

331

問題文で与えられている式

$$v = i_0 \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} \sin(\omega t + \phi)$$

を自分で導けるようになっておこう。

直列接続では電流が共通なので、電流をベースに考える。

$i = i_0 \sin \omega t$ において、各素子の電圧を求める。

v_R

$$V = RI \text{ より}$$

$$v_R = R i_0 \sin \omega t$$

v_L

リアクタンスを用いて、 v_L の最大値 v_{L0} を求めると、

$$V = X I \text{ より}$$

$$v_{L0} = \omega L \cdot i_0$$

電流の位相(ωt)が電圧の位相より $\frac{\pi}{2}$ おくられているので、

逆にいうと電圧の位相が $\frac{\pi}{2}$ すすんでいるといえる。

これをより v_L を立式すると、

$$\begin{aligned} v_L &= v_{L0} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \\ &= \omega L i_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

v_C

リアクタンスを用いて v_C の最大値 v_{C0} を求めると

$$V = X I \text{ より}$$

$$v_{C0} = \frac{1}{\omega C} i_0$$

電流の位相(ωt)が電圧の位相より $\frac{\pi}{2}$ すすんでいるので

逆にいうと電圧の位相が $\frac{\pi}{2}$ おくられているといえる。

これをより v_C を立式すると、

$$\begin{aligned} v_C &= v_{C0} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \\ &= \frac{1}{\omega C} i_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

331 続き

キルヒホッフ第2法則の式

$$v = v_R + v_L + v_C$$

I = 代入すると.

$$v = R i_0 \sin \omega t + \omega L i_0 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) + \frac{1}{\omega C} i_0 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

ベクトル図を用いて合成すると

$$v = i_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \sin(\omega t + \theta) \quad \text{と存る.}$$

※ ベクトル図を用いず、三角関数の合成をしてもよい。

(ア)

求めた v の式から、最大値を読みとると

$$v_0 = \frac{i_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}{\#(ア)}$$

(イ)

(ア) の式を変形して

$$i_0 = \frac{v_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \#(イ)$$

(ウ)

$v_0 = \sqrt{2} V_e$, $i_0 = \sqrt{2} I_e$ を代入して

$$\sqrt{2} I_e = \frac{\sqrt{2} V_e}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}$$

$$\therefore I_e = \frac{V_e}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \#(ウ)$$

(エ)

オームの法則の R にインピーダンス Z を代入すると

$$I = \frac{V}{Z} \quad (\text{ウ}) \text{式と比較して} \quad Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \#(エ)$$

331 続き

(オ)

コイルとコンデンサーでの消費電力は0なので、
抵抗での消費電力のみ考えればよい。

$$P_e = I_e^2 R \quad \#(オ)$$

(カ)

インピーダンス Z が最も小さくなるとき、 I_e が最大となる。
 Z が最も小さくなるのは

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$$

となるときである。

これを解いて

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \#(カ)$$

(キ)

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{\frac{2\pi}{\omega_0}}$$

$$= \frac{\omega_0}{2\pi}$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \#(キ)$$