追跡のコツ.

基本的に
- 平行直線
- 90°
- 内角の和が180°

の利用のみと考える。

※ごくまれに正弦定理を使う.



← 平行直線を書いて角度を追跡する.

図形的に

$$a\tan\alpha=h \Rightarrow a\sin\alpha=h \Rightarrow a\alpha=h \Rightarrow \alpha=\frac{h}{a} \cdots ①$$

$$b\tan\beta=h \Rightarrow b\sin\beta=h \Rightarrow b\beta=h \Rightarrow \beta=\frac{h}{b} \cdots ②$$

$$R\tan\gamma=h \Rightarrow R\sin\gamma=h \Rightarrow R\gamma=h \Rightarrow \gamma=\frac{h}{R} \cdots ③$$

屈折の法則より

$$n_1\sin i=n_2\sin r$$

$$\Rightarrow n_1\sin(\alpha+\gamma)=n_2\sin(\gamma-\beta)$$

$$\Rightarrow n_1(\alpha+\gamma)=n_2(\gamma-\beta) \cdots ④$$

④に①.②.③を代入

$$n_1\left(\frac{h}{a}+\frac{h}{R}\right)=n_2\left(\frac{h}{R}-\beta\right)$$

$$n_1\left(\frac{h}{a}+\frac{h}{R}\right)=n_2\left(\frac{h}{R}-\frac{h}{b}\right)$$

$$\frac{n_1}{a}+\frac{n_1}{R}=\frac{n_2}{R}-\frac{n_2}{b} \Rightarrow \underline{\frac{n_1}{a}+\frac{n_2}{b}=(n_2-n_1)\frac{1}{R}}$$

//

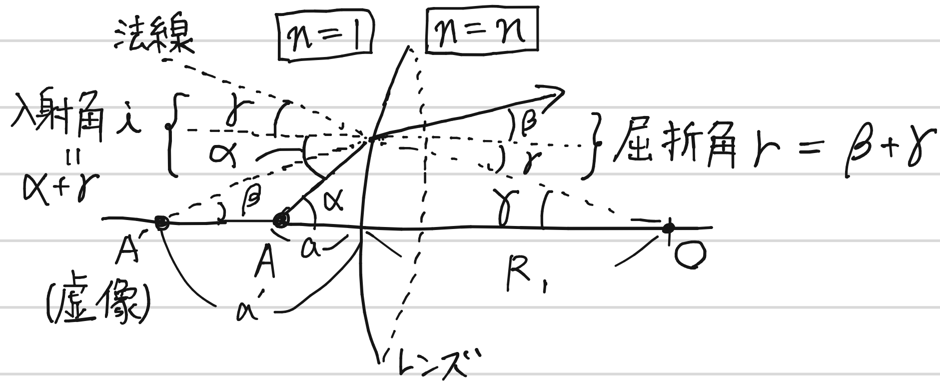
$\boxed{228}$ $\boxed{227}$ からの続きの問題である.

(ア)

$\boxed{228}$ でできる像の位置 a' が $\boxed{227}$ でできる像の位置 b と逆なので $\boxed{227}$ の式の b に $-a'$ を代入する.

↓

正しいが理論的な根拠とは言えないので.
作図からきちんと導こう.



図形的に

$$a\sin\alpha=h \Rightarrow a\alpha=h \Rightarrow \alpha=\frac{h}{a} \cdots ①$$

$$a'\sin\beta=h \Rightarrow a'\beta=h \Rightarrow \beta=\frac{h}{a'} \cdots ②$$

$$R_1\sin\gamma=h \Rightarrow R_1\gamma=h \Rightarrow \gamma=\frac{h}{R_1} \cdots ③$$

屈折の法則より

$$1\cdot\sin i = n\cdot\sin r$$

$$\Rightarrow \sin(\alpha+\gamma)=n\sin(\beta+\gamma)$$

$$\Rightarrow (\alpha+\gamma)=n(\beta+\gamma)$$

①.②.③を代入して

$$\left(\frac{h}{a}+\frac{h}{R_1}\right)=n\left(\frac{h}{a'}+\frac{h}{R_1}\right)$$

$$\Rightarrow \underline{\frac{1}{a}-\frac{n}{a'}=(n-1)\frac{1}{R_1}} \quad /\!/ \text{(ア)}$$

※ $\boxed{227}$ の式 $\frac{n_1}{a}+\frac{n_2}{b}=(n_2-n_1)\frac{1}{R}$ の b に $-a'$ を代入した形になっている。

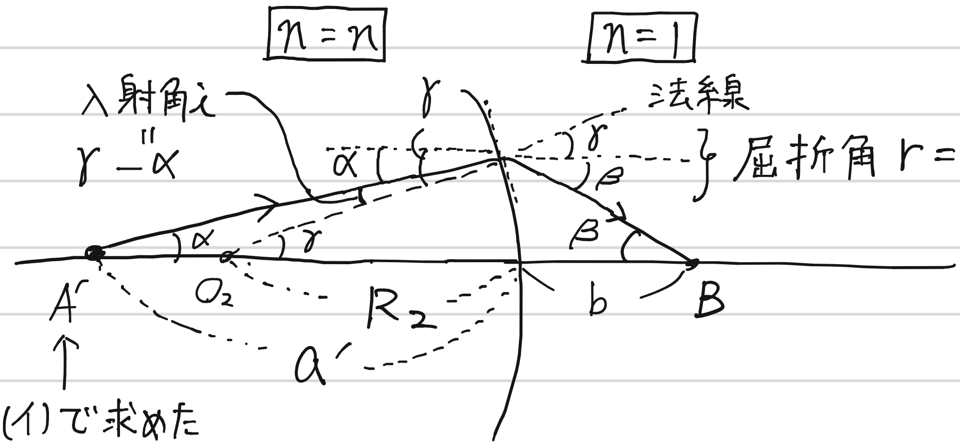
$\boxed{228}$ 続き

(イ)

$\boxed{227}$ とRの位置関係が逆なので R に $-R_2$ を代入する

⇓

正しいが理論的でないので.作図をして求めよう.



図形的に

$$a'\tan\alpha=h \Rightarrow a'\alpha=h \Rightarrow \alpha=\frac{h}{a'} \cdots ①$$

$$b\tan\beta=h \Rightarrow b\beta=h \Rightarrow \beta=\frac{h}{b} \cdots ②$$

$$R_2\tan\gamma=h \Rightarrow R_2\gamma=h \Rightarrow \gamma=\frac{h}{R_2} \cdots ③$$

屈折の法則より

$$n\sin i=1\cdot\sin r$$

$$\Rightarrow n\sin(\gamma-\alpha)=\sin(\beta+\gamma)$$

$$\Rightarrow n(\gamma-\alpha)=(\beta+\gamma)$$

$$\Rightarrow n\left(\frac{h}{R_2}-\frac{h}{a'}\right)=\left(\frac{h}{b}+\frac{h}{R_2}\right)$$

$$\Rightarrow \underline{\frac{n}{a'}+\frac{1}{b}=(1-n)\frac{1}{-R_2}}_{\#}\text{(イ)}$$

※ $\boxed{227}$ の式の R に $-R_2$ を代入した形になっている。

($n_1=n$, $n_2=1$ なのがまぎらわしいので注意)

$\boxed{228}$ 続き

(ウ)

(ア) 式 $\dfrac{1}{a} - \dfrac{n}{a'} = (n-1)\dfrac{1}{R_1}$

(イ) 式 $\dfrac{n}{a'} + \dfrac{1}{b} = (1-n)\dfrac{1}{-R_2}$ を連立する。

(ア) 式を変形して

$$\frac{n}{a'} = \frac{1}{a} - (n-1)\frac{1}{R_1}$$

(イ) 式に代入して

$$\frac{1}{a} - (n-1)\frac{1}{R_1} + \frac{1}{b} = (1-n)\frac{1}{-R_2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = (n-1)\frac{1}{R_1} - (1-n)\frac{1}{R_2}$$

$$= (n-1)\frac{1}{R_1} + (n-1)\frac{1}{R_2}$$

$$= \underline{(n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)} \quad /\!/ \ (ウ)$$

$\boxed{\text{レンズの公式}}$

$\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = \dfrac{1}{f}$ とくらべて

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

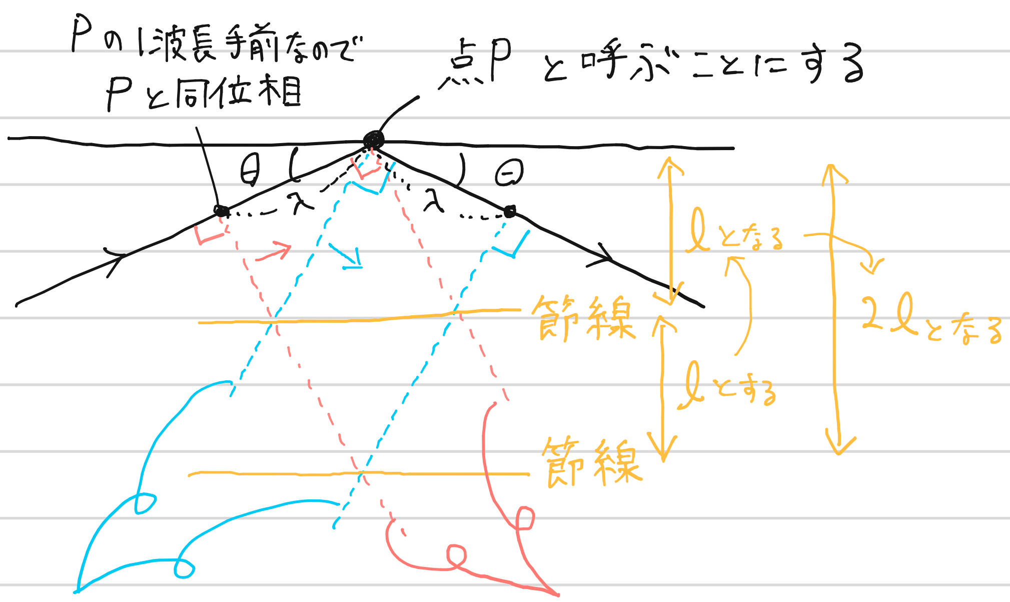
とかける。

f は R_1, R_2, n の関数であることがわかるのだ。

229 作図のポイント

- 波の進む向きと波面は90°
  (波面は同位相を結んだ線)
- 固定端は必ず節
- 角度の追跡のコツ.
  平行直線.90°.180°. を意識

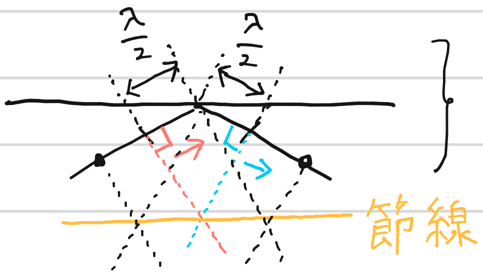
それぞれの線とℓ.2ℓを解釈する



反射波におけるPと同位相の波面
(進行と90°)
(矢印は波面の進む向き)

入射波におけるPと同位相の波面
(進行と90°)
(矢印は波面の進む向き)

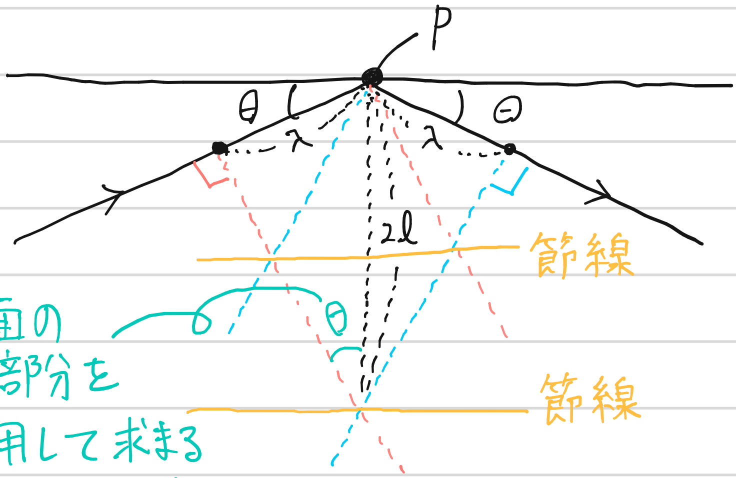
この2本が重なる場所は.元々同位相だった波の一方がPで位相が反転した状態で重なっている
⇒媒質の変位0の点となる



そして
λ離れた波面なら.どこでも同様に逆位相の波が重なるので媒質の変位0の点となる
⇒節線が書ける

$\boxed{229}$ 続き

(ア) $\boxed{\text{問いで聞かれている長さの検証をする}}$



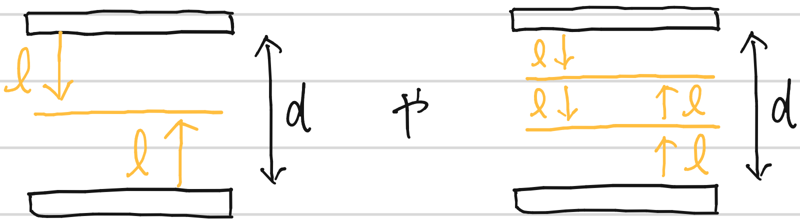
波面の90°部分を利用して求まる角度

↓

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{2\ell} \qquad \therefore\ \ell = \frac{\lambda}{2\sin\theta}$$ //(ア)

(イ) $\boxed{\text{定常波のできる条件}}$

→ 上面の反射で作る節線と、下面の反射で作る節線が一致すること.



なら OK

⇒ $d = m\ell$ といえる(左図は $m=2$, 右図は $m=3$)

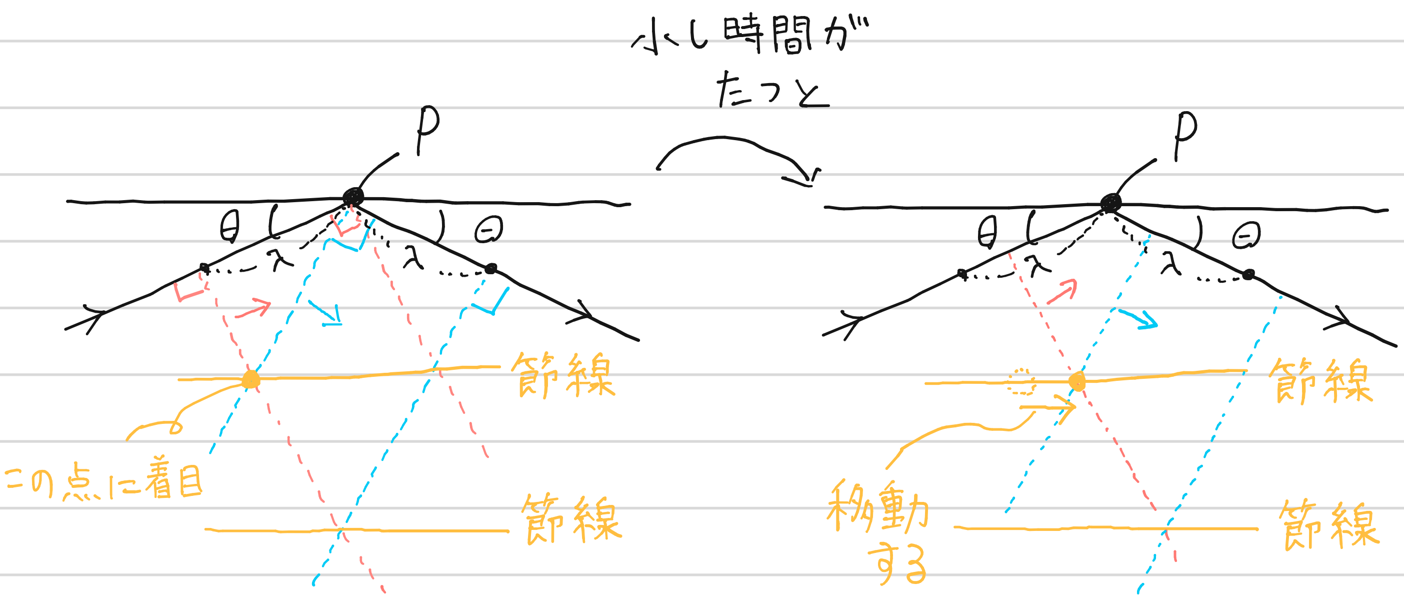
(ア)の式を代入して

$$d = m\frac{\lambda}{2\sin\theta}$$ //(イ)

$\boxed{229}$ 続き

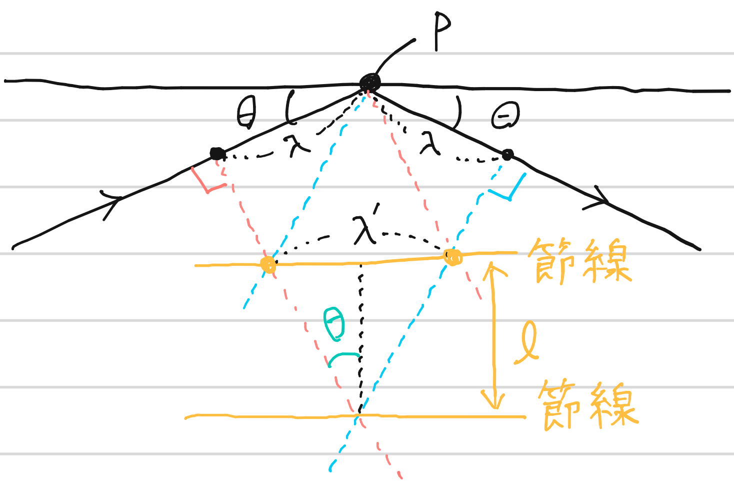
(ウ)

$\boxed{\lambda' の解釈をする}$



ここで、入射波、反射波の周期 T [s] だけ時間が経過したときの、● 点の移動量を λ' としている。

⇒ 下図のように λ' が書ける。



図より

$$\tan\theta = \frac{\frac{\lambda'}{2}}{l}$$

$$\Rightarrow \lambda' = 2l\tan\theta = 2\cdot\frac{\lambda}{2\sin\theta}\tan\theta \quad \therefore \lambda' = \underline{\frac{\lambda}{\cos\theta}}_{\#} \text{(ウ)}$$

229 続き

(エ)

(イ) 式 $d = m\dfrac{\lambda}{2\sin\theta}$ と (ウ) 式 $\lambda' = \dfrac{\lambda}{\cos\theta}$

を連立する。

⇒ (イ) 式を変形して

$$\sin\theta = m\frac{\lambda}{2d}$$

(ウ) 式を変形して

$$\cos\theta = \frac{\lambda}{\lambda'}$$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ に代入して θ を消去

$$\left(m\frac{\lambda}{2d}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{\lambda'}\right)^2 = 1$$

$$\frac{m^2\lambda^2}{4d^2} + \frac{\lambda^2}{\lambda'^2} = 1$$

$$\frac{\lambda^2}{\lambda'^2} = 1 - \frac{m^2\lambda^2}{4d^2}$$

$$\frac{1}{\lambda'^2} = \frac{1}{\lambda^2} - \frac{m^2}{4d^2}$$

$$\frac{1}{\lambda'^2} = \frac{4d^2 - m^2\lambda^2}{4d^2\lambda^2}$$

$$\lambda'^2 = \frac{4d^2\lambda^2}{4d^2 - m^2\lambda^2} \qquad \therefore \lambda' = \frac{2d}{\sqrt{4d^2 - m^2\lambda^2}}\lambda$$

(エ)

(オ)

λ が最大のとき、できる節線の数は 0 となる。これは (イ) の図においては $m = 0$ のときといえる。そして、$\sin\theta$ の最大値は 1 であるから、

(イ) 式 $d = m\dfrac{\lambda}{2\sin\theta}$ を変形した式 $\lambda = \dfrac{2d\sin\theta}{m}$ より

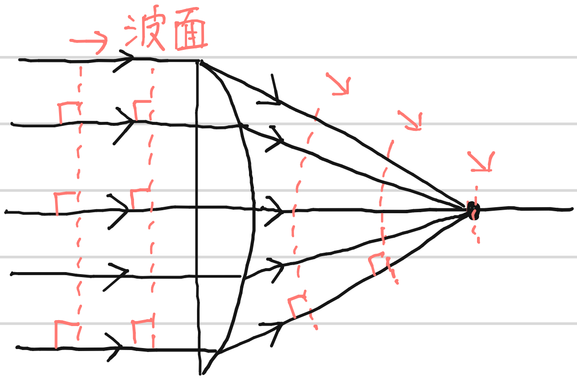
$$\lambda_{Max} = 2d$$ (オ) ← 壁に垂直にぶつかり定常波を作るモデルである。

※ 光波の問題というより、平面波の干渉の問題である。

230

光がFに集まるには、I, IIの光が同時にFに来ればいい、について

屈折後の光の経路を考える際は波面をベースに考えたい
(ホイヘンスの原理)



ある時刻に到達していた点をむすぶと波面になるので、
逆に考えると同一波面上の点まで到達するまでの時間は全ての経路で同じといえるのだ。

(ア)

屈折の法則より

$$n_{真空} c = n v$$

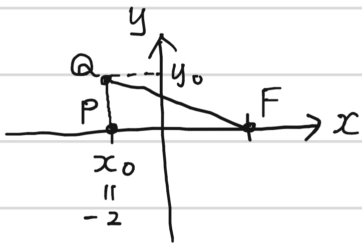
$$\therefore v = \frac{c}{n} \quad (ア)$$

$n_{真空}=1$ は屈折率の定義.
一般に $n_{空気} \fallingdotseq n_{真空} = 1$ とする

(イ)

x_0 が負の値であることに注意

(例えば下図のように $x_0 = -2$ の場合



$$\overline{PF} = f - (-2) = f + 2$$

と計算する。)

よって今回の場合、

$$\overline{PF} = f - x_0$$

となり

$$\overline{QF} = \sqrt{\overline{PF}^2 + \overline{QP}^2} = \sqrt{(f - x_0)^2 + y_0^2} \quad (イ)$$

$\boxed{230}$ 続き

(ウ)　(イ)を含む式を立てる

QとPは同一波面上なので同位相で、ここから
Fまでの時間を計算する.

$\boxed{\text{I}}$
$$t = \frac{\overline{QF}}{c} = \frac{\sqrt{(f-x_0)^2+y_0^2}}{c}$$

$\boxed{\text{II}}$
$$t = \underbrace{\frac{-x_0}{\frac{c}{n}}}_{P\to O\text{まで}} + \underbrace{\frac{f}{c}}_{O\to F\text{まで}}$$

これより
$$\frac{\sqrt{(f-x_0)^2+y_0^2}}{c} = \frac{f}{c} - \frac{x_0}{\frac{c}{n}}$$
← 問題文にある式

これを変形して
$$\sqrt{(f-x_0)^2+y_0^2} = f - nx_0$$
$$(f-x_0)^2 + y_0^2 = (f-nx_0)^2$$
$$\cancel{f^2} - 2fx_0 + x_0^2 + y_0^2 = \cancel{f^2} - 2fnx_0 + n^2x_0^2$$

ここで $x_0 = -\frac{1}{2R}y_0^2$ より $y_0^2 = -2Rx_0$ であり、これを代入して

$$-2fx_0 + x_0^2 - 2Rx_0 = -2fnx_0 + n^2x_0^2$$
$$2x_0(n-1)f = (n^2-1)x_0^2 + 2Rx_0$$
$$f = \frac{(n^2-1)x_0 + 2R}{2(n-1)}$$
// (ウ)

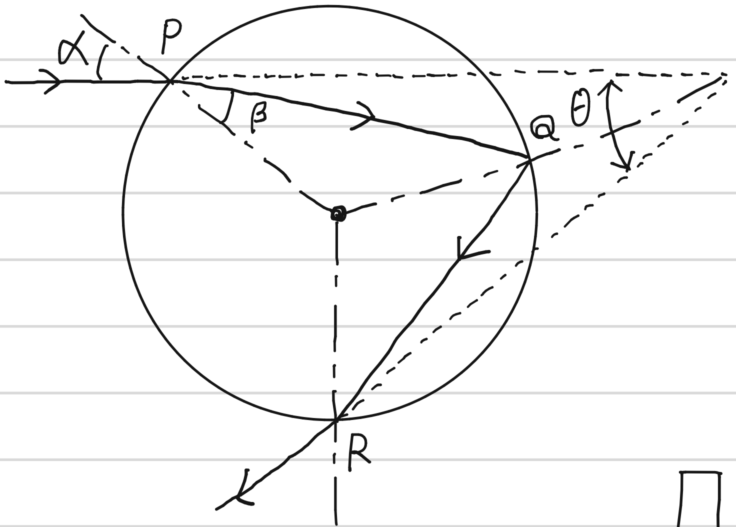
(エ)　$R \gg x_0$ のとき　$\left(\frac{x_0}{R} \fallingdotseq 0\right.$, 2乗がないので荒い近似$\left.\right)$

$$f = \frac{R\left\{\frac{(n^2-1)x_0}{R} + 2\right\}}{2(n-1)} \fallingdotseq \frac{2R}{2(n-1)} = \frac{R}{n-1}$$
// (エ)

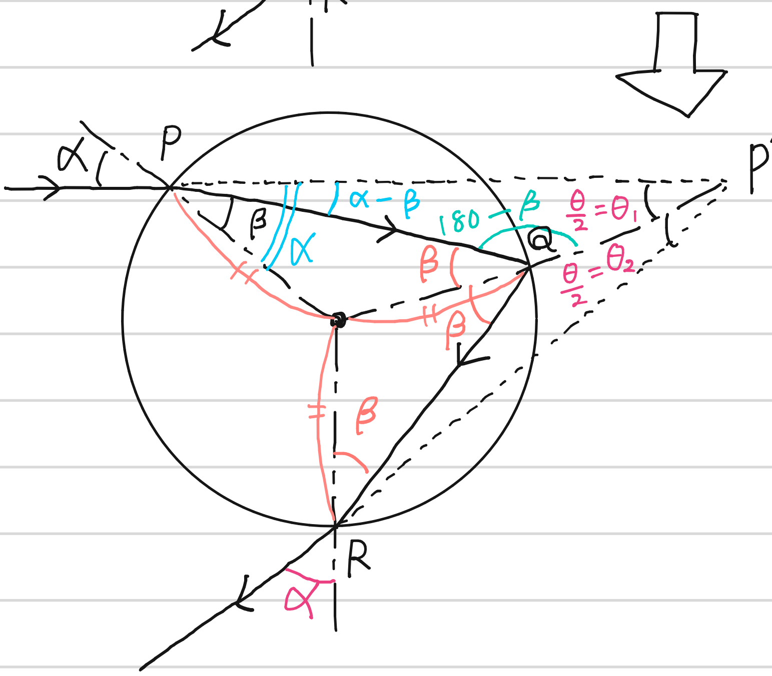
$\boxed{231}$

(ア) 屈折の法則より $1 \times \sin\alpha = n\sin\beta$ $\therefore\ n = \dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ //(ア)

(イ) 角度の追跡を自分でできた方がよい



この図からθとα,βの関係を書けるようになろう



① 二等辺三角形と反射の法則でβとなる角度がわかる。

② 対頂角でαを書け。α−βとなる角度がわかる

③ 直線とβの関係から180°−βとなる角度がわかる。

④ 屈折の法則より、でていくときの屈折角がαとわかり、図の対称性から $\theta_1 = \theta_2 = \dfrac{\theta}{2}$ とかける

⇒ PQP′の三角形に注目して

$$(\alpha-\beta)+(180-\beta)+\frac{\theta}{2}=180$$

$$\frac{\theta}{2} = 2\beta-\alpha$$

$$\theta = \underline{4\beta-2\alpha}\ // \text{(イ)}$$

※ PQP′の三角形の2角の和が外角になることから

$(\alpha-\beta)+\dfrac{\theta}{2}=\beta$ としてもよい。

231 続き

(ウ) 解説で簡略化されている計算を書くと以下のようになる。

$$\begin{cases} \theta_0 = 4\beta_0 - 2\alpha_0 \\ \theta' = 4(\beta_0 + \Delta\beta) - 2(\alpha_0 + \Delta\alpha) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \theta' - \theta_0$$
$$= \{4(\beta_0+\Delta\beta) - 2(\alpha_0+\Delta\alpha)\} - \{4\beta_0 - 2\alpha_0\}$$
$$= 4\Delta\beta - 2\Delta\alpha$$

ここで $\Delta\theta = 0$ とすると

$$0 = 4\Delta\beta - 2\Delta\alpha$$

$$\therefore \Delta\alpha = \underbrace{2\Delta\beta}_{(ウ)}$$

(エ) 誘導の通り計算する。

屈折の法則より

$$1 \times \sin(\alpha_0 + \Delta\alpha) = n \times \sin(\beta_0 + \Delta\beta)$$

$$\Rightarrow n = \frac{\sin(\alpha_0+\Delta\alpha)}{\sin(\beta_0+\Delta\beta)}$$

$$= \frac{\sin\alpha_0 \overbrace{\cos\Delta\alpha}^{\fallingdotseq 1} + \cos\alpha_0 \overbrace{\sin\Delta\alpha}^{\fallingdotseq \Delta\alpha}}{\sin\beta_0 \underbrace{\cos\Delta\beta}_{\fallingdotseq 1} + \cos\beta_0 \underbrace{\sin\Delta\beta}_{\fallingdotseq \Delta\beta}}$$

$$\fallingdotseq \frac{\sin\alpha_0 + \Delta\alpha\cos\alpha_0}{\sin\beta_0 + \Delta\beta\cos\beta_0}$$

$$= \frac{\sin\alpha_0 + 2\Delta\beta\cos\alpha_0}{\sin\beta_0 + \Delta\beta\cos\beta_0}$$

ここで(イ)より $n = \dfrac{\sin\alpha_0}{\sin\beta_0}$ なので、

$$\frac{\sin\alpha_0}{\sin\beta_0} = \frac{\sin\alpha_0 + 2\Delta\beta\cos\alpha_0}{\sin\beta_0 + \Delta\beta\cos\beta_0}$$

$\boxed{231}$ (エ) 続き

$$\sin\alpha_0(\cancel{\sin\beta_0}+\Delta\beta\cos\beta_0)=\sin\beta_0(\cancel{\sin\alpha_0}+2\Delta\beta\cos\alpha_0)$$

$$\sin\alpha_0\cdot\cancel{\Delta\beta}\cos\beta_0=\sin\beta_0\cdot 2\cancel{\Delta\beta}\cos\alpha_0$$

$$\therefore \cos\alpha_0=\frac{\sin\alpha_0}{2\sin\beta_0}\cos\beta_0 \quad (\text{エ})$$

(オ) α_0を消去するため $\sin\alpha_0$と $\cos\alpha_0$を作る。

(ア)より $n=\dfrac{\sin\alpha_0}{\sin\beta_0}$ なので

$$\sin\alpha_0=n\sin\beta_0$$

また $\cos^2\alpha_0=1-\sin^2\alpha_0$ なので

$$\cos\alpha_0=\sqrt{1-(n\sin\beta_0)^2}$$

これらを(エ)の式に代入すると

$$\sqrt{1-(n\sin\beta_0)^2}=\frac{n\cancel{\sin\beta_0}}{2\cancel{\sin\beta_0}}\cos\beta_0$$

$\sin\beta_0$について解いて

$$1-(n\sin\beta_0)^2=\frac{n^2}{4}\cos^2\beta_0$$

$$1-(n\sin\beta_0)^2=\frac{n^2}{4}(1-\sin^2\beta_0)$$

$$1-n^2\sin^2\beta_0=\frac{n^2}{4}-\frac{n^2}{4}\sin^2\beta_0$$

$$\frac{3}{4}n^2\sin^2\beta_0=1-\frac{n^2}{4}$$

$$\sin^2\beta_0=\frac{4-n^2}{4}\left(\frac{4}{3n^2}\right)$$

$$\sin^2\beta_0=\frac{4-n^2}{3n^2}$$

$$\therefore \sin\beta_0=\frac{1}{n}\sqrt{\frac{4-n^2}{3}} \quad (\text{オ})$$

$\boxed{231}$ 続き

(カ)

屈折の法則の式

$$1 \times \sin\alpha_0 = n \times \sin\beta_0$$

に(ホ)の式を代入して

$$\sin\alpha_0 = n \cdot \frac{1}{n}\sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$$

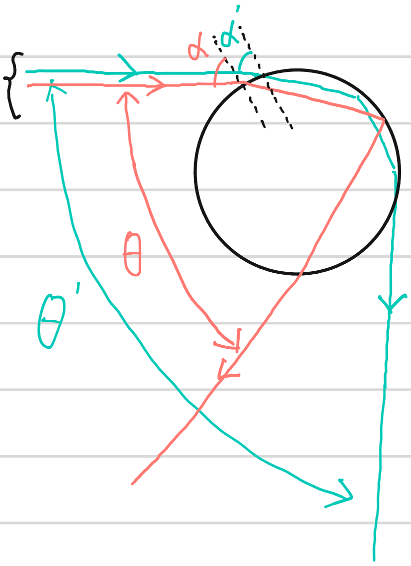
$$\therefore \sin\alpha_0 = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}} \quad // \text{(カ)}$$

231 続き

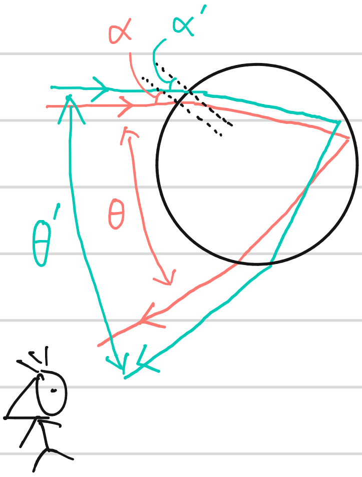
※ 重要 この計算と虹の原理を結びつけよう.

① 「θとθ'の変化が小さいとき強度最大」について

太陽光線は平行に複数入射する



例えば左図の
→ と → の光線は
入射角αが微小変化した
光だがθが大きく変化している.
結果、光は散らばっている。

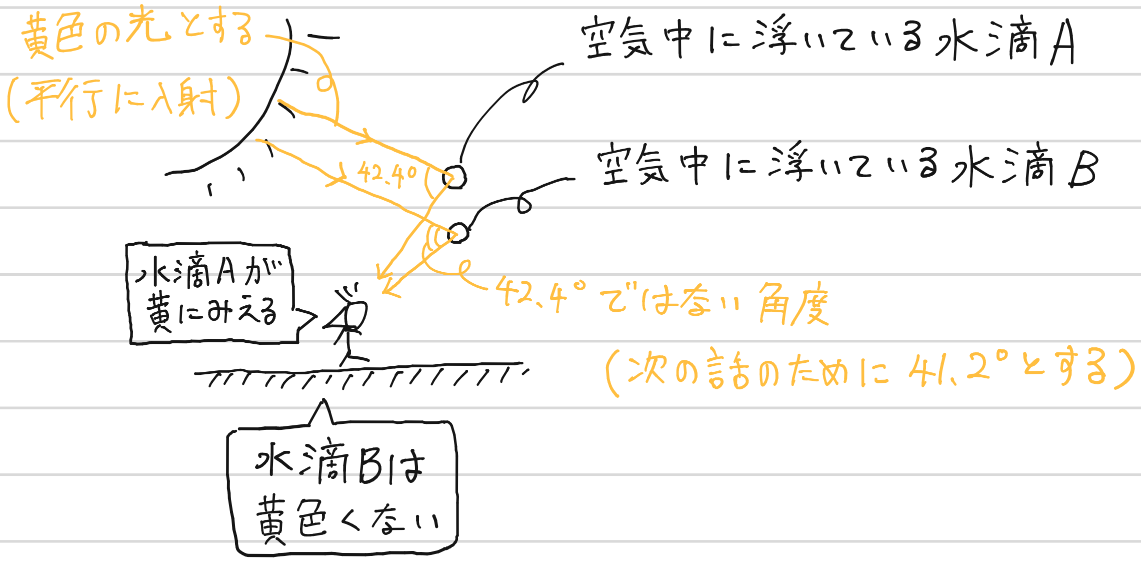


そして左図のように
θとθ'の変化が小さいときは.
2本の光線がほぼ同じ向きに
進む.
⇒ 観測される光が多く.
強度が大きいといえるのだ.
⇒ 今回は. $\Delta\theta=0$になるようなα. β. θを
求め. 強度が最大となる角度を求めた。

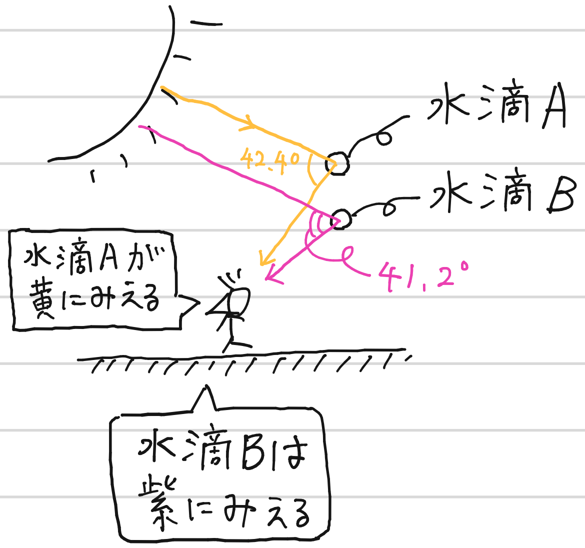
231 続き

② 実際の虹の見え方

- 問題文より $n=1.33$ だと $\theta_0=42.4°$ で強度最大。



- 光は色(波長)のちがいで屈折率がかわり、紫色はすごく曲がりやすく、$n=1.34$ 程度になる。赤は曲がりづらく $n=1.32$ くらい。
$n=1.34$ だと $\alpha_0=59.0°$, $\beta_0=39.8°$, $\theta_0=41.2°$ が得られる。

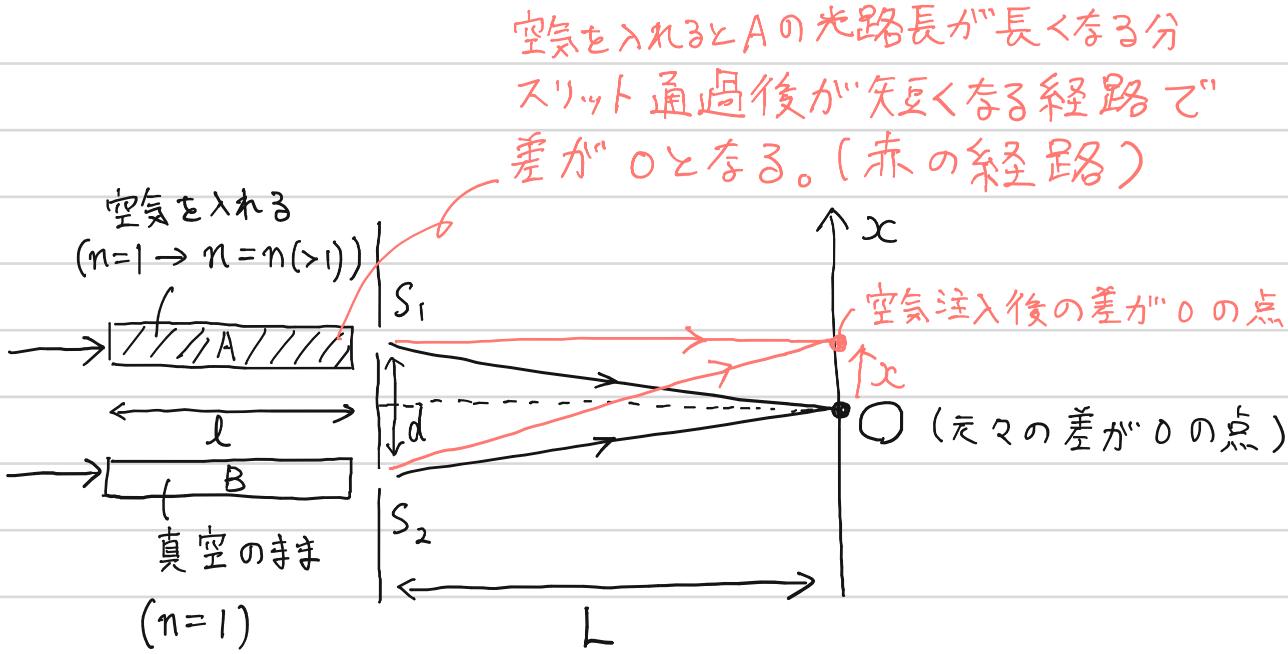


すると左図のように黄に見えなかった水滴Bは紫に見えたりする。

太陽光には、様々な色の光が含まれ、水滴の場所により強度が大きい色がかわるので、水滴ごとに色が異なり虹となるのである。
(下側に紫などのnが小さい光がくることもわかる)

232

(1) 光路差 0 の点を追跡して考える



図より縞の移動方向は 正方向 (ア)

(2) (イ)

A, B の区間で発生する光路差を考える

$\boxed{\text{Aの光路長}}$ nl $\boxed{\text{Bの光路長}}$ l

差は

$$nl - l \Rightarrow (n-1)l$$

この差がスリット通過後の経路差と同じになる点が x の点である。

$\boxed{\text{スリット通過後の経路差}}$ $d\sin\theta$

$$\Rightarrow d\frac{x}{L}$$

よって

$$d\frac{x}{L} = (n-1)l \qquad \therefore x = \frac{(n-1)lL}{d}$$ (イ)

232 (2) 続き

(ウ)

赤と青だと、青の方が曲がりやすく、nが大きい。
(暗記事項：波長が短い程、曲がりやすい。)
(λ長←赤 橙 黄 緑 青 藍 紫→短λ)
問題文にも少し書いてある。

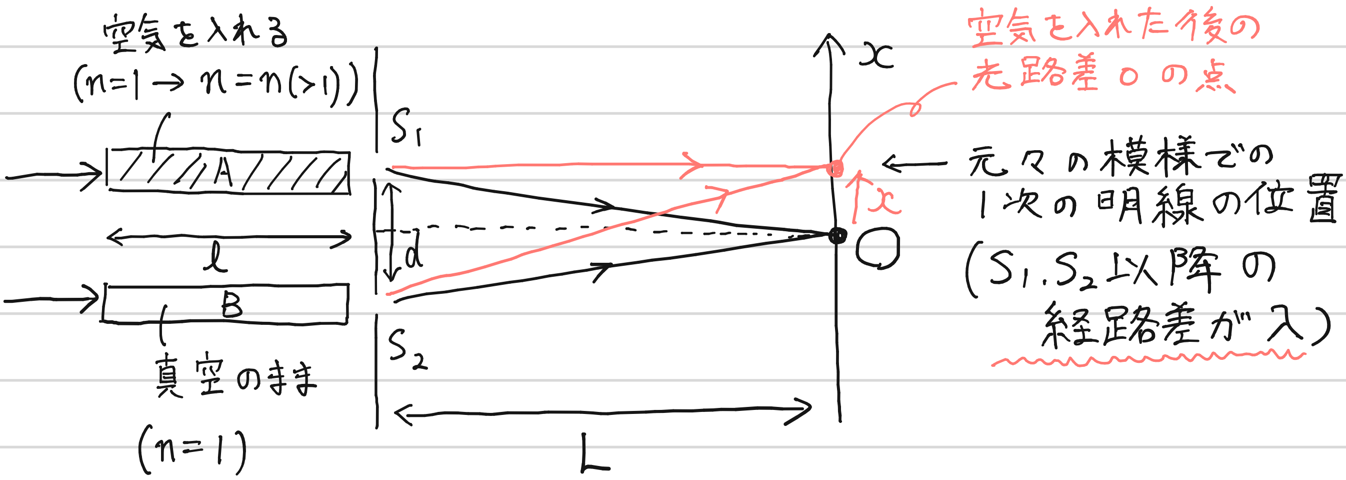
⇒空気を入れていくと青のnの方が、より大きくなる

ここで

$$x = \frac{(n-1)lL}{d}$$

より、nが大きくなる程、xが大きくなることが分かるので
nが大きくなりやすい青が速く動くと分かる。
((ウ)… 大き)

(3) 元々の1次の明線まで移動したということから、S_1, S_2以降の経路差 $d\sin\theta\left(= d\frac{x}{L}\right)$ がλとわかる



一方で、A、Bの区間での光路差は(イ)のときと同様、
$(n-1)l$ // (エ) であり、これが、S_1, S_2以降の経路差λと等しければ、全体での差が0になる。よって

$$(n-1)l = \lambda \qquad \therefore n = 1 + \frac{\lambda}{l} \ \text{// (オ)}$$

232 (3) 続き

(カ) 問題文の「空気の屈折率1からの増加分は、圧力に比例」「1気圧の空気の屈折率は1.000292」ということを式にすると、

$$n = \underline{1 + \underbrace{0.000292P}_{\text{増加分}}} \quad /\!/ \text{(カ)}$$

(キ) (オ), (カ)より

$$1 + \frac{\lambda}{l} = 1 + 0.000292P$$

$$P = \frac{\lambda}{0.000292\,l} = \underline{\frac{\lambda}{2.92\,l} \times 10^4 \text{ [気圧]}} \quad /\!/ \text{(キ)}$$

$\boxed{233}$

(ア)　Aからの光の点Pでの変位が

$$z_1 = a\sin 2\pi \frac{c}{\lambda} t$$

で、Bからの光はこれより $d\sin\theta = d\frac{y}{\ell}$ の経路を進む時間だけ遅れる。時間にして $d\frac{y}{\ell c}$ [s] であり、これを z_1 の式に組み込んで

$$z_2 = a\sin 2\pi \frac{c}{\lambda}\left(t - d\frac{y}{\ell c}\right)$$

$$\Rightarrow\ \underline{z_2 = a\sin 2\pi\left(\frac{c}{\lambda}t - \frac{dy}{\lambda\ell}\right)}\ _{//}\text{(ア)}$$

※ 元々の解説では、位相差を $2\pi\frac{(経路差)}{\lambda} = 2\pi\frac{dy}{\lambda\ell}$ と求めてそれを式に組み込む形で求めている。

(イ)　$z = z_1 + z_2$ より

$$z = a\sin 2\pi\frac{c}{\lambda}t + a\sin 2\pi\left(\frac{c}{\lambda}t - \frac{dy}{\lambda\ell}\right)$$

ここで $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ を用いて変形する。$\left(\alpha = 2\pi\frac{c}{\lambda}t,\ \beta = 2\pi\left(\frac{c}{\lambda}t - \frac{dy}{\lambda\ell}\right)\right)$

$$z = a\left(\sin\alpha + \sin\beta\right)$$

$$= a\left(2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

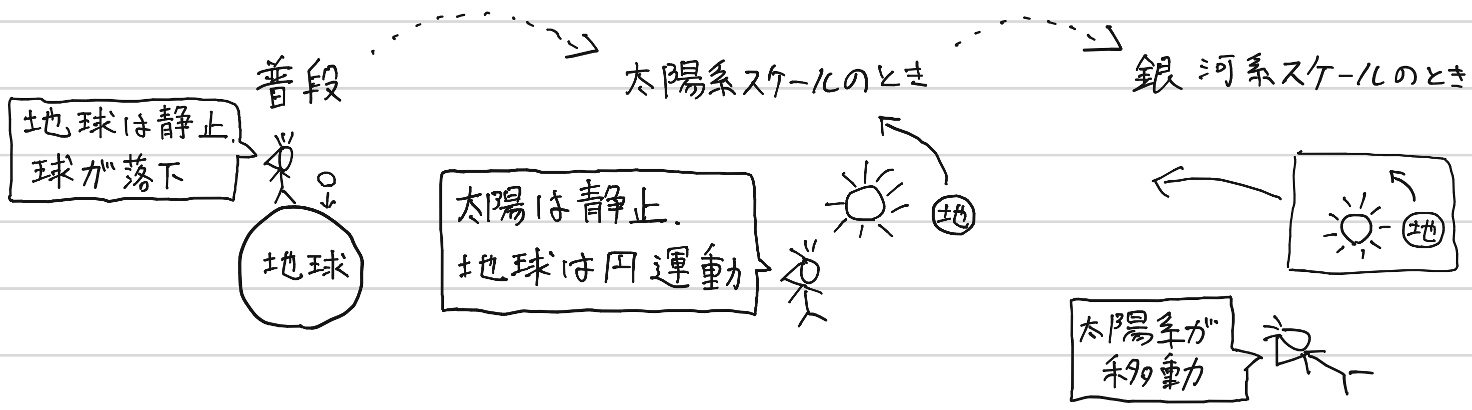
$$= a\left(2\sin\frac{4\pi\frac{c}{\lambda}t - 2\pi\frac{dy}{\lambda\ell}}{2}\cos\frac{2\pi\frac{dy}{\lambda\ell}}{2}\right)$$

$$= \underbrace{\underline{2a\cos 2\pi\frac{dy}{2\lambda\ell}}\ _{//}\text{(イ)}}_{振幅項}\ \sin 2\pi\left(\frac{c}{\lambda}t - \frac{dy}{2\lambda\ell}\right)$$

(ウ)　振幅項を2乗して $I \propto \underline{(2a)^2\cos^2\left\{2\pi\left(\frac{dy}{2\lambda\ell}\right)\right\}}\ _{//}\text{(ウ)}$

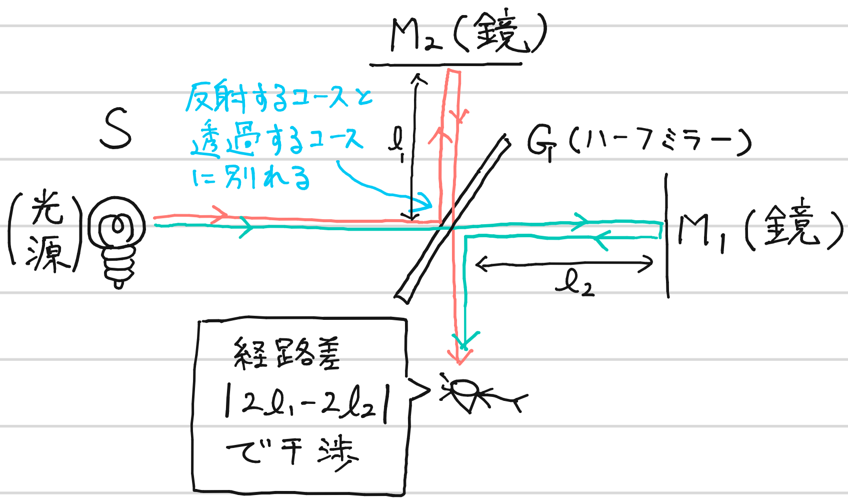
234

Point① 絶対静止のエーテル… 静止している空間のこと。空間を満たす素材をエーテルと呼んでいる。



これをどんどん拡大していって、完全に静止している空間があると想定しているのだ。そこからみた、地球の速度を検証しようとした問題である。

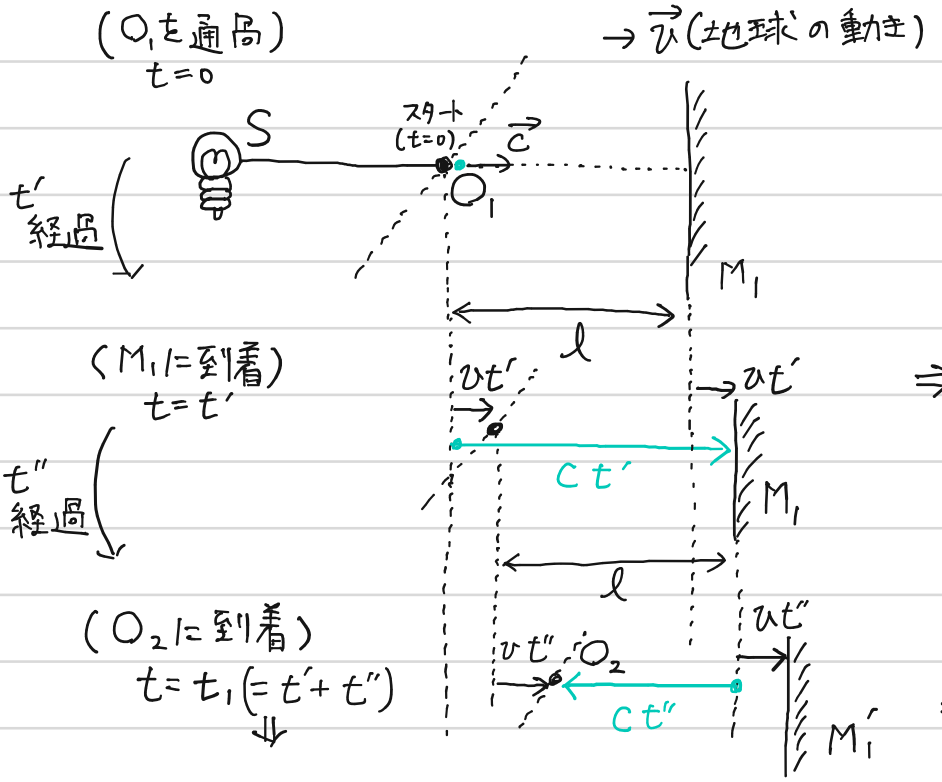
Point② マイケルソン干渉計の仕組み



今回は地球の運動速度と同じ速度で、この実験装置も動いてしまっている、というモデルなのである。

$\boxed{234}$ 続き

(ア)　地球が $\overrightarrow{OM_1}$ 方向に $\vec{v}$ で動いているとする。



図より

$\Rightarrow\ l+vt'=ct'$

$t'=\dfrac{l}{c-v}$

相対速度 $u=c-v$で
lの区間を移動したといえる
(図3の伝えたいこと)

図より

$\Rightarrow\ l-vt''=ct''$

$t''=\dfrac{l}{c+v}$

相対速度 $u=c+v$で
lの区間を移動したといえる
(図3の伝えたいこと)

これより

$$t_1=t'+t''=\frac{l}{c-v}+\frac{l}{c+v}$$

$$=\frac{l\{(c+v)+(c-v)\}}{(c-v)(c+v)}$$

$$=\frac{2cl}{c^2-v^2}$$

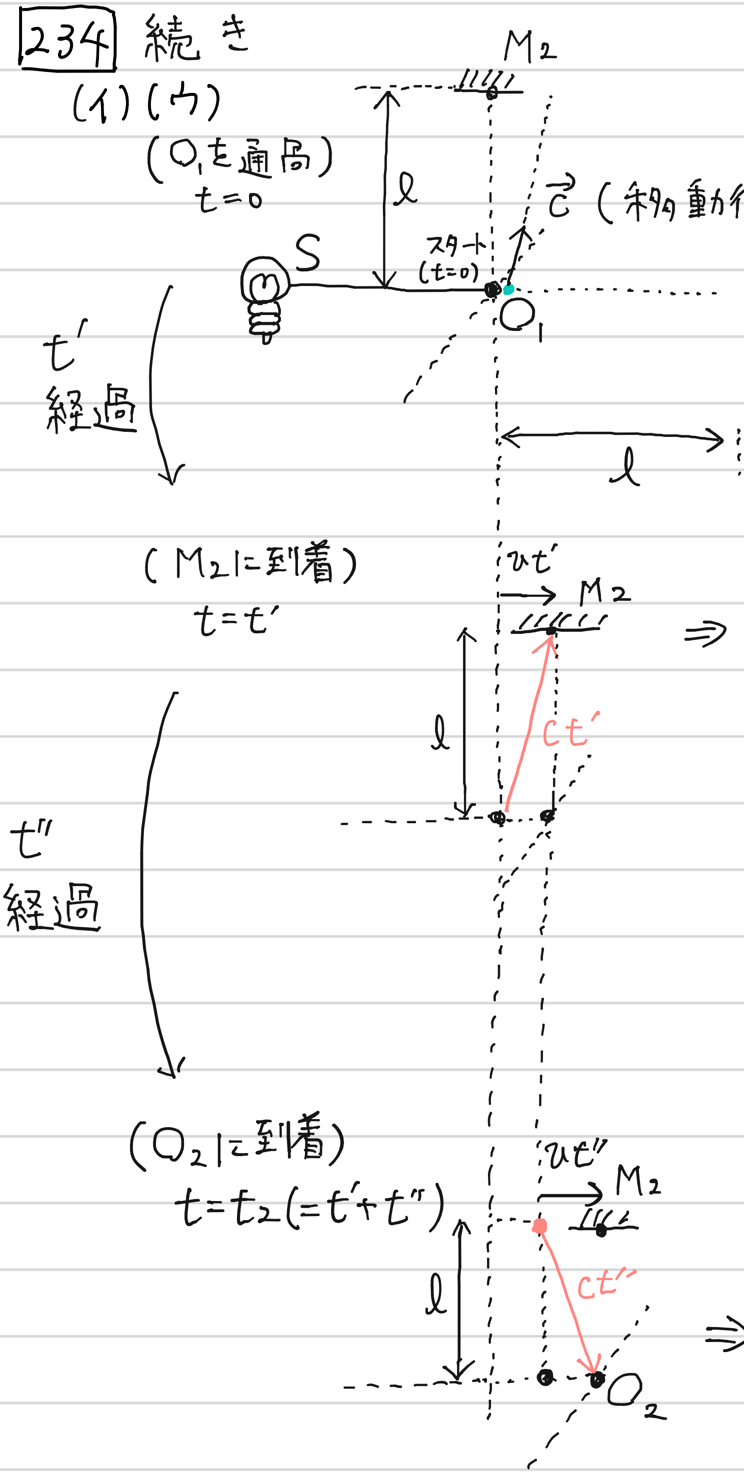
答えの形
$\dfrac{2l}{c}\times\square$ に変形

$$=\frac{2l}{c}\cdot\frac{1}{\frac{c^2-v^2}{c^2}}$$

$$=\frac{2l}{c}\cdot\underline{\underline{\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}}}\ \cdots(ア)$$

$\boxed{234}$ 続き

(イ)(ウ)



$\vec{c}$ (移動後のM_2にあたるように光は進むので $\vec{c}$はななめとする)

図より

$$\Rightarrow\ (ct')^2=(vt')^2+l^2$$

$$t'^2=\frac{l^2}{c^2-v^2}$$

$$t'=\frac{l}{\sqrt{c^2-v^2}}$$

相対速度$u=\sqrt{c^2-v^2}$でlの区間を進んだということ。(図4の伝えたいこと)

$$\left(\begin{array}{l}\vec{u}=\vec{c}-\vec{v}\\ \text{図より}\Rightarrow|\vec{u}|=\underline{\sqrt{c^2-v^2}}\end{array}\right)$$

(イ)

図より

$$\Rightarrow\ (ct'')^2=(vt'')^2+l^2$$

$$t'^2=\frac{l^2}{c^2-v^2}$$

$$t''=\frac{l}{\sqrt{c^2-v^2}}$$

相対速度$\sqrt{c^2-v^2}$でlの区間を進んだということ。(図4の伝えたいこと)

$$\left(\begin{array}{l}\vec{u}=\vec{c}-\vec{v}\\ \text{図より}\Rightarrow|\vec{u}|=\sqrt{c^2-v^2}\end{array}\right)$$

行きも帰りも大きさの関係は同じになる

$\boxed{234}$ (イ)(ウ) 続き

$$t_2 = t' + t''$$
$$= \frac{l}{\sqrt{c^2 - v^2}} + \frac{l}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$
$$= \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$
$$= \underline{\frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}} \text{ (ウ)}$$

(エ)(オ)

$v \ll c$ なら

$\frac{v^2}{c^2} \ll 1$ なので $\left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right)^n \fallingdotseq 1 + n\frac{v^2}{c^2}$ と近似できる

t_1, t_2で適用すると.

$$t_1 = \frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$
$$= \frac{2l}{c} \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1}$$
$$= \frac{2l}{c} \cdot \left\{1 - (-1)\frac{v^2}{c^2}\right\}$$
$$= \frac{2l}{c} \cdot \underline{\left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right)} \text{ (エ)}$$

$$t_2 = \frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$
$$= \frac{2l}{c}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$
$$\fallingdotseq \frac{2l}{c}\left\{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)\frac{v^2}{c^2}\right\}$$
$$= \frac{2l}{c}\underline{\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right)} \text{ (オ)}$$

$\boxed{234}$ 続き

(カ)

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{2l}{c}\cdot\left(1+\frac{v^2}{c^2}\right) - \frac{2l}{c}\left(1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right)$$

$$= \frac{2l}{c}\cdot\left(\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right)$$

$$= \frac{l}{c}\cdot\left(\frac{v}{c}\right)^2 \quad // \text{(カ)}$$

(キ) M_1 を通る経路と，M_2 を通る経路で

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{l}{c}\cdot\left(\frac{v}{c}\right)^2$$

の時間差があるなら，光路差 Δl は

$$\Delta l = c\Delta t = c(t_1 - t_2)$$

$$= c\cdot\frac{l}{c}\cdot\left(\frac{v}{c}\right)^2$$

$$= l\left(\frac{v}{c}\right)^2 \quad // \text{(キ)}$$

(ク)(ケ)

干渉の条件式をたてると

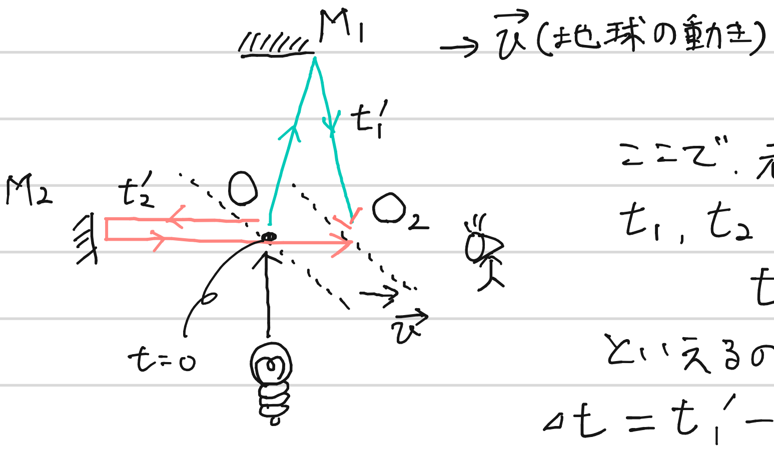
$$\Delta l = m\lambda \quad // \text{(ク)}$$

$$\Rightarrow l\left(\frac{v}{c}\right)^2 = m\lambda$$

$$l = m\lambda\left(\frac{c}{v}\right)^2 \quad // \text{(ケ)}$$

[234] 続き

(コ) 装置を90°回転させると下図の経路での干渉となる。



ここで、元の経路で求めた時間 t_1, t_2 を用いて t_1', t_2' を示すと、

$$t_1' = t_2 \qquad t_2' = t_1$$

といえるので

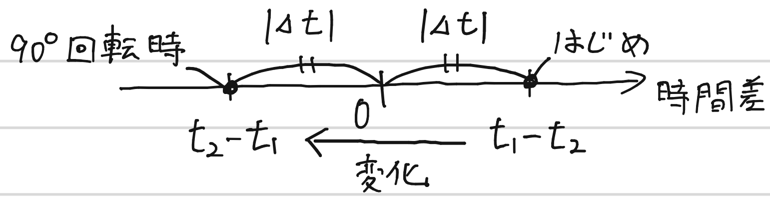
$$\Delta t = t_1' - t_2' = t_2 - t_1$$

となり

時間の差 $|\Delta t|$ は同じだが符合が逆になっているといえる。
(途中で t_1' と t_2' の大小関係が逆転する)

⇓ このようなイメージ

時間差を数直線に示すと



すると、90°回転させる中で、時間差にして $2\Delta t$ 分の光路長の変化がおきている。(その際、経路差0になる時刻を経由している)

時間ではなく、長さの差でこれを示すと光路差は $2\Delta l$ 変化しているといえる。(ここまでが問題文 P_{117} 上部の説明である)

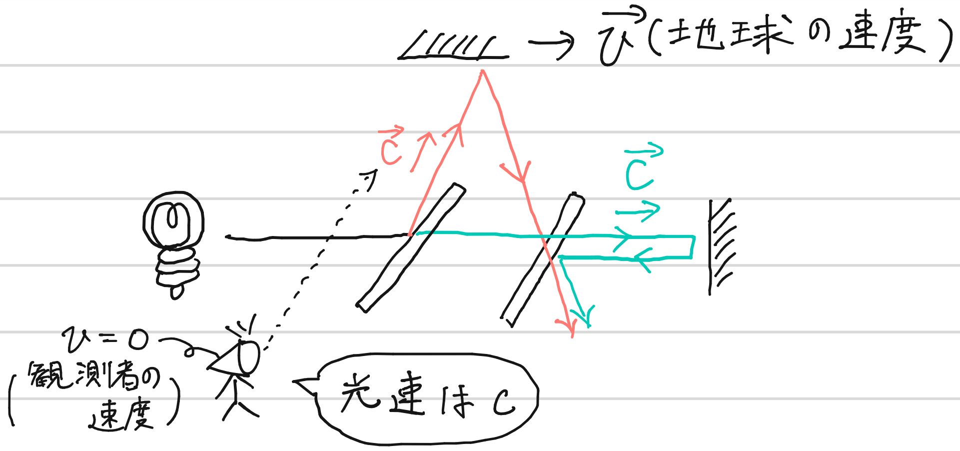
ここで、干渉の特徴として、光路差が λ 変わるごとに明線が表れるといえるので、「明→暗→明」の変化は光路差が λ 変わるごとに起こる。よってその回数 N は

$$N = \frac{2\Delta l}{\lambda} = \frac{2 \cdot l \left(\frac{v}{c}\right)^2}{\lambda} = \underline{\underline{\frac{2l}{\lambda}\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \text{(コ)}$$

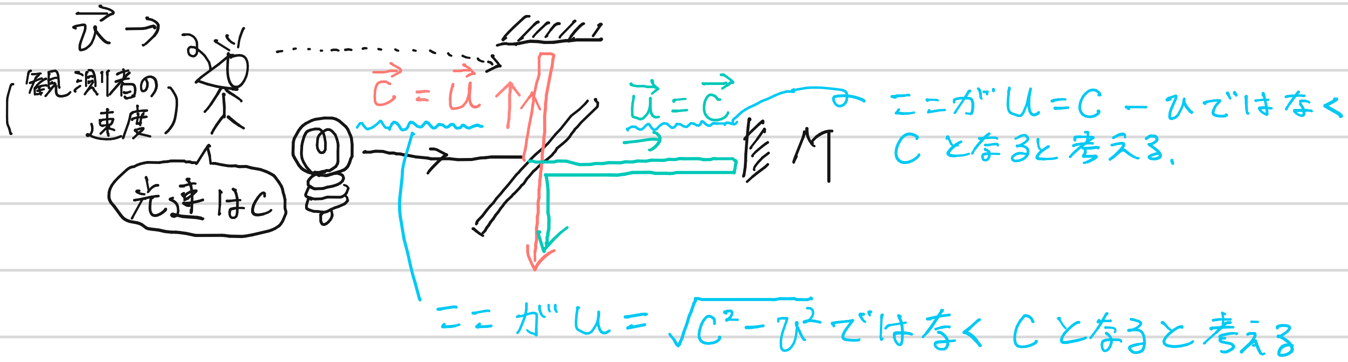
$\boxed{234}$ 補足　この実験の結果と相対性理論

問題文にあるように、この実験では想定した結果が表れなかった。
そこでアインシュタインは「光速不変の原理」を提唱した。

地球外の人視点



地球上の人視点



光速不変の原理は、上図のように、同じ現象をちがう視点で見たとき、どの観測者から見ても光速 $\vec{c}$ の大きさは同じになるという原理である。
そうすると、装置を90°回転させても、u に変化はなく、干渉の様子が変化しない実験結果に説明がつくのである。

ただし、作図した通り、相対速度の大きさは地球外の人視点の光速 c をもとに考えると $|\vec{u}|=\sqrt{c^2-v^2}$ や $|\vec{u}|=c-v$ となるので $|\vec{u}|=|\vec{c}|$ とするのはおかしく感じる。このおかしさは、観測者によって時間のすすむはやさがちがう、ということで補正されている。地球上の人から見たときの時間のすすみは地球外の人に比べてゆったりしているのである。
これが相対性理論の基礎となっている。