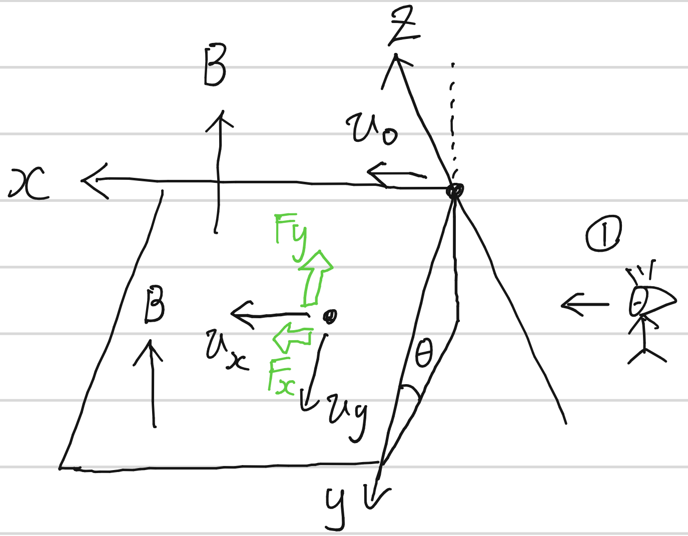
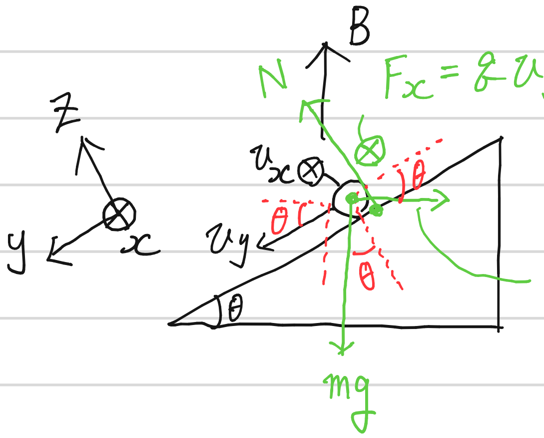
304



※ F_x は v_y によるローレンツ力
F_y は v_x によるローレンツ力.

(ア)(イ)

① 視点でローレンツ力を書いてみる.



$F_x = q v_y \cos\theta \cdot B$ ($v_y \cos\theta$ によるローレンツ力)

※ $v_y \sin\theta$ は B と平行な成分なので
ローレンツ力は発生しない

$F_y = q v_x B$ (v_x によるローレンツ力)

x 方向の運動方程式は

$$ma_x = q v_y \cos\theta \cdot B = \underline{q v_y B \cos\theta} \quad (ア)$$

y 方向の運動方程式は

$$\underline{ma_y = mg\sin\theta - q v_x B \cos\theta} \quad (イ)$$

(z 方向はつりあう
$N = mg\cos\theta + q v_x B \sin\theta$)

※ 付属の解説では v ではなく、B を分解して、v と B を直交させています. どちらでもよいです。考えやすい方で考えましょう

304 続き

(ウ)

$a_y = 0$ となるときの v_0 を考える.

(ロ)式 $ma_y = mg\sin\theta - qv_x B\cos\theta$ より

$$0 = mg\sin\theta - qv_0 B\cos\theta$$

$$\therefore v_0 = \frac{mg\sin\theta}{qB\cos\theta} \quad /\!/ \text{(ウ)}$$

(エ)(オ)

・観測者が等速運動しているなら、観測者の加速度は0.
そうなると慣性力は0といえ、はたらく力は(ア)(イ)のときと変わらないのである.
よって $a_x' = a_x$, $a_y' = a_y$ となるのだ.

・ローレンツ力の大きさは地面から見た速度で考えるものであり、qvB の v に v_x' や v_y' を代入するのは誤りである.

相対速度の式 $v_x' = \underset{\text{みられる}}{v_x} - \underset{\text{みる}}{v_0}$ より

$$v_x = v_x' + v_0$$

同様に v_y を v_y' で示すと. $v_y' = v_y - 0$ より

$$v_y = v_y'$$

となる

これを qvB に代入したらローレンツ力となる

⇒ (ア)式に $a_x = a_x'$, $v_y = v_y'$ を代入して

$$ma_x' = qv_y' B\cos\theta \quad /\!/ \text{(エ)}$$

(イ)式に $a_y = a_y'$, $v_x = v_x' + v_0$ を代入して

$$\begin{aligned} ma_y' &= mg\sin\theta - q(v_x' + v_0)B\cos\theta \\ &= mg\sin\theta - q\left(v_x' + \frac{mg\sin\theta}{qB\cos\theta}\right)B\cos\theta \\ &= -qv_x' B\cos\theta \quad /\!/ \text{(オ)} \end{aligned}$$

$\boxed{304}$ 続き

(カ)

説明にある『円運動する物体の運動方程式と同じ』について考える。

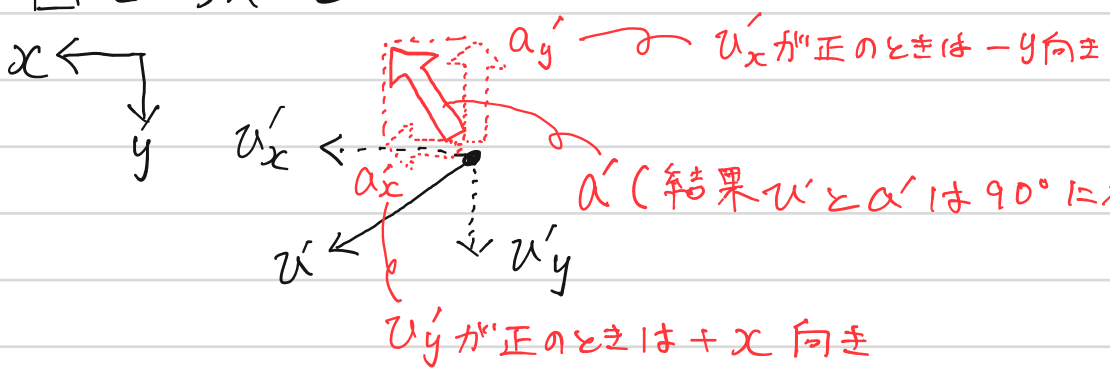
$$\begin{cases} (エ)\ m a_x' = q v_y' B\cos\theta \\ (オ)\ m a_y' = -q v_x' B\cos\theta \end{cases}$$

速度と加速度が90°

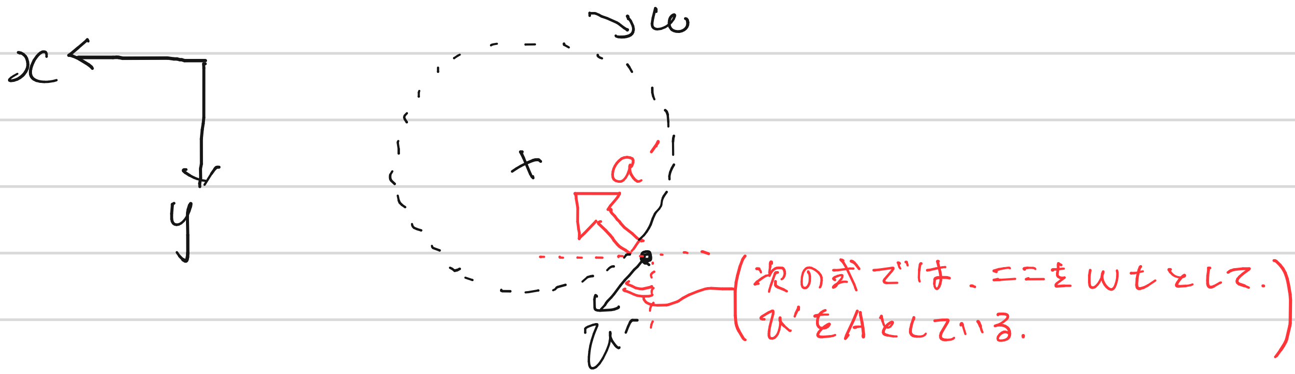
速度と加速度が90°

円運動の特徴

図で考えると



円軌道を考えると、a'の向きが円の中心向きなので下図のようにかける。



さて、$v_x' = A\sin\omega t$, $v_y' = A\cos\omega t$ とすると、

a_x' と a_y' はこれらを微分して

$$a_x' = A\omega\cos\omega t, \quad a_y' = -A\omega\sin\omega t$$

となり、(エ)式に代入すると、

$$m\cdot A\omega\cos\omega t = q\cdot A\cos\omega t\cdot B\cos\theta$$

$$\therefore \omega = \frac{qB\cos\theta}{m}$$ # (カ)

$\boxed{304}$ 続き

※ (カ) 補足.

今回の場合, $t=0$ で $v_y'=0$ なので

$$v_x' = A\cos\omega t,\quad v_y' = A\sin\omega t$$

とおいた方がよいのでは? と感じる.

(キ)

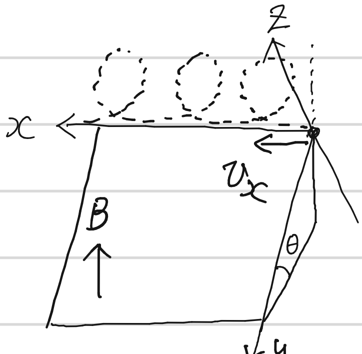
円運動の速さが v_0'. 角速度が ω なので,

$v=r\omega$ より

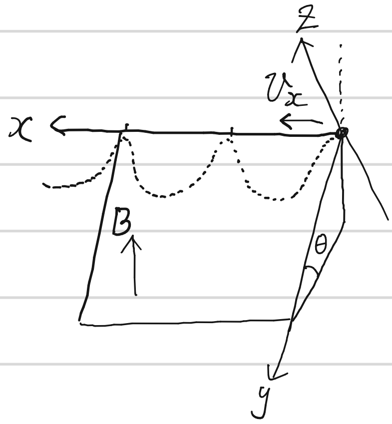
$$r=\frac{v}{\omega}=\frac{v_0'}{\frac{qB\cos\theta}{m}}$$

$$=\underline{\frac{mv_0'}{qB\cos\theta}}_{//}(キ)$$

※ 実際の軌道を書いてみると



こんな感じになる。
円を描きながら、図の左へ
スライドしていく.



※ 上図は $v_x' > 0$ のときの軌道.
$v_x' < 0$ のときは円軌道の
上端からスタートとなるので
下図のような感じになる.
円運動の速さより、大きい速さで
スライドしていくので. 円の形が
目に見えない.